



**MINISTÈRE  
DE L'ÉDUCATION  
NATIONALE,  
DE LA JEUNESSE  
ET DES SPORTS**

*Liberté  
Égalité  
Fraternité*

**Concours externe du Caplp et Cafep-Caplp  
Troisième concours du Caplp et du Cafep-Caplp**

**Section mathématiques – physique chimie**

**Exemple de sujet pour l'épreuve écrite disciplinaire**

*À compter de la session 2022, les épreuves du concours externe du Caplp et du Cafep-Caplp sont modifiées.  
[L'arrêté du 25 janvier 2021](#), publié au journal officiel du 29 janvier 2021, fixe les modalités d'organisation du  
concours et décrit le nouveau schéma des épreuves.*

## **ÉPREUVE ÉCRITE DISCIPLINAIRE**

**Première partie : mathématiques (pages 2 à 4)**  
**Seconde partie : physique-chimie (pages 5 à 18)**

**à rendre sur copies séparées**

# Partie Mathématiques

## sur copie séparée

La partie Mathématiques est constituée de deux exercices indépendants qui peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Le premier exercice est un vrai faux avec justification.

Le deuxième exercice est constitué de quatre parties.

### Exercice 1

Préciser si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse, puis justifier la réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. Soit  $f$  une fonction dérivable de  $\mathbb{R}$  dans  $\mathbb{R}$ .

**Proposition.** Si  $f$  est paire, alors  $f'$  est impaire.

2. Soit  $f$  une fonction réelle dérivable sur un intervalle  $I$  et soit  $a \in I$  tel que  $f'(a) = 0$ .

**Proposition.** La fonction  $f$  admet en  $a$  un extremum local.

3. On considère les matrices  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$  et  $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ .

**Proposition.** Il existe une matrice inversible  $P$  telle que  $A = PDP^{-1}$ .

4. Dans le plan complexe, on considère les points  $A, B, C$  d'affixes  $4 + i, 6 - 2i, 7 + 3i$ .

**Proposition.** Le triangle  $ABC$  est isocèle rectangle en  $A$ .

5. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère :

– la sphère  $\mathcal{S}$  d'équation  $x^2 + y^2 + z^2 = 5$  ;

– le plan  $\mathcal{P}$  passant par le point  $A$  de coordonnées  $(2; 1; 0)$  et normal au vecteur  $\vec{n}$  de coordonnées  $(1; 1; 1)$ .

**Proposition.** L'intersection de  $\mathcal{S}$  et de  $\mathcal{P}$  est un cercle de rayon  $\sqrt{2}$ .

6. On lance un dé équilibré 12 fois et on note  $N$  la variable aléatoire qui donne le nombre de fois où le « six » est sorti.

**Proposition.** La probabilité que  $N = 2$  est égale à  $\frac{1}{6}$ .

7. Une maladie touche 1 % des habitants d'une ville. On dispose d'un test de dépistage de cette maladie. Lorsqu'on teste une personne, on sait que :

– si la personne est malade, la probabilité que le résultat du test soit positif est égale à 0,95 ;

– si la personne n'est pas malade, la probabilité que le résultat du test soit négatif est égale à 0,9.

Un habitant de cette ville pris au hasard a un test positif.

**Proposition.** La probabilité que cet habitant soit malade est égale à 0,95.

8. On considère l'équation différentielle  $(E) : y' + 2xy = 1 + 2x^2$ .

**Proposition.** Les solutions de  $(E)$  sur  $\mathbb{R}$  sont les fonctions de la forme  $x \mapsto x + Ce^{-x^2}$ , où  $C$  est une constante.

## Exercice 2

### Partie A. Constante d'Euler

1.  
a. Soit  $f$  une fonction définie, continue, positive et décroissante sur  $\mathbb{R}_+^*$ . Montrer, pour tout entier naturel non nul  $n$ ,

$$f(n+1) \leq \int_n^{n+1} f(x) dx \leq f(n).$$

- b. En déduire, pour tout entier naturel non nul  $n$  :

$$\frac{1}{n+1} \leq \ln\left(\frac{n+1}{n}\right) \leq \frac{1}{n}.$$

2. Pour tout entier naturel non nul  $n$ , on pose

$$H_n = 1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n} \text{ et } u_n = H_n - \ln(n).$$

Montrer que la suite  $(u_n)$  est décroissante, puis qu'elle converge vers un réel positif ou nul. On note  $\gamma$  sa limite, appelée constante d'Euler.

3. Soit  $n$  un entier naturel non nul.

- a. Montrer

$$H_n = \int_0^1 \frac{1-x^n}{1-x} dx = \int_0^1 \frac{1-(1-t)^n}{t} dt = \int_0^n \frac{1-\left(1-\frac{u}{n}\right)^n}{u} du.$$

- b. En déduire

$$u_n = \int_0^1 \frac{1-\left(1-\frac{u}{n}\right)^n}{u} du - \int_1^n \frac{\left(1-\frac{u}{n}\right)^n}{u} du.$$

### Partie B. Des inégalités préparatoires

Dans cette partie,  $n$  désigne un entier naturel non nul.

4.  
a. Pour tout réel  $x$ , montrer  $1+x \leq e^x$   
b. En déduire, pour tout  $u \in [0, n]$ ,

$$\left(1 - \frac{u}{n}\right)^n \leq e^{-u} \text{ et } \left(1 + \frac{u}{n}\right)^n \leq e^u.$$

5.  
a. Pour tout réel  $x \in [0, 1]$ , montrer  $1 - nx \leq (1 - x)^n$ .  
b. En déduire, pour tout  $u \in [0, n]$ ,

$$1 - \frac{u^2}{n} \leq \left(1 - \frac{u^2}{n^2}\right)^n.$$

6. Montrer, pour tout  $u \in [0, n]$ ,

$$0 \leq e^{-u} - \left(1 - \frac{u}{n}\right)^n \leq \frac{u^2}{n} e^{-u}.$$

### Partie C. Expressions de la constante d'Euler $\gamma$

7. Établir l'existence des intégrales

$$I = \int_0^1 \frac{1 - e^{-u}}{u} du \text{ et } J = \int_1^\infty \frac{e^{-u}}{u} du.$$



8. Pour tout entier naturel non nul  $n$ , justifier l'existence de l'intégrale

$$K_n = \int_0^n \frac{e^{-u} - \left(1 - \frac{u}{n}\right)^n}{u} du,$$

et montrer que la suite  $(K_n)$  converge vers 0.

9. Dédurre des questions 3.b et 8 l'égalité  $\gamma = I - J$ .

10. Montrer

$$\gamma = - \int_0^\infty e^{-u} \ln(u) du.$$

#### Partie D. Un autre point de vue sur $\gamma$

11. Pour tout réel  $x > 0$ , on pose

$$\varphi(x) = \frac{1}{1 - e^{-x}} - \frac{1}{x}.$$

Montrer que la fonction  $\varphi$  se prolonge par continuité en 0 et qu'elle est bornée sur  $\mathbb{R}_+^*$ .

12. Montrer l'existence de l'intégrale

$$\int_0^\infty e^{-x} \varphi(x) dx.$$

13. Pour tout entier naturel non nul  $n$  et tout réel  $a > 0$ , on pose

$$I_n(a) = \int_a^\infty \frac{e^{-x} - e^{-nx}}{x} dx.$$

Justifier l'existence de  $I_n(a)$  et établir

$$I_n(a) = \int_a^{na} \frac{e^{-x}}{x} dx = \ln(n) - \int_a^{na} \frac{1 - e^{-x}}{x} dx.$$

14. Montrer, pour  $n \in \mathbb{N}^*$ ,

$$\int_0^\infty \frac{e^{-x} - e^{-nx}}{x} dx = \ln(n).$$

15. On rappelle que  $u_n$  a été défini dans la question 2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$ , montrer

$$\int_0^\infty (e^{-x} - e^{-nx}) \varphi(x) dx = u_n - \frac{1}{n}.$$

16. Montrer

$$\gamma = \int_0^\infty e^{-x} \varphi(x) dx.$$

# Partie Physique-Chimie

## sur copie séparée

### Thème d'étude : Analyses, pasteurisation et embouteillage du lait

#### **Structure de cette partie**

Cette partie est structurée autour d'un « dossier documentaire » et d'un « travail à réaliser par le candidat ». Elle doit permettre au candidat :

- de montrer sa maîtrise du corpus de savoirs disciplinaires en physique-chimie adapté à l'enseignement en lycée professionnel ;
- de montrer ses capacités à s'approprier et analyser les informations fournies ;
- de montrer sa capacité à communiquer par écrit de manière précise et adaptée, tant dans l'utilisation de la langue française que dans l'utilisation du langage scientifique (utilisation d'un vocabulaire précis et adapté, maîtrise de l'écriture des résultats numériques).

#### **Dossier documentaire** (pages 6 à 10)

Le dossier documentaire est organisé en une collection de documentations scientifiques et techniques liée au thème du sujet.

#### **Travail à réaliser par le candidat** (pages 11 à 16)

La partie de physique-chimie s'appuie sur un ensemble de questionnements structuré en différentes parties et sous-parties indépendantes les unes des autres.

Les références au « Dossier documentaire » peuvent être précisées ou non dans le questionnement.

Le cas échéant, le candidat indique dans ses réponses les références des documents sur lesquels il s'appuie.

#### **Documents-réponses** (pages 17 et 18)

**Le candidat rend, avec son ensemble de copies relatif à cette partie de l'épreuve, les documents-réponses présents en fin de sujet.**

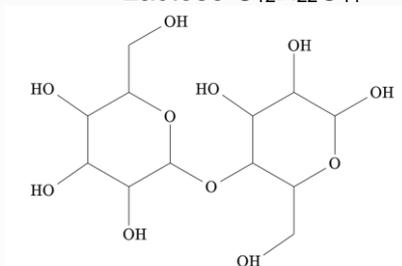
## DOSSIER DOCUMENTAIRE

### Documentations scientifiques et techniques

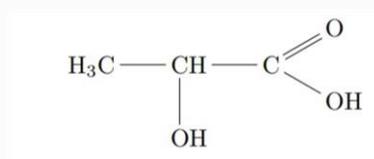
#### Document 1 : Analyse de l'acidité du lait

Un lait frais est légèrement acide, son  $pH$  est compris entre 6,6 et 6,8. Cependant, le lactose qu'il contient subit naturellement une dégradation biochimique progressive sous l'effet des bactéries, et il se transforme alors lentement en acide lactique. En conséquence, plus le  $pH$  du lait est faible et moins il est frais.

Lactose  $C_{12}H_{22}O_{11}$



Acide lactique  $C_3H_6O_3$



- $pK_a$  (acide lactique/ion lactate) = 3,9 à 25 °C
- Produit ionique de l'eau :  $pK_e$  = 14 à 25 °C

L'industrie laitière utilise le degré Dornic pour quantifier l'acidité d'un lait. Cette unité doit son nom à Pierre Dornic (1864 - 1933), ingénieur agronome français. Un degré Dornic (1 °D) correspond à 0,1 g d'acide lactique par litre de lait. Pour être considéré comme frais, un lait doit avoir une acidité inférieure ou égale à 18 °D.

Tableau de correspondance entre acidité Dornic et  $pH$  du lait :

Acidité Dornic (° D)	$pH$
inférieure à 18	entre 6,6 et 6,8
20	6,4
24	6,1
entre 55 et 60	5,2

## Document 2 : Données numériques

- Couleurs et zone de virage d'indicateurs colorés acido-basiques usuels :

Indicateur coloré	Teinte de la forme acide	Zone de virage	Teinte de la forme basique
Hélianthine	rouge	$3,1 < pH < 4,4$	jaune
Bleu de bromothymol	jaune	$6,0 < pH < 7,6$	bleu
Bleu de thymol	jaune	$8,0 < pH < 9,6$	bleu

- Masses molaires atomiques :

Atome	H	C	O	Cl	Sn	Cu
$M$ (g.mol <sup>-1</sup> )	1,0	12,0	16,0	35,5	119,0	63,5

- Conductivités molaires ioniques à 25 °C

Ion	Ag <sup>+</sup>	Cl <sup>-</sup>	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>
$\lambda^\circ$ (mS.m <sup>2</sup> .mol <sup>-1</sup> )	6,19	7,63	7,14

- Nombre d'Avogadro :  $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
- Intensité de la pesanteur au lieu considéré dans ce problème :  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$

## Document 3 : Analyse du lait mammitieux

La mammite est une maladie fréquente dans les élevages de vaches laitières. Il s'agit d'une inflammation de la mamelle engendrant la présence de cellules inflammatoires et de bactéries dans le lait.

La composition chimique et biologique du lait est alors sensiblement modifiée.

La concentration de lactose diminue, tandis que les concentrations en ions sodium et en ions chlorure augmentent.

Cette altération du lait le rend impropre à sa consommation. Dans le lait frais normal, la concentration massique en ions chlorure est comprise entre 0,8 g.L<sup>-1</sup> et 1,2 g.L<sup>-1</sup>.

Pour un lait « mammitieux », cette concentration est égale ou supérieure à 1,4 g.L<sup>-1</sup>.

## Document 4 : Analyse du taux de radioactivité du lait

« Près de 200 échantillons de lait ont été analysés entre le 18 mars et le 5 mai 2011 afin de déterminer l'impact sur le territoire français de l'accident survenu à la centrale nucléaire de Fukushima au Japon.

La présence d'iode 131 dans des prélèvements de lait a été décelée à partir du 28 mars dans l'ouest de la France (0,15 Bq.L<sup>-1</sup> dans le lait de vache à Brouzils (Vendée)). En temps ordinaire, aucune trace d'iode 131 ne doit être décelable dans le lait. Les valeurs mesurées demeurent toutefois "5 000 fois inférieures au taux d'intervention déterminé par la Food and Drug Administration (FDA)" d'après le quotidien *New York Times*. Ce taux est établi à ce jour à 170 Bq.L<sup>-1</sup>.

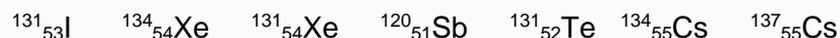
Le 22 avril, l'iode n'était plus quantifiable (activité inférieure au centième de becquerel par litre) dans les prélèvements de lait de vache.

Des traces de césium 137, dont la demi-vie est de 30 ans, ont été aussi mesurées dans plusieurs échantillons de lait de vache dans différents départements de métropole. Les niveaux d'activités mesurés, 0,58 Bq.L<sup>-1</sup> (au lieu de 0,22 Bq.L<sup>-1</sup> pour la valeur normale), correspondent à des valeurs dont l'origine est attribuable là aussi aux rejets de l'accident de Fukushima.

Le plafond maximal fixé par les autorités étant de  $2,7 \cdot 10^{11}$  noyaux de césium 137 par litre, celles-ci assurent que "le niveau mesuré n'est pas tel qu'il puisse avoir des conséquences sur la santé".»

*D'après l'analyse de l'impact de l'accident de Fukushima en France effectuée à partir des résultats de la surveillance renforcée de la radioactivité de l'environnement  
Rapport DEI/2011-01*

### Noyaux atomiques :



### Loi de décroissance radioactive :

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

où  $N(t)$  est le nombre de noyaux à la date  $t$ ,  
 $N_0$  le nombre de noyaux à la date  $t_0 = 0$  s,  
 $\lambda$  la constante radioactive en s<sup>-1</sup>.

**L'activité** est proportionnelle au nombre de noyaux radioactifs :  $A(t) = \lambda N(t)$

## Document 5 : La thermistance CTN



La thermistance est un élément qui permet de mesurer la température. Elle se compose d'un matériau semi-conducteur qui permet de capter tous les changements de température, même si ces derniers restent relativement faibles, grâce à une variation de sa résistance électrique.

Symbole normalisé d'une thermistance :



## Document 6 : Capacité thermique massique du cuivre

Parmi les diverses méthodes permettant d'accéder à la capacité massique du cuivre, la technique calorimétrique est de loin la plus utilisée. Les échanges de d'énergie thermique s'effectuent à l'intérieur de l'enceinte athermane (imperméable à la chaleur) d'un calorimètre sous la pression atmosphérique.

### Étalonnage du calorimètre

Une masse  $m_e$  d'eau, de capacité thermique massique  $c_e$ , est introduite dans le calorimètre et une résistance chauffante (de résistance électrique  $r$ ) y est immergée, sans être alimentée dans un premier temps. Après équilibre, la température de l'ensemble eau-calorimètre est  $\theta_i$ . La résistance chauffante est ensuite alimentée sous une différence de potentiel  $U$  et, au bout d'un temps  $\Delta t$ , la température de l'ensemble atteint la valeur d'équilibre  $\theta_f$ . Les fuites thermiques sont négligées.

### Détermination de la capacité thermique massique d'un échantillon de cuivre

Un échantillon parallélépipédique de cuivre de masse  $m_{cu}$  (aire de la section  $S$ , épaisseur  $L$ , masse volumique  $\rho_{cu}$ ) et de capacité thermique massique  $c_{cu}$  est introduit dans un four réglé en température où il atteint, après équilibre, la température  $\theta_1$ . Cet échantillon est ensuite plongé le plus rapidement possible dans le calorimètre qui renferme toujours la même masse d'eau  $m_e$  à la température initiale  $\theta_i$  (la résistance chauffante n'est plus alimentée) ; après fermeture, l'ensemble {calorimètre + eau + échantillon} atteint la température d'équilibre  $\theta_2$ .

### *Données numériques :*

- Eau :  $m_e = 600$  g,  $c_e = 4\,185$  J.kg<sup>-1</sup>.K<sup>-1</sup> ;
- Échantillon de cuivre :  $S = 25$  cm<sup>2</sup>,  $L = 3$  cm,  $\rho_{cu} = 8\,960$  kg.m<sup>-3</sup> ;
- Alimentation électrique :  $U = 120$  V,  $r = 230$   $\Omega$ ,  $\Delta t = 9$  min ;
- Températures mesurées :  $\theta_i = 23,2$  °C,  $\theta_f = 36,1$  °C,  $\theta_1 = 250,0$  °C,  $\theta_2 = 43,8$  °C.

## Document 7 : Corrosion du cuivre

« Jadis, on cuisait dans des pots en terre, et ces derniers cassaient fréquemment, ce qui explique que l'on retrouve des morceaux de tessons sur les sites des anciennes cuisines. Puis il y eut les chaudrons en fer, mais ce dernier rouillait, donnant un goût désagréable. Apparut ensuite le cuivre, mais il était coûteux, et le vert-de-gris dont il est parfois recouvert est vénéneux. Le cuivre ne fut plus utilisé à moins d'être recouvert d'une couche d'étain : il y a un siècle environ, on allait fréquemment faire étamer les casseroles afin d'éviter le vert-de-gris vénéneux. C'est un sel soluble qui est toxique. »

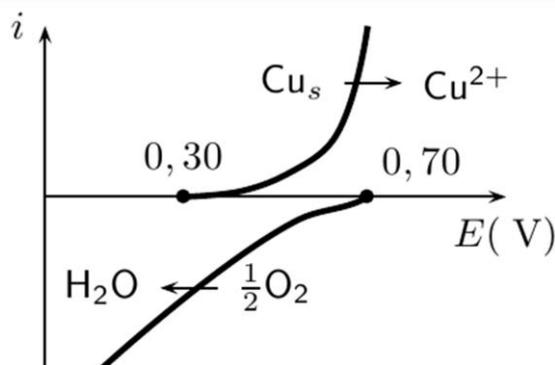
*D'après un blog scientifique, Hervé This, novembre 2016*

Potentiels standard rédox à 298 K :  $\text{Cu}^{2+}/\text{Cu(s)}$   $E_1^\circ = 0,34 \text{ V}$  ;  $\text{O}_2(\text{g})/\text{H}_2\text{O}$   $E_2^\circ = 1,23 \text{ V}$

Constante des gaz parfaits :  $R = 8,31 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$

Constante de Faraday :  $F = 9,65.10^4 \text{ C.mol}^{-1}$

**Courbe intensité-potential de la corrosion du cuivre à  $\text{pH} = 7$  en milieu humide aéré :**



**Étamage du cuivre :**

Couple rédox de l'étain :  $\text{Sn}^{2+}_{(\text{aq})}/\text{Sn}_{(\text{s})}$

Masse volumique de l'étain :  $\rho = 7\,300 \text{ kg.m}^{-3}$

## Document 8 : Tapis roulant

Caractéristiques du moteur

Tension (V)	Puissance absorbée (W)	Vitesse linéaire ( $\text{cm.min}^{-1}$ )		
24	36	800	270	90
Charge maximale (N) :		30	50	100



# TRAVAIL À REALISER PAR LE CANDIDAT

Le lait est un aliment complet et son potentiel nutritif est supérieur à celui de tout autre produit consommé par l'homme. Comme tout autre produit, le lait fait l'objet d'un souci de protection contre les fraudes éventuelles afin de protéger les consommateurs des risques sanitaires, ainsi que les producteurs honnêtes de la concurrence frauduleuse.

## Partie A : Analyses du lait

### Partie A-1 : Analyse du taux d'acidité du lait

#### **A-1.1 : Autour de l'acide lactique**

1. Justifier que le nom de l'acide lactique (**document 1**) est dans la nomenclature officielle : acide 2-hydroxypropanoïque.
2. Cette molécule possède-t-elle des stéréo-isomères ? Si tel est le cas, donner la représentation de Cram de chacun de ces stéréo-isomères et indiquer la relation qui les lie.

#### **A-1.2 : Étude du lait frais par titrage pHmétrique**

On verse 10,0 mL de lait dans un erlenmeyer et on ajoute 2 gouttes d'un indicateur coloré bien choisi. On procède au titrage de l'échantillon de lait par une solution d'hydroxyde de sodium ( $\text{Na}^+_{(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})}$ ) de concentration molaire  $0,11 \text{ mol.L}^{-1}$ , appelée alors soude « Dornic ». La persistance d'une nouvelle coloration est observée à partir d'un volume de solution titrante versée de 1,4 mL.

3. Écrire l'équation de la réaction de titrage en supposant que le seul acide présent dans le lait est l'acide lactique et calculer sa constante de réaction  $K$ . Conclure.
4. Sachant que le  $pH$  à l'équivalence est de 9,2, choisir un indicateur coloré convenable. Quel changement de couleur est observé ? Pourquoi n'ajoute-t-on que deux gouttes d'indicateur coloré ?
5. En exploitant le résultat du titrage, déterminer si le lait analysé est frais selon la norme en vigueur.
6. Faire preuve d'esprit critique sur le dosage réalisé et proposer une amélioration.
7. Quel intérêt pratique y-a-t-il à choisir de la soude Dornic pour mesurer l'acidité d'un lait ?

### Partie A-2 : Analyse d'un lait potentiellement mammiteux

Dans un laboratoire d'analyse, une technicienne titre 20,0 mL de lait mélangé à 200 mL d'eau déminéralisée par une solution de nitrate d'argent ( $\text{Ag}^+_{(\text{aq})} + \text{NO}_3^-_{(\text{aq})}$ ) de concentration  $5,00 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ . Le titrage est suivi par conductimétrie.

Le volume équivalent déterminé par la technicienne a pour valeur  $V_{\text{éq}} = 11,6 \text{ mL}$ .

#### **A-2.1 : Étude de la sonde**

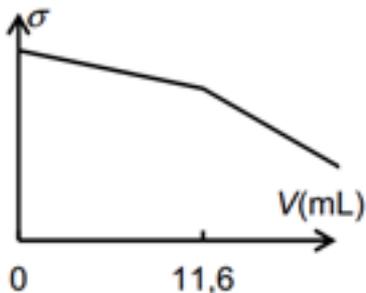
8. Quelle est la fonction d'un conductimètre ?
9. Proposer un protocole permettant de suivre l'évolution de la conductivité de la solution lors du titrage si vous n'avez pas d'électrode à disposition mais des plaques de platines.

10. Pourquoi utiliser du courant alternatif dans un conductimètre ?

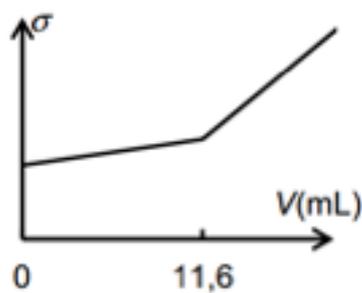
### A-2.2 : Étude du lait frais par titrage conductimétrique

11. À partir de l'équation de la réaction de dosage (formation d'un précipité de chlorure d'argent), déterminer parmi les représentations graphiques suivantes, celle qui représente l'allure de l'évolution de la conductivité  $\sigma$  du mélange en fonction du volume  $V$  de solution de nitrate d'argent versé. Justifier.

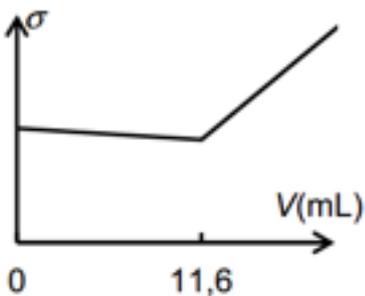
Proposition 1



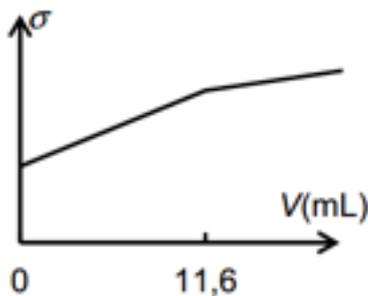
Proposition 2



Proposition 3



Proposition 4



12. En s'aidant du **document 3**, conclure si le lait analysé est « mammiteux » ? *Une réponse argumentée et des calculs sont attendus.*

### Partie A-3 : Analyse du taux de radioactivité

#### A-3.1 : L'iode 131

L'iode 131 est radioactif  $\beta^-$ .

13. En utilisant le **document 4**, écrire l'équation de désintégration de l'iode 131 et préciser la notation symbolique du noyau fils obtenu.
14. Donner la définition de la demi-vie  $t_{1/2}$  et en exploitant le **document-réponse 1** à rendre avec la copie, déterminer sa valeur. Les constructions graphiques aidant à trouver la réponse devront être apparentes sur le document-réponse 1.
15. Vérifier qu'au bout de 32 jours, la valeur de l'activité mesurée n'est plus quantifiable au sens indiqué dans le **document 4**.

#### A-3.2 : Le césium 137

16. Quel est le lien entre le césium 134 et 137 ? Le définir.

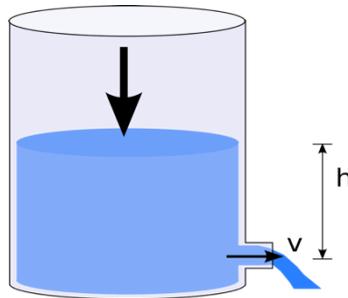
17. À partir de la loi de décroissance radioactive, démontrer la relation suivante :  $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}$   
où  $\lambda$  représente la constante radioactive de l'élément radioactif considéré et  $t_{1/2}$  sa demi-vie.

18. En déduire la valeur de la constante radioactive du césium 137 en  $s^{-1}$ .

19. Déterminer le nombre de noyaux radioactifs de césium 137 présents dans un litre de lait et vérifier que le taux évoqué dans l'article du **document 4** est effectivement très faible.

#### **Partie A-4 : Gestion des fluides suite aux analyses**

Les échantillons de lait d'un volume  $V = 445$  L sont stockés dans une cuve de section  $S = 0,60$   $m^2$ . L'évacuation du lait, non conforme aux analyses, est réalisée par l'intermédiaire d'un tuyau, de rayon  $r = 20$  mm et de surface  $s \ll S$ , placé en bas de la cuve. La hauteur initiale du liquide est  $h = 70$  cm dans la cuve par rapport au tuyau.



20. À partir de l'expression de la loi de Bernoulli en régime stationnaire, déterminer l'expression de la vitesse d'évacuation du lait  $v$  (formule de Torricelli) ainsi que sa valeur numérique au début de l'évacuation du lait.

21. Sachant que la durée de vidange a pour formule  $\tau = \frac{S}{s} \sqrt{\frac{2h}{g}}$ , en déduire sa valeur en minutes.

#### **Partie B : Pasteurisation**

La pasteurisation du lait avant la mise en bouteille se fait dans une cuve en cuivre. Le contrôle de la température se fait à l'aide d'un dispositif électronique basé sur une thermistance (**document 5**).

#### **Partie B-1 : La thermistance**

22. Donner une brève définition d'une thermistance.

On donne l'équation générale de la résistance d'une thermistance CTN :

$$R = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}$$

$T$  : température ambiante en K

$T_0$  : température de référence à 25 °C (soit 298 K)

$R_0$  : résistance à 25 °C

$B$  : indice de sensibilité thermique

23. Donner la dimension de  $B$ . Une justification est attendue.

24. Que signifie CTN ? Donner l'allure de l'évolution de la valeur de la résistance en fonction de la température pour une thermistance CTN.

**25.** Proposer un protocole expérimental qui permet de représenter graphiquement cette évolution.

## **Partie B-2 : La cuve en cuivre**

### **B-2.1- Étude structurale**

Le cuivre pur cristallise dans le système cubique à faces centrées.  
Le rayon d'un atome de cuivre est d'environ 130 pm.

26. Représenter la maille élémentaire du cuivre pur (vue en perspective cavalière ou en projection). Déterminer le nombre d'atomes par maille.
27. En adoptant le modèle de sphères dures indéformables, déterminer la valeur de la masse volumique du cuivre. Comparer avec la valeur donnée dans le **document 6** et critiquer.

### **B-2.2 : Capacité thermique du cuivre**

28. À partir du **document 6**, donner, en le justifiant, la fonction d'état adaptée à la transformation s'effectuant à la pression atmosphérique lors de l'étalonnage du calorimètre.
29. À l'aide des données numériques fournies, déterminer puis calculer la capacité thermique  $C_c$  du calorimètre (incluant agitateur, thermistance et résistance chauffante).
30. Déterminer puis calculer la capacité thermique massique du cuivre  $c_{Cu}$ .

### **B-2.3 : Corrosion du cuivre**

On étudie la corrosion de la cuve en cuivre à  $pH = 7$  en milieu humide aéré.

31. Écrire la réaction pouvant s'effectuer entre le cuivre et le dioxygène dissous dans la solution aérée et calculer sa constante d'équilibre à 298 K. On choisira une écriture de la réaction telle que le coefficient stœchiométrique de du dioxygène soit 1.
32. Déterminer la valeur du potentiel du couple  $O_2(g)/H_2O$  à  $pH = 7$ . Pourquoi parle-t-on de surtension cathodique ?
33. Définir et estimer le potentiel mixte de la solution aérée.
34. En fait, cette corrosion du cuivre est très lente. Que peut-on en déduire sur les valeurs des courants cathodiques et anodiques ?

## **Partie B-3 : Étamage de la cuve**

L'électrolyse du cuivre consiste ici à déposer une fine couche d'étain sur toute la surface du récipient. Ce procédé est appelé étamage.

Le récipient à étamer constitue une électrode, l'autre étant de l'étain  $Sn_{(s)}$  pur.

L'électrolyte est constitué de sulfate d'étain,  $Sn^{2+}_{(aq)} + SO_4^{2-}_{(aq)}$  et de différents additifs que l'on négligera.

On étudie les réactions aux électrodes en considérant que le solvant n'intervient pas.

On considère le schéma du montage représenté dans le **document-réponse 2** à rendre avec la copie.

35. Indiquer sur ce schéma le sens du courant électrique dans le circuit ainsi que le sens de circulation des porteurs de charge dans les conducteurs métalliques et dans la solution. On ajoutera les mots « anode » ou « cathode » aux emplacements en pointillés.
36. Écrire les demi-équations chimiques des transformations qui ont lieu sur chaque électrode A et B et en déduire l'équation de la réaction globale de cette électrolyse.

L'intensité du courant électrique est maintenue constante pendant toute la durée  $\Delta t$  de l'électrolyse et vaut  $I = 25 \text{ A}$ .

37. Montrer alors que la durée de l'électrolyse peut être exprimée, en fonction de la masse d'étain  $m_{\text{Sn}}$  déposée, par la relation  $\Delta t = \frac{2.m_{\text{Sn}}.F}{I.M_{\text{Sn}}}$

On veut étamer la cuve cylindrique précédente en cuivre, de diamètre intérieur  $D = 90 \text{ cm}$  et de hauteur  $H = 70 \text{ cm}$ . Le dépôt d'étain doit être réalisé sur les seules faces internes et sur une épaisseur  $e = 20 \mu\text{m}$ .

38. Montrer que le volume à étamer de la cuve  $V_{\text{Cuve}} = \pi.D.e.(\frac{D}{4} + H)$  et le calculer.

39. Calculer la durée minimale de l'électrolyse pour réaliser ce dépôt.

## Partie C : L'embouteillage

### Partie C-1 : La bouteille de lait en PET

40. Un composé oxygéné B comportant deux fonctions alcool est constitué en masse de 38,7 % de carbone, 51,6 % d'oxygène. Sa masse molaire est  $62 \text{ g.mol}^{-1}$ . Déterminer sa formule brute.

Le P.E.T. est obtenu par réaction du composé B avec l'acide benzène-1,4-dicarboxylique (acide téréphtalique) dont la formule est représentée ci-dessous :



41. Écrire l'équation bilan de la réaction de polymérisation en faisant bien ressortir le motif du polymère. Montrer que la masse molaire du motif est de  $192 \text{ g.mol}^{-1}$ .

42. Dans certaines conditions, on obtient un polymère de masse moléculaire molaire moyenne égale à  $23,04 \text{ kg.mol}^{-1}$ . Calculer dans ce cas l'indice moyen de polymérisation de ce polymère.

43. Ce matériau possède une température de transition vitreuse de l'ordre de  $60^\circ\text{C}$ . Pour mettre en forme ce matériau, doit on choisir une température en-dessous ou au-dessus de cette température ?

### Partie C-2 : Déplacement des bouteilles de lait à l'aide d'un mini-convoyeur

Après mise en bouteille, le lait est déplacé à l'aide d'un tapis roulant appelé mini-convoyeur.

#### **C-2.1 : Analyse du moteur**

Un moteur à courant continu équipe chaque mini-convoyeur et assure des performances optimales.

44. À partir du **document 8**, calculer la valeur de l'intensité  $I$  du courant d'alimentation du moteur.

45. Compléter, sur le **document-réponse 3** à rendre avec la copie, le diagramme énergétique du moteur avec les expressions « énergie mécanique », « énergie électrique » et « chaleur ».

46. Le rendement de ce type de moteur est de 95 %. Calculer la puissance disponible.

### C-2.2 : Mouvement de la bande du tapis roulant du mini-convoyeur

La bande du tapis roulant est mise en mouvement par le moteur électrique précédent. Le tapis est entraîné par des galets de rayon  $R = 2,0$  cm tournant à la vitesse angulaire  $\omega$ .

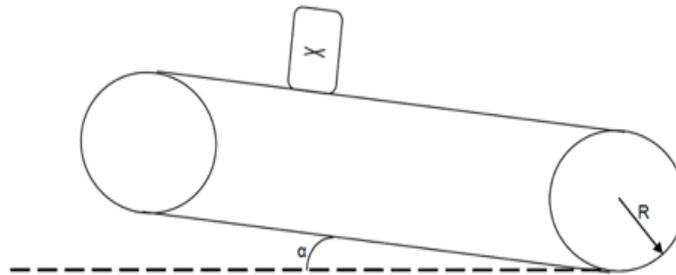
47. En utilisant le **document 8**, pour une charge de 30 N, indiquer la valeur  $v$  de la vitesse linéaire du tapis en  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

48. Déterminer  $\omega$  et la calculer.

### Partie C-3 : Analyse mécanique

On étudie les forces qui modélisent les actions mécaniques qui agissent sur une bouteille de lait de masse  $m = 800$  g posée sur le tapis roulant du mini-convoyeur. Le centre de gravité de la bouteille de lait est représenté par une croix sur le schéma ci-dessous.

Le tapis est incliné par rapport à l'horizontal conformément au schéma ci-dessous d'un angle  $\alpha = 10^\circ$ . On considère la vitesse du tapis constante.

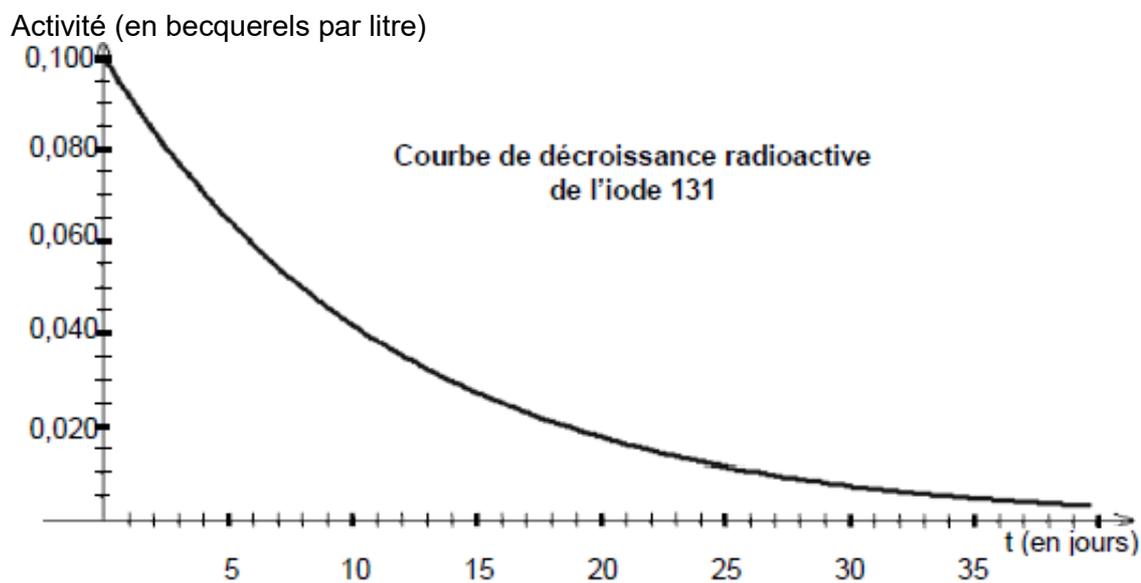


49. Représenter les forces (sans souci d'échelle) qui modélisent les actions mécaniques s'exerçant sur la bouteille sur le **document-réponse 4** à rendre avec la copie.

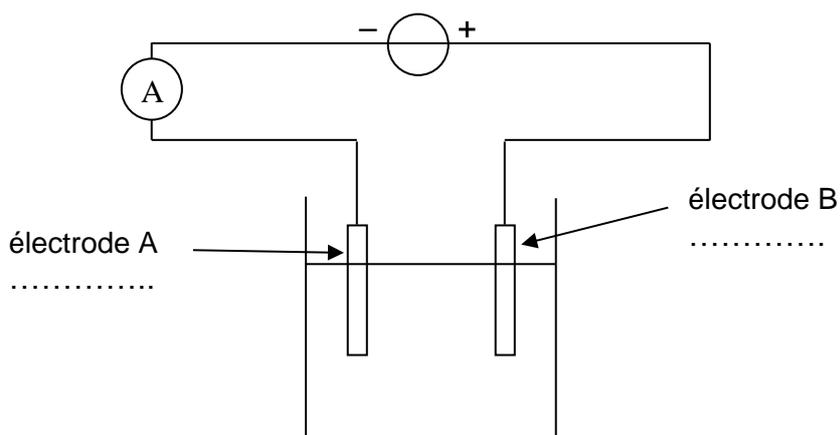
50. Déterminer la valeur de la force de frottement pour que la bouteille ne glisse pas sur le tapis.

# DOCUMENTS-RÉPONSES à rendre avec la copie de physique-chimie

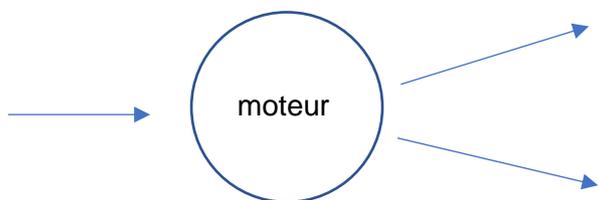
**Document-réponse 1 :** Courbe de décroissance radioactive de l'iode 131



**Document-réponse 2 :** Étamage de la cuve



**Document-réponse 3 : diagramme énergétique du moteur**



**Document-réponse 4 : Équilibre statique de la bouteille de lait**

