



**Concours de recrutement du second degré**

**Rapport de jury**

---

**Concours : Agrégation interne**

**Section : Sciences industrielles de l'ingénieur  
option sciences industrielles de l'ingénieur  
et ingénierie électrique**

**Session 2016**

Rapport de jury présenté par :  
Jean-Pierre COLLIGNON - IGEN –  
Président du jury

# MODALITÉS DU CONCOURS DE L'AGRÉGATION INTERNE

Arrêtés du 25 novembre 2011 et du 25 juin 2015 modifiant l'arrêté du 28 décembre 2009 fixant les sections et les modalités d'organisation des concours de l'agrégation

## Section sciences industrielles de l'ingénieur

L'agrégation interne de sciences industrielles de l'ingénieur comprend trois options :

- option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie mécanique ;
- option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie électrique ;
- option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie des constructions.

Le choix est formulé au moment de l'inscription. Les candidats font l'objet d'un classement distinct selon l'option choisie. Pour l'application du premier alinéa de l'article 3 du présent arrêté, il est institué un jury pour chacune des options.

### **A – Epreuves écrites d'admissibilité**

1° - Epreuve de sciences industrielles de l'ingénieur :

L'épreuve est commune aux trois options. Les candidats composent sur le même sujet au titre de la même session quelle que soit l'option choisie. Elle a pour but de vérifier que le candidat est capable de mobiliser ses connaissances scientifiques et techniques pour conduire une analyse systémique, élaborer et exploiter les modèles de comportement permettant de quantifier les performances globales et détaillées d'un système des points de vue matière, énergie et information afin de valider tout ou partie de la réponse aux besoins exprimés par un cahier des charges. Elle permet de vérifier les compétences d'un candidat à synthétiser ses connaissances pour analyser et modéliser le comportement d'un système pluri-technique automatique.

Durée : quatre heures ; coefficient 2.

2° - Exploitation pédagogique d'un dossier technique :

L'épreuve est spécifique à l'option choisie. A partir d'un dossier technique fourni au candidat comportant les éléments nécessaires à l'étude, l'épreuve a pour objectif de vérifier que le candidat est capable d'élaborer tout ou partie de l'organisation d'une séquence pédagogique, dont le thème est proposé par le jury, relative aux enseignements technologiques du cycle terminal "sciences et technologies de l'industrie et du développement durable (STI2D)" ou aux sciences de l'ingénieur de la voie scientifique du lycée, et aux enseignements des BTS du domaine considéré ainsi que les documents techniques et pédagogiques associés (documents professeurs, documents fournis aux élèves, éléments d'évaluation)

Durée : six heures ; coefficient 1.

### **B – Epreuves d'admission**

1° - Activité pratique et exploitation pédagogique d'un système pluri-technique :

Dans l'option choisie, le candidat détermine, au moment de l'inscription, un domaine d'activité parmi les deux proposés ci-après :

- "conception des systèmes mécaniques" ou " industrialisation des systèmes mécaniques" pour l'option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie mécanique ;

- “systèmes d’information” ou “gestion de l’énergie” pour l’option sciences industrielles de l’ingénieur et ingénierie électrique ;
- “constructions” ou “énergétique” pour l’option sciences industrielles de l’ingénieur et ingénierie des constructions.

Durée totale : six heures (activités pratiques : 4 heures ; préparation de l’exposé : une heure ; exposé : quarante minutes maximum ; entretien : vingt minutes maximum). 10 points sont attribués à la première partie liée aux activités pratiques et 10 points à la seconde partie liée à la leçon ; coefficient 2.

Le support de l’activité pratique proposée permet, à partir d’une analyse systémique globale, l’analyse d’un problème technique particulier relatif à la spécialité de l’agrégation. La proposition pédagogique attendue, directement liée aux activités pratiques réalisées, est relative aux enseignements technologiques de spécialité du cycle terminal “sciences et technologies de l’industrie et du développement durable (STI2D)” du lycée et des programmes de BTS et DUT relatifs aux champs couverts par l’option choisie. L’épreuve a pour but d’évaluer l’aptitude du candidat à :

- mettre en œuvre des matériels ou équipements, associés si besoin à des systèmes informatiques de pilotage, de traitement, de simulation, de représentation ;
- conduire une expérimentation, une analyse de fonctionnement d’une solution, d’un procédé, d’un processus afin d’analyser et vérifier les performances d’un système technique ;
- exploiter les résultats obtenus et formuler des conclusions.
- concevoir et organiser une séquence de formation pour un objectif pédagogique imposé à un niveau de classe donné et présenter de manière détaillée un ou plusieurs points-clefs des séances de formation constitutives. Elle prend appui sur les investigations et les analyses effectuées au préalable par le candidat au cours des activités pratiques relatives à un système technique. Le candidat est amené au cours de sa présentation orale à expliciter sa démarche méthodologique, à mettre en évidence les informations, données et résultats issus des investigations conduites au cours des activités pratiques qui lui ont permis de construire sa proposition pédagogique.

Au cours de l’entretien, le candidat est conduit plus particulièrement à préciser certains points de sa présentation ainsi qu’à expliquer et justifier les choix de nature didactique et pédagogique qu’il a opérés dans la construction de la séquence de formation présentée.

2° - Epreuve sur dossier :

Durée de la préparation : une heure ; durée totale de l’épreuve : une heure ; coefficient 1.

L’épreuve consiste en la soutenance devant le jury d’un dossier technique et scientifique réalisé par le candidat dans un domaine de l’option préparée, suivie d’un entretien (présentation n’excédant pas trente minutes ; entretien avec le jury : trente minutes au maximum).

L’épreuve a pour but de vérifier que le candidat est capable de rechercher les supports de son enseignement dans le milieu économique et d’en extraire des exploitations pertinentes pour son enseignement en collège ou en lycée. L’authenticité et l’actualité du support sont des éléments importants. L’exposé et l’entretien permettent d’apprécier l’authenticité et l’actualité du problème choisi par le candidat, sa capacité à en faire une présentation construite et claire, à mettre en évidence les questionnements qu’il suscite et à en dégager les points remarquables et caractéristiques. Ils permettent également au candidat de mettre en valeur la qualité de son dossier et l’exploitation pédagogique qu’il peut en faire dans le cadre d’un enseignement.

En utilisant les moyens courants de présentation (vidéoprojecteur et informatique associée, en particulier), le candidat présente le support technique qu’il a choisi pour l’épreuve ainsi que les investigations et développements qu’il a conduits pour s’en approprier le fonctionnement et les évolutions potentielles. Lors de la présentation, le candidat justifiera le choix du support d’étude et les investigations conduites qui pourraient, selon lui, donner lieu à des exploitations pertinentes en collège ou en lycée.

Pendant l'entretien, le jury conduit des investigations destinées à se conforter dans l'idée que le dossier présenté résulte bien d'un travail personnel du candidat et s'en faire préciser certains points. Les éléments constitutifs du dossier sont précisés par note publiée sur le site internet du ministère chargé de l'éducation nationale. Les dossiers doivent être déposés au secrétariat du jury cinq jours francs avant le début des épreuves d'admission.

*Attention : à compter de la session 2017 certaines modalités d'organisation seront modifiées conformément à l'arrêté du 19 avril 2016 publié au JORF n°0126 du 1 juin 2016 texte n° 5*

*Nouvelles modalités pour la session 2017, Le A définissant les épreuves écrites d'admissibilité est remplacé par les dispositions suivantes :*

*« 1° Analyse et exploitation pédagogique d'un système pluritechnique.*

*« L'épreuve est commune à toutes les options. Les candidats composent sur le même sujet au titre de la même session quelle que soit l'option choisie.*

*« L'épreuve a pour but de vérifier que le candidat est capable de mobiliser ses connaissances scientifiques et techniques pour conduire une analyse systémique, élaborer et exploiter les modèles de comportement permettant de quantifier les performances globales et détaillées d'un système des points de vue matière, énergie et information afin de valider tout ou partie de la réponse au besoin exprimé par un cahier des charges. Elle permet de vérifier les compétences d'un candidat à synthétiser ses connaissances pour analyser et modéliser le comportement d'un système pluritechnique.*

*« Elle permet également de vérifier que le candidat est capable d'élaborer tout ou partie de l'organisation d'une séquence pédagogique, relative à l'enseignement de technologie du collège ou aux enseignements technologiques du cycle terminal « sciences et technologies de l'industrie et du développement durable (STI2D) » ou aux sciences de l'ingénieur de la voie scientifique du lycée, ainsi que les documents techniques et pédagogiques associés (documents professeurs, documents fournis aux élèves, éléments d'évaluation).*

*« Durée de l'épreuve : cinq heures ; coefficient 2.*

*« 2° Etude d'un système, d'un procédé ou d'une organisation.*

*« L'épreuve est spécifique à l'option choisie.*

*« L'épreuve a pour but de vérifier que le candidat est capable de conduire une analyse critique de solutions technologiques et de mobiliser ses connaissances scientifiques et technologiques pour élaborer et exploiter les modèles de comportement permettant de quantifier les performances d'un système ou d'un processus lié à la spécialité et définir des solutions technologiques.*

*« Durée de l'épreuve : quatre heures ; coefficient 1. »*

*3. Le B définissant les épreuves d'admission est modifiée comme suit :*

*Après l'intitulé de l'épreuve : « 1° Activité pratique et exploitation pédagogique d'un système pluritechnique », les alinéas 1 à 5 sont remplacés par les alinéas suivants : « Pour certaines options, le candidat détermine, au moment de l'inscription, un domaine d'activité parmi deux qui lui sont proposés :*

*- "conception des systèmes mécaniques" ou "industrialisation des systèmes mécaniques" pour l'option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie mécanique ;*

*- "systèmes d'information" ou "gestion de l'énergie" pour l'option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie électrique ;*

*- "constructions" ou "énergétique" pour l'option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie des constructions.*

*Durée totale : six heures (activités pratiques : quatre heures ; préparation de l'exposé : une heure ; exposé : trente minutes maximum ; entretien : trente minutes maximum) ; 10 points sont attribués à la première partie liée aux activités pratiques et 10 points à la seconde partie liée à la leçon ; coefficient 2.*

Agrégation interne de sciences industrielles de l'ingénieur  
« option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie  
électrique »;

**COMPOSITION DU JURY – SESSION 2016**

M. COLLIGNON Jean-Pierre	Inspecteur général de l'éducation nationale, président
M. DARRAULT Carol	Inspecteur d'académie, inspecteur pédagogique régional, académie de Toulouse, vice-président
M. PRIGENT Dominique	Inspecteur d'académie, inspecteur pédagogique régional, académie de Rennes, vice-président
M. ARBO Jacques	Professeur agrégé - Créteil
Mme. BILDSTEIN Sylvie	Professeure agrégée - Lyon
M. CHARIER Bertrand	Professeur agrégé - Poitiers
M. FABRE Gilles	Professeur agrégé - Versailles
M. GUERIN François	Maître de conférences - IUT GEII Le Havre
M JASMIN Christophe	Professeur agrégé - Besançon
M. MARTIN Baudouin	Professeur agrégé - Orléans-Tours
M. MICHEL Patrice	Professeur agrégé - Toulouse
M. OLLIVIER Alain	Professeur agrégé - Rennes
M. PROUST Laurent	Professeur agrégé - Poitiers
M. SIMON Thierry	Professeur agrégé - Strasbourg

Agrégation interne de sciences industrielles de l'ingénieur  
« – option sciences industrielles de l'ingénieur et ingénierie  
électrique »;

Session 2016  
Données quantitatives

Nombre de postes :	6
Nombre de candidats inscrits :	365
Nombre de candidats présents aux deux épreuves d'admissibilité :	216
Nombre de candidats admissibles :	20
Nombre de candidats admissibles présents aux deux épreuves d'admission :	17
Nombre de candidats admis :	6
Moyenne du premier admissible :	13,19
Moyenne du dernier admissible :	10,95
Moyenne du premier admis :	13,78
Moyenne du dernier admis :	13,26

# Concours d'accès à l'échelle de rémunération des professeurs agrégés.

## Session 2016 Données quantitatives

Nombre de postes :	2
Nombre de candidats inscrits :	59
Nombre de candidats présents aux deux épreuves d'admissibilité :	30
Nombre de candidats admissibles :	4
Nombre de candidats admissibles présents aux deux épreuves d'admission :	4
Nombre de candidats admis :	2
Moyenne du premier admissible :	12,8
Moyenne du dernier admissible :	10,9
Moyenne du premier admis :	12,81
Moyenne du dernier admis :	11,96

# Épreuves d'admissibilité

## Remarques d'ordre général concernant les deux épreuves d'admissibilité :

- les questions doivent être lues attentivement afin de n'oublier aucune des réponses attendues,
- les copies doivent être soignées (écriture lisible, orthographe, présentation claire des résultats),
- les notations de l'énoncé doivent être impérativement respectées,
- les réponses doivent être données sous formes littérales, puis chaque grandeur doit être remplacée par sa valeur numérique en respect de sa position dans la relation de départ avant de donner le résultat numérique avec unité.

# Épreuves d'admissibilité

## Épreuve de sciences industrielles de l'ingénieur (1<sup>ère</sup> épreuve)

Téléchargement du sujet :

<http://eduscol.education.fr/sti/sites/eduscol.education.fr/sti/files/concours-examens/7085/7085-s2016-agreg-interne-sii-1.pdf>

### Éléments de correction

#### Première partie – Étude de la chaîne cinématique

Question 1 - A partir du modèle cinématique défini sur la figure 1, déterminer l'expression de  $k$

avec  $k = \left| \frac{\omega_{2/1}}{\omega_{5/1}} \right| = \left| \frac{\omega_{\text{mot1}}}{\omega_{\text{rouem}}} \right|$  en fonction des nombres de dents  $Z_i$  des différentes roues  $i$ . En

déduire le nombre de dents  $Z_5$  sachant que  $k = 53$ .

$$k = \left| \frac{\omega_{2/1}}{\omega_{5/1}} \right| = \left| \frac{\omega_{\text{mot1}}}{\omega_{\text{rouem}}} \right| = \frac{Z_5 Z_{4-3} Z_{3-2}}{Z_{4-5} Z_{3-4} Z_2}$$

A.N. :

$$\text{Sachant que } k = 53 \text{ alors } Z_5 = \frac{k Z_{4-5} Z_{3-4} Z_2}{Z_{4-3} Z_{3-2}} = \frac{53 \times 32 \times 21 \times 20}{71 \times 79} \approx 126,99$$

Or  $Z_5$  est un entier donc  $Z_5 = 127$ .

Question 2 - On suppose un roulement sans glissement des roues de l'avion par rapport à la piste. L'avion se déplace en ligne droite, sa vitesse par rapport à la piste est notée  $V(t)$ , déterminer en fonction de  $V(t)$  l'expression de la vitesse de rotation des rotors des moteurs  $M1$  et  $M2$  par rapport au train principal. Ces vitesses seront notées respectivement  $\omega_{\text{mot1}}$  et  $\omega_{\text{mot2}}$ .

Roulement sans glissement entre la roue motorisée  $\underline{5}$  et la piste en  $A_1$  donc :

$$\vec{V}(A_1, \text{roue motorisée/piste}) = \vec{V}(A_1, 5/piste) = \vec{0}$$

$$\text{De plus } \vec{V}(A_1, 5/piste) = \vec{V}(A_1, 5/1) + \vec{V}(A_1, 1/piste)$$

$$\text{Alors } \vec{\Omega}_{5/1} \wedge \overrightarrow{C_1 A_1} + V(t) \vec{y}_a = \vec{0}$$

$$\omega_{5/1} \vec{x}_a \wedge -R \vec{z}_a + V(t) \vec{y}_a = \vec{0} \quad \text{et} \quad \omega_{5/1} = \omega_{\text{rouem}}$$

Donc  $V(t) = -R \omega_{rouem}(t)$

De plus  $\frac{\omega_{mot1}}{\omega_{rouem}} = -\frac{Z_5 Z_{4-3} Z_{3-2}}{Z_{4-5} Z_{3-4} Z_2} = -k$

Donc comme l'avion se déplace en ligne droite on trouve :

$$\omega_{mot1} = \omega_{mot2} = k \frac{V(t)}{R}$$

Question 3 - Lors du taxiage, le CdCF donne une vitesse maxi de l'avion par rapport à la piste de 20 kts = 20 nœuds (1 nœud = 1,852 km.h<sup>-1</sup>), calculer la vitesse de rotation maxi des moteurs en tr.min<sup>-1</sup>.

$$(\omega_{mot1})_{maxi} = (\omega_{mot2})_{maxi} = k \frac{V_{maxi}}{R}$$

A.N. :

Sachant que k = 53 ; R = 0,55 m et V<sub>maxi</sub> = 20 kts.

$$(\omega_{mot1})_{maxi} = (\omega_{mot2})_{maxi} = 53 \times \frac{20 \times 1,852}{0,55 \times 3,6} \times \frac{30}{\pi} \approx 9467,9 \text{ tr.min}^{-1}$$

Question 4 - En supposant qu'il y a roulement sans glissement en A<sub>1</sub> et A<sub>2</sub> entre les roues motorisées et la piste, déterminer l'expression des vitesses de rotation ( $\omega_{mot1}$  et  $\omega_{mot2}$ ) à imposer aux moteurs M1 et M2 en fonction de R, k, V(t), L<sub>2</sub>, L<sub>3</sub> et  $\theta(t)$ .

Le mouvement de l'avion par rapport à la piste est un mouvement plan, on définit le point I (appelé Centre Instantané de Rotation de l'avion/piste) tel que :  $\vec{V}(I, avion/piste) = \vec{0}$  donc :

$$\vec{V}(E, avion/piste) = \omega_{avion/piste} \vec{z}_a \wedge \vec{IE}$$

De plus  $\vec{V}(E, avion/piste) = V(t) \vec{y}_a$  et  $\vec{IE} = Rvm \vec{x}_a$

Alors  $\omega_{avion/piste} = \frac{V(t)}{Rvm}$

Et  $\vec{V}(C_1, avion/piste) = \frac{V(t)}{Rvm} (Rvm + L_3) \vec{y}_a$

$$\vec{V}(C_2, avion/piste) = \frac{V(t)}{Rvm} (Rvm - L_3) \vec{y}_a$$

Roulement sans glissement entre la roue motorisée et la piste en A<sub>1</sub> donc :

$$\vec{V}(A_1, roue motorisée/piste) = \vec{0}$$

$$\vec{V}(A_1, roue motorisée/avion) + \vec{V}(A_1, avion/piste) = \vec{0}$$

Alors  $R \omega_{rouem1} \vec{y}_a + \vec{V}(C_1, avion/piste) = \vec{0}$

De plus  $\tan\theta = \frac{L_2}{Rvm}$

Et 
$$\frac{\omega_{\text{mot1}}}{\omega_{\text{rouem1}}} = -k$$

Donc on trouve :

$$\omega_{\text{mot1}} = \frac{k V(t)}{R} \left( 1 + \frac{L_3}{L_2} \tan\theta \right)$$

Avec la même démarche on trouve :

$$\omega_{\text{mot2}} = \frac{k V(t)}{R} \left( 1 - \frac{L_3}{L_2} \tan\theta \right)$$

Question 5 - Le CdCF impose  $(Rvm)_{\text{mini}} = L_3$  c'est-à-dire que l'avion doit pouvoir tourner autour du point  $A_2$  ou du point  $A_1$ , en déduire les expressions de  $\omega_{\text{mot1}}$  et  $\omega_{\text{mot2}}$ .

Rotation autour du point  $A_2$  donc :

$$\omega_{\text{mot1}} = \frac{2k V(t)}{R}$$

et

$$\omega_{\text{mot2}} = 0$$

## Deuxième partie – Étude de la motorisation

Question 6 - En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique en  $A$  à l'avion, déterminer l'ensemble des équations scalaires.

On isole l'avion.

Inventaire des actions mécaniques extérieures exercées sur l'avion :

- L'action de la piste sur les deux roues motorisées :

$$\{T(\text{piste} \rightarrow \text{roues motorisées})\} = 2 \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{p \rightarrow RM} = T_1 \vec{y}_a + N_1 \vec{z}_a \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$$

- L'action de la piste sur les deux roues non motorisées :

$$\{T(\text{piste} \rightarrow \text{roue non motorisée})\} = 2 \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{p \rightarrow RNM} = N_1 \vec{z}_a \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$$

- L'action de la piste sur le train avant :

$$\{T(\text{piste} \rightarrow \text{train avant})\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{p \rightarrow TA} = N_2 \vec{z}_a \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B$$

- La résistance au roulement des pneumatiques due à leur déformation :

$$\{T(\text{résistance au roulement} \rightarrow \text{avion})\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{RR} = -C_{RR} M \vec{y}_a \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B$$

- L'action de la pesanteur sur l'avion :

$$\{T(\text{piste} \rightarrow \text{train avant})\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{\text{pesanteur} \rightarrow \text{avion}} = -M g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$$

Application du Principe Fondamental de la Dynamique à l'avion en A :

$$\{T(\overline{\text{avion}} \rightarrow \text{avion})\} = \{D(\overline{\text{avion}} / Rg)\} \quad \text{avec } Rg = R_0 = R_p$$

Le mouvement de l'avion par rapport à la piste est une translation rectiligne et l'inertie de tous les

solides en rotation est négligée, alors  $\{D(\overline{\text{avion}} / Rg)\} = \left\{ \begin{array}{l} M \gamma \vec{y}_a \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$ .

Théorème de la résultante dynamique :

$$2 T_1 \vec{y}_a + 4 N_1 \vec{z}_a + N_2 \vec{z}_a - C_{RR} M \vec{y}_a - M g \vec{z}_0 = M \gamma \vec{y}_a$$

Donc on obtient les équations scalaires suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 T_1 - C_{RR} M - M g \sin \alpha = M \gamma \\ 4 N_1 + N_2 - M g \cos \alpha = 0 \end{array} \right.$$

Théorème du moment dynamique en A en projection sur  $\vec{x}_a$  :

$$(\overline{AB} \wedge N_2 \vec{z}_a) \bullet \vec{x}_a + (\overline{AG} \wedge (-M g \vec{z}_0)) \bullet \vec{x}_a = (\overline{AG} \wedge M \gamma \vec{y}_a) \bullet \vec{x}_a$$

$$(L_2 \vec{y}_a \wedge N_2 \vec{z}_a) \bullet \vec{x}_a + ((L_1 \vec{y}_a + h \vec{z}_a) \wedge (-M g \vec{z}_0)) \bullet \vec{x}_a = ((L_1 \vec{y}_a + h \vec{z}_a) \wedge M \gamma \vec{y}_a) \bullet \vec{x}_a$$

$$L_2 N_2 - M g L_1 \cos \alpha + M g h \sin \alpha = -M \gamma h$$

Question 7 - En déduire l'expression littérale :

a) De l'effort tangentiel  $T_1$  en fonction de  $M$ ,  $g$ ,  $\alpha$ ,  $C_{RR}$  et  $\gamma$ .

$$T_1 = \frac{M}{2} (\gamma + g \sin \alpha + C_{RR})$$

b) De l'effort normal  $N_2$  en fonction de  $M$ ,  $g$ ,  $\alpha$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $h$  et  $\gamma$ .

$$N_2 = \frac{M}{L_2} (g L_1 \cos \alpha - \gamma h - g h \sin \alpha)$$

c) De l'effort normal  $N_1$  en fonction de  $M$ ,  $g$ ,  $\alpha$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $h$  et  $\gamma$ .

$$4 N_1 = -\frac{M}{L_2} (g L_1 \cos \alpha - \gamma h - g h \sin \alpha) + M g \cos \alpha \quad N_1 = \frac{M}{4} \left( \left( 1 - \frac{L_1}{L_2} \right) g \cos \alpha + \frac{h}{L_2} (\gamma + g \sin \alpha) \right)$$

Question 8 - Déterminer la relation entre  $N_1$  et  $T_1$  garantissant l'adhérence entre les roues motorisée et le sol. En déduire la relation entre  $f_0$ ,  $g$ ,  $\alpha$ ,  $C_{RR}$ ,  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $h$  et  $\gamma$ .

Loi de Coulomb, il y aura adhérence si on vérifie :  $\left| \frac{T_1}{N_1} \right| < f_0$

Soit  $\left| \frac{2 L_2 (\gamma + g \sin \alpha + C_{RR})}{(L_2 - L_1) g \cos \alpha + h (\gamma + g \sin \alpha)} \right| < f_0$

Sachant que la pente de la piste est au maximum de 1,5%, l'adhérence est-elle garantie pour les différents cas définis ci-dessous ?

A.N. :  $M = 79000 \text{ kg}$  ;  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$  ;  $C_{RR} = 0,07 \text{ N.kg}^{-1}$  ;  $L_1 = 1,5 \text{ m}$  ;  $L_2 = 12,7 \text{ m}$  et  $h = 4 \text{ m}$ .

Pente maximum de 1,5% donc  $\alpha = \arctan(0,015) \approx 0,86^\circ$

Accélération :  $\gamma = \frac{5,14}{20} = 0,257 \text{ m.s}^{-2}$

Donc

$$\left| \frac{2 L_2 (\gamma + g \sin \alpha + C_{RR})}{(L_2 - L_1) g \cos \alpha + h (\gamma + g \sin \alpha)} \right| = \left| \frac{2 \times 12,7 \times (0,257 + 9,81 \times \sin(0,86^\circ) + 0,07)}{(12,7 - 1,5) \times 9,81 \times \cos(0,86^\circ) + 4 \times (0,257 + 9,81 \times \sin(0,86^\circ))} \right|$$

$$\left| \frac{2 L_2 (\gamma + g \sin \alpha + C_{RR})}{(L_2 - L_1) g \cos \alpha + h (\gamma + g \sin \alpha)} \right| \approx 0,108$$

Pour le cas 1 ( $f_0 = 0,5$ ) et le cas 2 ( $f_0 = 0,3$ ) on vérifie bien  $\left| \frac{T_1}{N_1} \right| < f_0$  donc l'adhérence est garantie.

Pour le cas 3 ( $f_0 = 0,1$ ) l'adhérence n'est pas garantie car  $\left| \frac{T_1}{N_1} \right| > f_0$ .

Question 9 - Le rapport des vitesses de rotation du rotor du moteur électrique et de la roue motorisée est défini par :  $k = \left| \frac{\omega_{mot}}{\omega_{rouem}} \right| = 53$ . En précisant votre démarche, montrer que la relation littérale définissant le couple «  $C_{mot}$  » de chaque moteur est :  $C_{mot} = \frac{RM}{2k} (\gamma + g \sin \alpha + C_{RR})$ .

On isole une roue motorisée

Inventaire des actions mécaniques extérieures exercées sur la roue motorisée :

- L'action de la piste sur la roue motorisée :

$$\{T(\text{piste} \rightarrow \text{roue motorisée})\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{p \rightarrow RM} = T_1 \vec{y}_a + N_1 \vec{z}_a \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$$

- L'action de 4 sur la roue motorisée :  $\{T(4 \rightarrow \text{roue motorisée})\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{4 \rightarrow RM} \\ C_{\text{rouem}} \vec{x}_a \end{array} \right\}_C$
- L'action de 1 sur la roue motorisée :

$$\{T(1 \rightarrow \text{roue motorisée})\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{1 \rightarrow RM} \\ \vec{M}(C, 1 \rightarrow RM) \end{array} \right\}_C \text{ avec } \vec{M}(C, 1 \rightarrow RM) \bullet \vec{x}_a = 0$$

Les inerties et les masses des solides en rotation sont négligées.

Théorème du moment dynamique en A en projection sur  $\vec{x}_a$  :

$$(\vec{CA} \wedge (T_1 \vec{y}_a + N_1 \vec{z}_a)) \bullet \vec{x}_a + C_{\text{rouem}} = \vec{\delta}(C, \text{roue motorisée } R_0) \bullet \vec{x}_a$$

$$(-R \vec{z}_a \wedge (T_1 \vec{y}_a + N_1 \vec{z}_a)) \bullet \vec{x}_a + C_{\text{rouem}} = 0$$

$$C_{\text{rouem}} = -R T_1 \quad \text{or} \quad T_1 = \frac{M}{2} (\gamma + g \sin \alpha + C_{RR})$$

$$\text{Donc } C_{\text{rouem}} = -\frac{RM}{2} (\gamma + g \sin \alpha + C_{RR})$$

Les inerties et les masses des solides en rotation sont négligées, les solides en rotation sont équilibrés et les liaisons sont supposées parfaites donc :  $C_{\text{mot}} \omega_{\text{mot}} = C_{\text{rouem}} \omega_{\text{rouem}}$ .

$$\text{On a aussi : } \frac{\omega_{\text{mot}}}{\omega_{\text{rouem}}} = -k.$$

$$\boxed{C_{\text{mot}} = \frac{RM}{2k} (\gamma + g \sin \alpha + C_{RR})}$$

Remarque :

Pour retrouver cette relation, on peut aussi appliquer le théorème de l'énergie cinétique (énergie-puissance) à l'ensemble *avion* dans son mouvement par rapport à la piste.

$$\frac{d E_C(\text{avion}/R_p)}{dt} = P(\text{avion} \rightarrow \text{avion}/R_p) + P_{\text{int}}$$

Avec  $\frac{d E_C(\text{avion}/R_p)}{dt} = M V(t) \gamma$  car les inerties des solides en rotation sont négligées.

Les liaisons sont supposées parfaites, donc :

$$P(\overline{\text{avion}} \rightarrow \text{avion}/R_p) + P_{\text{int}} = -M g \sin \alpha V(t) - C_{RR} V(t) + 2 C_{\text{mot}} \omega_{\text{mot}}(t)$$

Or  $\omega_{\text{mot}} = k \frac{V(t)}{R}$  donc le TEC donne :  $M V(t) \gamma = -M g \sin \alpha V(t) - C_{RR} V(t) + 2 C_{\text{mot}} k \frac{V(t)}{R}$

On obtient : 
$$C_{\text{mot}} = \frac{R M}{2 k} (\gamma + g \sin \alpha + C_{RR})$$

Question 10 - On rappelle que la pente de la piste est au maximum de 1,5 %, calculer le couple moteur maximum  $(C_{\text{mot}})_{\text{Maxi}}$  pour chaque moteur. En déduire la puissance  $P_{\text{max}}$  du moteur.

A.N. :  $M = 79000 \text{ kg}$  ;  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$  ;  $C_{RR} = 0,07 \text{ N.kg}^{-1}$  ;  $\alpha \approx 0,86^\circ$  ;  $\gamma = 0,257 \text{ m.s}^{-2}$

et  $R = 0,55 \text{ m}$

$$(C_{\text{mot}})_{\text{Maxi}} = \frac{0,55 \times 79 \times 10^3 \times (0,257 + 9,81 \times \sin(0,86^\circ) + 0,07)}{2 \times 53}$$

$$(C_{\text{mot}})_{\text{Maxi}} \approx 194,35 \text{ N.m}$$

Pour le profil de vitesse donné on a :  $(\omega_{\text{mot}})_{\text{Maxi}} = 53 \frac{5,14}{0,55} = 496,27 \text{ rad.s}^{-1}$

Donc la puissance maxi du moteur est :  $P_{\text{Max}} = (C_{\text{mot}})_{\text{Maxi}} (\omega_{\text{mot}})_{\text{Maxi}} \approx 96,45 \text{ kW}$

Question 11 - Déterminer la durée  $t_f - t_2$ , qui correspond à la phase de décélération, afin de limiter le couple moteur  $C_{\text{mot}}$  à  $+10 \text{ Nm}$ .

Avec la restriction  $\alpha = 0$ , le couple moteur a pour expression :

$$C_{\text{mot}} = \frac{R M}{2 k} (\gamma + C_{RR}) \Rightarrow \gamma = \frac{2 k}{R M} C_{\text{mot}} - C_{RR}$$

Pour  $t \in [t_2, t_f]$ , on substitue à l'accélération le rapport des accroissements finis de la vitesse et du temps :

$$\gamma = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2 k}{R M} C_{\text{mot}} - C_{RR}$$

Soit : 
$$\Delta t = \frac{\Delta v}{\frac{2 k}{R M} C_{\text{mot}} - C_{RR}}$$

A.N. :  $R = 0,55 \text{ m}$ ,  $M = 79000 \text{ kg}$ ,  $C_{RR} = 0,07 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$ ,  $k = 53$

$$\Delta t = - \frac{5,14}{\frac{2 \times 53}{0,55 \times 79000} \times 10 - 0,07} = 112,7 \text{ s} \approx 1,88 \text{ mn}$$

Question 12 - Pour le profil de vitesse proposé sur la figure 5, tracer l'évolution du point de fonctionnement  $c_{\text{mot}} = f(\omega_{\text{mot}})$  d'un moteur.

Compléter le document DR1 en précisant bien les valeurs puissance, couple et vitesse aux points caractéristiques et commentez.

Temps(s)	$C_{mot}(Nm)$	$\omega_{mot} = \frac{k}{R}V(rd/s)$
$[0, \dots, t_1[$	134	-
$[t_1, \dots, t_2[$	28,7	495
$[t_2, \dots, t_f]$	10	-

$$t_f = 10 \text{ min}$$

Cf. DR1 pour l'évolution du point de fonctionnement et ses valeurs remarquables.

Question 13 - Calculer le couple thermique  $c_{th}$ , l'équilibre thermique de la machine est-il assuré ?

Le couple équivalent thermique est défini par l'expression :  $c_{th} = \sqrt{\frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} c_{mot}^2(t) dt}$ .

Il est assuré lorsque les deux conditions suivantes sont satisfaites (Cf. DR1) :

- Le couple ( $c_{th}, \omega_{moy}$ ) se situe dans la zone du plan couple-vitesse délimitée par la frontière 1.
- L'évolution du point de fonctionnement ( $c_{mot}, \omega_{mot}$ ) reste confiner à l'intérieur de la zone délimitée 2.

Remarque : il n'est pas demandé de calculer explicitement la vitesse moyenne  $\omega_{moy}$ . On cherche simplement à localiser le couple ( $c_{th}, \omega_{moy}$ ).

$$c_{th}^2 = \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} c_{mot}^2(t) dt = \frac{1}{t_f} \left[ \int_0^{t_1} c_{mot}^2(t) dt + \int_{t_1}^{t_2} c_{mot}^2(t) dt + \int_{t_2}^{t_f} c_{mot}^2(t) dt \right]$$

$$\Rightarrow c_{th}^2 = \frac{1}{t_f} \left[ c_{mot[0, \dots, t_1]}^2 t_1 + c_{mot[t_1, \dots, t_2]}^2 (t_2 - t_1) + c_{mot[t_2, \dots, t_f]}^2 (t_f - t_2) \right]$$

$$AN : \quad c_{th}^2 = \frac{1}{600} [134^2 \times 20 + 29^2 \times (600 - 20 - 112,7) + 10^2 \times 112,7]$$

$$c_{th} = 35,66 \text{ Nm}$$

Les deux conditions sont réunies. En conséquence, l'équilibre thermique de la machine est assuré.

Question 14 - Au regard des résultats obtenus et des contraintes imposées par le cahier des charges, une motorisation « standard » peut-elle convenir ou faut-il développer un produit spécifique ?

Les contraintes sont extraites du diagramme partiel des exigences :

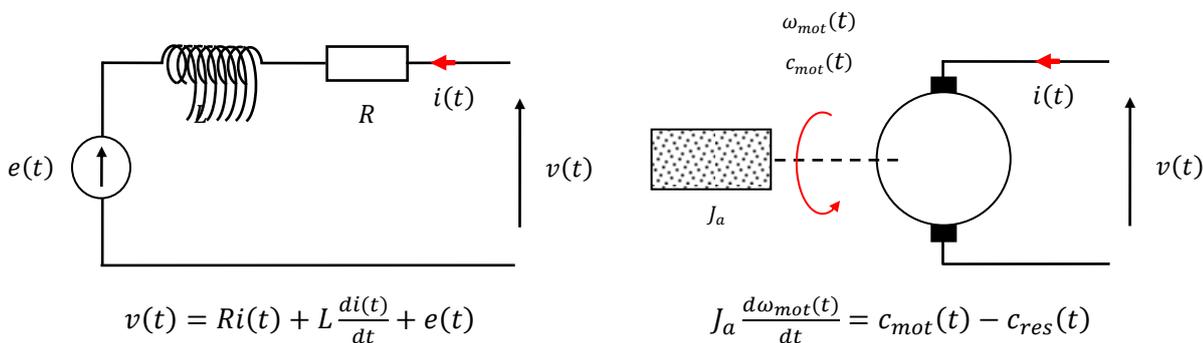
- 1- La masse d'un moteur ne doit pas dépasser 120 kg.
- 2- L'EGTS doit s'intégrer aux trains principaux en minimisant l'encombrement .
- 3- Le couple retenu est de 134 Nm. Le couple de décollage ainsi que les aspects dynamiques ne sont pas considérés.

TIPO MOTORE MOTOR TYPE	simbolo symbol	u. mis. u. m.	B26S			B26M			B26L			B26G		
Tensione di alimentazione azionamento Drive operating voltage			400V											
Coppia a rotore bloccato 100K Δt Continuous stall torque 100K Δt	To	Nm	122	120	121	232	236	231	338	338	337	442	442	445
Coppia a rotore bloccato 65K Δt Continuous stall torque 65K Δt	To	Nm	99	97	97	187	190	186	273	273	272	356	356	359
Velocità nominale Rated Speed	n	RPM	1000	2000	3000	1000	2000	3000	1000	2000	3000	1000	2000	3000
Potenza alla velocità nominale 100K Δt Power at rated speed 100K Δt	Pn	W	12810	24453	35168	23835	46189	62800	34230	64372	86350	44205	82137	108330
Coppia alla velocità nominale 100K Δt Torque at rated speed 100K Δt	Tn	Nm	122	117	112	227	221	200	326	308	275	411	393	345
Coppia di picco con S.I.R. 10% Peak torque with S.I.R. 10%	Tpk	Nm	333	333	333	638	638	638	931	931	931	1241	1214	1214
Inerzia rotorica Rotor Inertia	Jm	mKgm <sup>2</sup>	22,0	22,0	22,0	36,0	36,0	36,0	49,0	49,0	49,0	63,0	63,0	63,0
Inerzia rotorica (motore con freno) Rotor Inertia ( motor with brake )	Jmb	mKgm <sup>2</sup>	30,1	30,1	30,1	44,1	44,1	44,1	62,0	62,0	62,0	76,0	76,0	76,0
Accelerazione rif. alla coppia di picco Acceleration at peak torque	apk	rad/s <sup>2</sup>	15149	15149	15149	17733	17733	17733	19007	19007	19007	19271	19271	19271
Accelerazione rif. alla coppia di picco (motore con freno) Acceleration at peak torque ( motor with brake )	apkb	rad/s <sup>2</sup>	11000	11000	11000	14400	14400	14400	15000	15000	15000	16000	16000	16000
Massa Weight	M	Kg	55	55	55	85	85	85	116	116	116	146	146	146
Massa con freno Weight with brake	Mb	Kg	85	85	85	115	115	115	151	151	151	181	181	181

Les valeurs encadrées rendent éligible la motorisation pour le paramètre considéré. Une motorisation « sur étagère » existe, le problème porte sur les aspects dimensionnels qui sont incompatibles avec les contraintes imposées par l'expression du besoin. Ainsi, les machines qui ont pour référence B26M et B26L ont une longueur respective de 577 et 684 mm. La motorisation est un des éléments de la chaîne de transmission à laquelle il faut ajouter un étage de réduction, un embrayage et un élément qui assure la liaison mécanique avec la roue de l'avion. L'ensemble est placé entre les deux roues du train d'atterrissage principal qui ont un rayon de 0,55 m. Le volume disponible ne permet pas d'intégrer un produit standard. En conséquence, un développement spécifique s'impose.

### Troisième partie – Étude de l'asservissement

Question 15 - Ecrire l'équation de la maille du modèle électrique ainsi que l'équation mécanique appliquée au modèle linéaire de la machine représenté sur la **figure 7**.



Equations de liaisons :  $e(t) = K\omega_{mot}(t)$  et  $c_{mot}(t) = Ki(t)$

Question 16 - A partir des relations établies précédemment, exprimer  $I(p)$  tel que :

$$I(p) = H_1(p)V(p) + H_2(p)C_{res}(p)$$

- Montrer que les fonctions de transfert  $H_1(p)$  et  $H_2(p)$  ont les expressions canoniques suivantes :

$$H_1(p) = H_0 \frac{p}{\omega_1} \frac{\omega_n^2}{(p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2)} \text{ avec : } \omega_n^2 = \frac{K^2}{LJ_a}, \quad \omega_1 = \frac{K^2}{RJ_a}, \quad \xi = \frac{1}{2} \frac{R}{K} \sqrt{\frac{J_a}{L}} \text{ et } H_0 = \frac{1}{R}$$

et

$$H_2(p) = \frac{1}{K} \frac{\omega_n^2}{(p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2)}$$

$$\begin{cases} v(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} V(p) = (R + Lp)I(p) + E(p) \\ J_a \frac{d\Omega_{mot}(t)}{dt} = c_{mot}(t) - c_{res}(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} J_a p \Omega_{mot}(p) = C_{mot}(p) - C_{res}(p) \\ e(t) = K\omega_{mot}(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} E(p) = K\Omega_{mot}(p) \\ c_{mot}(t) = Ki(t) \xrightarrow{\mathcal{L}} C_{mot}(p) = KI(p) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} I(p) = \frac{V(p) - E(p)}{R + Lp} \\ E(p) = K\Omega_{mot}(p) \\ \Omega_{mot}(p) = \frac{KI(p) - C_{res}(p)}{J_a p} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} I(p) = \frac{V(p) - K\Omega_{mot}(p)}{R + Lp} \\ et \\ \Omega_{mot}(p) = \frac{KI(p) - C_{res}(p)}{J_a p} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I(p) = \frac{1}{R + Lp} V(p) - \frac{K}{R + Lp} \Omega_{mot}(p) = \frac{1}{R + Lp} V(p) - \frac{K^2}{J_a p(R + Lp)} I(p) + \frac{K}{J_a p(R + Lp)} C_{res}(p)$$

$$\Rightarrow \left[ 1 + \frac{K^2}{J_a p(R + Lp)} \right] I(p) = \frac{1}{R + Lp} V(p) + \frac{K}{J_a p(R + Lp)} C_{res}(p)$$

$$\Rightarrow I(p) = \frac{J_a p}{K^2 + RJ_a p + LJ_a p^2} V(p) + \frac{K}{K^2 + RJ_a p + LJ_a p^2} C_{res}(p)$$

$$\text{soit : } I(p) = \frac{1}{R} \frac{p}{\frac{K^2}{RJ_a} + \frac{R}{L} p + p^2} \frac{\frac{K^2}{LJ_a}}{\frac{K^2}{LJ_a} + \frac{R}{L} p + p^2} V(p) + \frac{1}{K} \frac{\frac{K^2}{LJ_a}}{\frac{K^2}{LJ_a} + \frac{R}{L} p + p^2} C_{res}(p)$$

Par identification :

$$H_1(p) = \frac{1}{R} \frac{p}{\frac{K^2}{RJ_a} + \frac{R}{L} p + p^2} \frac{\frac{K^2}{LJ_a}}{\frac{K^2}{LJ_a} + \frac{R}{L} p + p^2} \quad H_2(p) = \frac{1}{K} \frac{\frac{K^2}{LJ_a}}{\frac{K^2}{LJ_a} + \frac{R}{L} p + p^2}$$

Nous vérifions bien que :  $H_0 = \frac{1}{R}$ ,  $\omega_n^2 = \frac{K^2}{LJ_a}$ ,  $\omega_1 = \frac{K^2}{RJ_a}$  et l'amortissement  $\xi = \frac{1}{2} \frac{R}{K} \sqrt{\frac{J_a}{L}}$

AN :  $H_0 \cong 143 \Omega^{-1}$ ,  $\omega_n \cong 0,158 \text{ rd/s}$ ,  $\omega_1 \cong 0,01 \text{ rd/s}$  et l'amortissement  $\xi \cong 7,37$

- Conclure quant au comportement du système, est-il sur ou sous-amorti ?

$\xi > 1$ , le système est sur amorti.

Question 17 - Exprimer la fonction de transfert en boucle fermée  $H_{cons}(p) = \frac{I(p)}{I_{cons}(p)}$  pour  $C_{res}(p) = 0$ .

- Montrer qu'elle peut s'écrire sous la forme suivante :

$$H_{cons}(p) = \frac{I(p)}{I_{cons}(p)} = k_{cons} \frac{p}{\omega_1} \frac{\omega_n^2}{(p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2)}$$

Avec la restriction  $C_{res}(p) = 0$  et les hypothèses, nous avons :  $\begin{cases} I(p) = H_1(p)V(p) \\ V(p) = k_c(I_{cons}(p) - k_i I(p)) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow I(p) = k_c H_1(p) (I_{cons}(p) - k_i I(p))$$

$$\Rightarrow I(p) (1 + k_i k_c H_1(p)) = k_c H_1(p) I_{cons}(p) \Leftrightarrow \frac{I(p)}{I_{cons}(p)} = \frac{k_c H_1(p)}{1 + k_i k_c H_1(p)}$$

$$\text{Soit : } \frac{I(p)}{I_{cons}(p)} = \frac{H_0 k_c \frac{p}{\omega_1 \omega_n^2 + 2\xi \omega_n p + p^2}}{1 + H_0 k_c k_i \frac{p}{\omega_1 \omega_n^2 + 2\xi \omega_n p + p^2}} = \frac{H_0 k_c}{k_{cons}} \frac{p}{\omega_1 p^2 + 2 \underbrace{\left( \xi + \frac{1}{2} H_0 k_c k_i \frac{\omega_n}{\omega_1} \right)}_{\xi'} \omega_n p + \omega_n^2}$$

$$H_{cons}(p) = \frac{I(p)}{I_{cons}(p)} = \frac{H_0 k_c}{k_{cons}} \frac{p}{\omega_1 p^2 + 2 \underbrace{\left( \xi + \frac{1}{2} H_0 k_c k_i \frac{\omega_n}{\omega_1} \right)}_{\xi'} \omega_n p + \omega_n^2}$$

- Vous préciserez la valeur du gain  $k_{cons}$  ainsi que l'amortissement en boucle fermée  $\xi'$ .  
Par identification, nous avons :

$$\begin{cases} \xi' = \xi + \frac{1}{2} H_0 k_c k_i \frac{\omega_n}{\omega_1} \\ k_{cons} = H_0 k_c \end{cases}$$

Question 18 - Représenter la fonction de transfert  $H_{cons}(p)$  en module et en phase dans le plan de Bode. Compléter le document réponse **DR2**.

$$\text{AN : } \begin{cases} H_0 = 143 \Omega^{-1} \\ k_i = 10^{-4} \\ k_c = 10^3 \text{ V/A} \\ \omega_n = 0,158 \text{ rd/s} \\ \omega_1 = 0,01 \text{ rd/s} \\ \xi = 7,37 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \xi' = \xi + \frac{1}{2} H_0 k_c k_i \frac{\omega_n}{\omega_1} \cong 120 \\ k_{cons} = H_0 k_c \cong 103 \text{ dB} \\ \omega_n = 0,158 \text{ rd/s} \end{cases}$$

Le système est fortement sur amorti, en conséquence nous avons deux racines réelles stables  $p_1, p_2$  et un mode dominant.

$$p_1 = -\xi' \omega_n - \omega_n \sqrt{\xi'^2 - 1} \cong -2\xi' \omega_n$$

$$p_2 = -\xi' \omega_n + \xi' \omega_n \sqrt{1 - \frac{1}{\xi'^2}} \cong -\xi' \omega_n + \xi' \omega_n \left( 1 - \frac{1}{2\xi'^2} \right) + \mathcal{O}(\xi'^{-2}) \cong -\frac{\omega_n}{2\xi'}$$

$$\text{AN : } p_1 \cong -2\xi' \omega_n = -38 \text{ et } p_2 \cong -\frac{\omega_n}{2\xi'} = -6,6 \times 10^{-4}$$

$$H_{cons}(p) = k_{cons} \frac{p}{\omega_1} \frac{\omega_n^2}{\left( p + 2\xi' \omega_n \right) \left( p + \frac{\omega_n}{2\xi'} \right)} = k_{cons} \frac{p}{\omega_1} \frac{1}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$$

$$\begin{cases} \tau_1 = \frac{2\xi'}{\omega_n} \cong 1519 \text{ s} \\ \tau_2 = \frac{1}{2\xi' \omega_n} \cong 26 \text{ ms} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \omega_{c1} = \frac{\omega_n}{2\xi'} \cong 6,6 \times 10^{-4} \text{ rd/s} \\ \omega_{c2} = 2\xi' \omega_n \cong 38 \text{ rd/s} \end{cases}$$

Cf. DR2 pour la représentation du lieu de transfert dans le plan de Bode.

Question 19 - Montrer que dans ces conditions la fonction de transfert  $H_{cons}(p)$  admet la représentation asymptotique suivante :

$$H_{cons}(p) = \frac{I(p)}{I_{cons}(p)} \cong \frac{1}{k_i} \times \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_c}} \text{ avec } \omega_c = H_0 k_c k_i \frac{\omega_n^2}{\omega_1} = k_{cons} k_i \frac{\omega_n^2}{\omega_1}$$

La restriction du support spectral de la consigne est telle que  $\omega > \frac{\omega_n}{2\xi'} = \omega_{c1} = \frac{1}{\tau_1}$

En conséquence  $\omega\tau_1 > 1$  soit :  $H_{cons}(p) \cong k_{cons} \frac{\omega_{c1}}{\omega_1} \frac{1}{1+\tau_2 p}$

avec  $\xi' \cong \frac{1}{2} k_{cons} k_i \frac{\omega_n}{\omega_1} \Rightarrow \frac{1}{k_{cons} k_i} = \frac{\omega_n}{2\xi' \omega_1} = \frac{\omega_{c1}}{\omega_1}$  et  $\omega_{c2} = 2\xi' \omega_n = k_{cons} k_i \frac{\omega_n^2}{\omega_1} = \omega_c$

Nous retrouvons bien l'expression recherchée de la fonction de transfert pour  $\omega > \omega_{c1}$  :

$$H_{cons}(p) \cong \frac{1}{k_i} \times \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_c}}$$

Question 20 - Calculer  $I_{est}(p)$  en fonction des entrées  $I_{ref}(p)$  et  $\Omega_{mot}(p)$  ainsi que des constantes  $k_\Omega, k_1$  et  $\tau_3$ .

$$I_{est}(p) = k_1 \left\{ \frac{I_{ref}(p)}{\tau_3 p} - k_\Omega \Omega_{mot}(p) \right\}$$

Question 21 - A partir du précédent résultat et d'une équation supplémentaire sur les courants  $I_{ref}(p), I_{est}(p)$  et  $I_{cons}(p)$ , en déduire la relation entre  $I_{cons}(p), I_{est}(p)$  et  $\Omega_{mot}(p)$  et les constantes du système.

$$I_{cons}(p) = I_{ref}(p) + I_{est}(p) \Leftrightarrow I_{ref}(p) = I_{cons}(p) - I_{est}(p)$$

$$\Rightarrow I_{est}(p) = k_1 \left\{ \frac{I_{cons}(p) - I_{est}(p)}{\tau_3 p} - k_\Omega \Omega_{mot}(p) \right\}$$

$$\Leftrightarrow I_{est}(p) \left\{ 1 + \frac{k_1}{\tau_3 p} \right\} = \frac{k_1}{\tau_3 p} I_{cons}(p) - k_1 k_\Omega \Omega_{mot}(p)$$

Question 22 - Déduire des précédents résultats, la relation recherchée entre le courant  $I_{est}(p)$ , la vitesse  $\Omega_{mot}(p)$  et le couple  $C_{res}(p)$ .

Equation du modèle de la boucle de courant :

$$\Omega_{mot}(p) = \left\{ I_{cons}(p) \frac{K}{k_i} - C_{res}(p) \right\} \frac{1}{J_a p} \Leftrightarrow I_{cons}(p) = \left\{ J_a p \Omega_{mot}(p) + C_{res}(p) \right\} \frac{k_i}{K}$$

Avec l'équation précédente, nous avons la relation recherchée :

$$I_{est}(p) \left\{ 1 + \frac{k_1}{\tau_3 p} \right\} = \left\{ J_a \frac{k_1 k_i}{K \tau_3} - k_1 k_\Omega \right\} \Omega_{mot}(p) + \frac{k_1 k_i}{K \tau_3 p} C_{res}(p)$$

Question 23 - Montrer que pour  $\tau_3 = \frac{k_i J_a}{K k_\Omega}$ ,  $i_{est}(t)$  est une estimation linéaire du couple  $c_{res}(t)$ . On rappelle que  $H_{cons}(p) \cong \frac{1}{k_i}$ .

Pour  $J_a \frac{k_1 k_i}{K \tau_3} - k_1 k_\Omega = 0 \Rightarrow \tau_3 = \frac{k_i J_a}{K k_\Omega}$ ,

$$I_{est}(p) \left\{ 1 + \frac{k_1}{\tau_3 p} \right\} = \frac{k_1 k_i}{K \tau_3 p} C_{res}(p)$$

Soit :  $I_{est}(p) = \frac{k_i}{K} \frac{1}{1 + \frac{\tau_3}{k_1} p} C_{res}(p)$

- Donner l'expression de la fonction de transfert  $\frac{I_{est}(p)}{C_{res}(p)}$ .

$$\frac{I_{est}(p)}{C_{res}(p)} = \frac{k_i}{K} \frac{1}{1 + \frac{\tau_3}{k_1} p}$$

Question 24 - Discuter des performances de l'architecture de commande proposée en la comparant à une commande sans estimateur du couple  $c_{res}(t)$  soit pour  $k_1 \rightarrow 0$ .

On vous demande, dans cette question, de faire une synthèse qualitative des performances de la commande.

- Commande sans estimateur du couple  $c_{res}(t)$  soit pour  $k_1 \rightarrow 0$

L'expression de la vitesse, dans le domaine transformé, a pour expression :

$$\Omega_{mot}(p) = \frac{1}{1 + \frac{\tau_3}{k_G} p} \times \left( \Omega_{ref}(p) - \frac{k_i}{K k_G k_\Omega} \times C_{res}(p) \right)$$

⇒ erreur de vitesse en régime établi.

- Commande avec estimateur du couple  $c_{res}(t)$

$$\Omega_{mot}(p) = \frac{1}{1 + \frac{\tau_3}{k_G} p} \times \left( \Omega_{ref}(p) - \frac{k_i}{K k_G k_\Omega} \times \frac{\frac{\tau_3}{k_1} p}{1 + \frac{\tau_3}{k_1} p} \times C_{res}(p) \right)$$

⇒ pas d'erreur de vitesse en régime établi.

⇒ L'action dérivée réduit les composantes BF de  $c_{res}(t)$ .

## Quatrième partie – Étude de l'embrayage

Question 25 - Déterminer l'inertie équivalente  $J_{eq}$  de l'ensemble {2, 3, 4} ramenée sur l'axe de rotation du solide 4 dans son mouvement par rapport à l'avion. Cette inertie équivalente sera exprimée en fonction de  $J_2, J_3, J_4$  et  $Z_i$ .

L'inertie équivalente de l'ensemble {2, 3, 4} ramenée sur l'axe de rotation du solide 4 :

$$J_{eq} = J_4 + J_3 \left( \frac{\omega_{3/1}}{\omega_{4/1}} \right)^2 + J_2 \left( \frac{\omega_{2/1}}{\omega_{4/1}} \right)^2 = J_4 + J_3 \left( \frac{Z_{4-3}}{Z_{3-4}} \right)^2 + J_2 \left( \frac{Z_{4-3} Z_{3-2}}{Z_{3-4} Z_2} \right)^2$$

Question 26 - Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble {2, 3, 4} et en déduire l'expression de  $F$  en fonction  $J_2, J_3, J_4, Z_i, R_{4-5}$  et  $\dot{\omega}_{roue}$ .

Le mouvement de l'avion par rapport à la piste est un mouvement de translation rectiligne uniforme par rapport à la piste. Donc le repère  $R_a$  lié à l'avion est un repère galiléen.

Théorème de l'énergie cinétique (énergie puissance) appliqué à l'ensemble  $\Sigma = \{2, 3, 4\}$  dans

son mouvement par rapport au repère galiléen  $R_a$  :  $\frac{d E_C(\Sigma/R_a)}{dt} = P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R_a) + \underbrace{P_{int}}_0$

On sait que :  $E_C(\Sigma/R_a) = \frac{1}{2} J_{eq} \omega_{4/1}^2$  donc  $\frac{d E_C(\Sigma/R_a)}{dt} = J_{eq} \omega_{4/1} \dot{\omega}_{4/1}$

Pour les puissances galiléennes des actions mécaniques extérieures exercées sur {2, 3, 4}.

$$P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R_a) = \underbrace{P(\text{pesanteur} \rightarrow \Sigma/R_a)}_0 + P(5 \rightarrow 4/R_a) + \underbrace{P(1 \rightarrow \Sigma/R_a)}_0$$

$$P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R_a) = \left\{ \begin{array}{l} \vec{R}_{5 \rightarrow 4-5} = F \vec{u} \\ \text{DL}_{45} \wedge F \vec{u} \end{array} \right\}_D \otimes \left\{ \begin{array}{l} \vec{\Omega}_{4/1} = \omega_{4/1} \vec{x}_a \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D$$

$$P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R_a) = (-R_{4-5} \vec{z}_a \wedge F \vec{u}) \bullet \omega_{4/1} \vec{x}_a = \omega_{4/1} R_{4-5} F \cos(20^\circ)$$

On obtient :  $J_{\text{eq}} \dot{\omega}_{4/1} = R_{4-5} F \cos(20^\circ)$  Remarque  $\dot{\omega}_{4/1} > 0$

De plus  $\left| \frac{\dot{\omega}_{4/1}}{\dot{\omega}_{\text{roue}}} \right| = \frac{Z_5}{Z_{4-5}}$

Alors  $F = \frac{J_{\text{eq}} \frac{Z_5}{Z_{4-5}} |\dot{\omega}_{\text{roue}}|}{R_{4-5} \cos(20^\circ)} = \frac{J_{\text{eq}} Z_5 |\dot{\omega}_{\text{roue}}|}{Z_{4-5} R_{4-5} \cos(20^\circ)}$

Or  $J_{\text{eq}} = J_4 + J_3 \left( \frac{Z_{4-3}}{Z_{3-4}} \right)^2 + J_2 \left( \frac{Z_{4-3} Z_{3-2}}{Z_{3-4} Z_2} \right)^2$

On obtient : 
$$F = \frac{J_4 + J_3 \left( \frac{Z_{4-3}}{Z_{3-4}} \right)^2 + J_2 \left( \frac{Z_{4-3} Z_{3-2}}{Z_{3-4} Z_2} \right)^2}{Z_{4-5} R_{4-5} \cos(20^\circ)} Z_5 |\dot{\omega}_{\text{roue}}|$$

Question 27 - Sachant que le module de l'engrenage pignon 4-5 et roue dentée 5 est de 4 mm. Calculer la valeur de F et conclure.

A.N. :  $J_2=0,0152 \text{ kg.m}^2$  ;  $J_3=0,013 \text{ kg.m}^2$  ;  $J_4=0,0561 \text{ kg.m}^2$  ;  $Z_2=20$  ;  $Z_{3-2}=79$  ;  $Z_{3-4}=21$  ;  $Z_{4-3} = 71$  ; ;  $Z_{4-5} = 32$  et  $Z_5=127$ .

$$|\dot{\omega}_{\text{roue}}| = \frac{1750 \times \frac{\pi}{30}}{0,1} = 1832,6 \text{ rad.s}^{-2}$$

$$R_{4-5} = \frac{m Z_{4-5}}{2} = \frac{4 \times 32}{2} = 64 \text{ mm}$$

$$J_{\text{eq}} = 0,0561 + 0,013 \times \left( \frac{71}{21} \right)^2 + 0,0152 \times \left( \frac{71 \times 79}{21 \times 20} \right)^2 = 2,92 \text{ kg.m}^2$$

$$F = \frac{J_{\text{eq}} Z_5 |\dot{\omega}_{\text{roue}}|}{Z_{4-5} R_{4-5} \cos(20^\circ)} \approx \frac{2,92 \times 127 \times 1832,6}{32 \times 64 \times 10^{-3} \times \cos(20^\circ)} \approx 352602 \text{ N}$$

Lors du « taxiage out », le couple maxi du moteur est d'environ 200 N.m, on obtient un effort dans l'engrenage 5/4-5 d'environ  $F_1 = 45000 \text{ N}$ .

A partir du résultat de cette question, on constate que l'effort dans l'engrenage 5/4-5 est très important, environ 8 fois  $F_1$ .

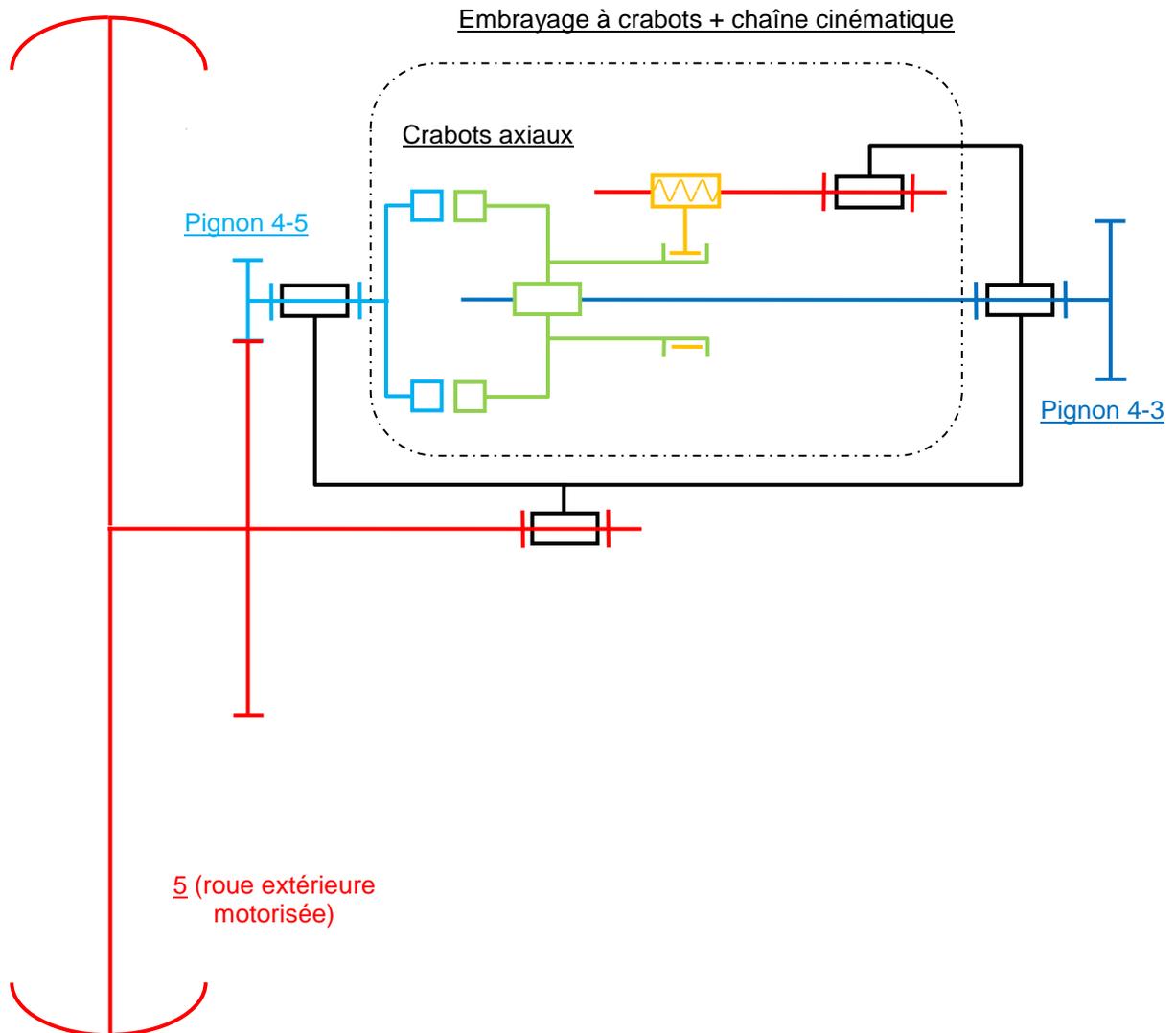
*Question 28 - A partir des résultats de la question précédente et des exigences du CdCF, justifier l'utilisation de l'embrayage placé entre le pignon 4-5 et la sortie du réducteur GB12.*

A partir du résultat de la question précédente, on constate que l'effort dans l'engrenage 5/4-5 est très important.

Donc pour réduire cet effort, il faut limiter le nombre de solides à mettre en rotation pour diminuer l'inertie équivalente  $J_{eq}$ .

De plus le CdCF impose de ne pas perturber la rotation de la roue lors des phases d'atterrissage et de décollage d'où l'utilisation d'un embrayage placé le plus près possible de la roue motorisée.

Question 29 - Recopier sur votre copie le schéma cinématique ci-dessous (**figure 13**) et le compléter en proposant un modèle cinématique de l'embrayage à crabot en position débrayée ainsi que la chaîne cinématique relative au déplacement du crabot-M.



## Cinquième partie - Études des infrastructures aéroportuaires.

**Question 30** - Sachant que la masse totale de l'avion est de  $79000\text{kg}$  et en utilisant les données de la **figure 14**, déterminer les efforts transmis à la piste par le train avant et les trains principaux d'un Airbus A320. Vous donnerez vos résultats en  $\text{kN}$ .

$$\text{Poids Airbus A320} \rightarrow 79000 \times 9,81 = 774990 \text{ N} \rightarrow 775 \text{ kN}$$

$$\text{Symétrie de l'avion} \rightarrow 775/2 = 387,5 \text{ kN}$$

$$\sum M_f / \text{train avant} = 0$$

$$387,5 \times 11,42 - F_{\text{train prin.}} \times 12,70 = 0$$

$$F_{\text{train prin.}} = 4425,3/12,70 = \underline{348,4 \text{ kN par train principal}}$$

$$\sum F / \bar{Y} = 0$$

$$348,4 - 387,5 + \frac{1}{2} \times F_{\text{att.av}} = 0$$

$$F_{\text{att.av.}} = 39,1 \times 2 = \underline{78,2 \text{ kN pour le train avant}}$$

**Question 31** - Calculer la répartition des charges en pourcentage entre le train avant et les trains principaux.

$$\text{Charge sur les trains principaux} : 348,4 \times 2 = 696,8 \text{ kN}$$

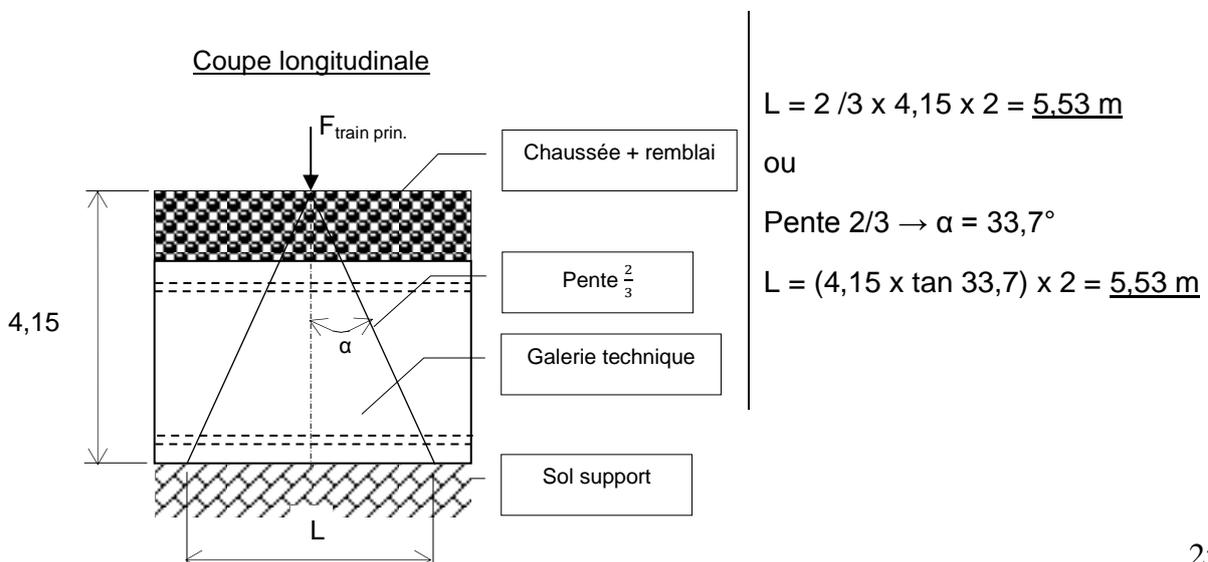
$$\text{En \%} : (696,8 / 775) \times 100 \approx \underline{90 \%}$$

$$\text{Charge sur le train avant} : 78,2 \text{ kN}$$

$$\text{En \%} : (78,2 / 775) \times 100 \approx \underline{10 \%}$$

**Question 32** - Lorsque un train principal est positionné au droit de la galerie technique, et en admettant que la diffusion de la charge se fait avec une pente de  $2/3$  dans les couches de chaussée et dans la structure en béton de la galerie technique, calculer la longueur de galerie diffusant la charge d'un train principal sur le sol support.

Le document **DT3** comporte les données ayant trait à l'architecture de la galerie technique.



Question 33 - En considérant que l'ensemble des charges s'appliquent sur l'axe de symétrie de la galerie technique.

Calculer la pression verticale appliquée sur le sol par le radier. L'étude sera conduite pour une longueur de galerie égale à 5,00 m. Le sol support est supposé élastique et le radier infiniment rigide.

Poids propre d'un mètre de galerie :

Surface vide pour plein :

$$2,400 \times 2,950 = 7,08 \text{ m}^2$$

$$\text{Surface vide : } 2,000 \times 2,450 = 4,90 \text{ m}^2$$

$$\text{Déduire : } 4 \text{ fois } (0,100 \times 0,100) / 2 = 0,02 \text{ m}^2$$

$$\text{Ensemble : } \frac{\quad}{4,88 \text{ m}^2}$$

$$\text{Reste : } 2,20 \text{ m}^2$$

$$\text{X 1 mètre} \quad 2,200 \text{ m}^3$$

$$\text{X poids propre B.A.} \quad 55 \text{ kN}$$

$$\text{Poids propre d'un mètre de chaussée : } 0,300 \times 2,400 \times 1,000 \times 25 = 18 \text{ kN}$$

$$\text{Poids propre d'un mètre de couche de forme : } 0,400 \times 2,400 \times 1,000 \times 19 = 18,3 \text{ kN}$$

$$\text{Poids propre d'un mètre de couche de remblai : } 0,500 \times 2,400 \times 1,000 \times 18 = 21,6 \text{ kN}$$

$$\text{Poids propre d'un mètre de réseaux} = 5 \text{ kN}$$

Résultante aux E.L.U. :

$$R = 1,35 \times [(55 + 18 + 18,3 + 21,6 + 5) \times 5] + (1,5 \times 350)$$

$$R = (1,35 \times 589,5) + (1,5 \times 350)$$

$$R = 795,8 + 525 = 1320,8 \text{ kN}$$

Calcul de la pression sur le sol :

$$q_{\text{sol}} = 1320,8 \cdot 10^{-3} / (2,40 \times 5,00) = \underline{0,11 \text{ MPa}}$$

**Question 34** - La contrainte ultime conduisant à la rupture du sol sous une fondation peut être évaluée à partir des résultats d'essais en laboratoire. Un essai de cisaillement à long terme (conditions drainées) à la boîte de Casagrande a été effectué sur le sol support. Calculer la contrainte ultime du sol.

Lecture sur la droite de Coulomb :

$$C' = 0,02 \text{ MPa}$$

$$\varphi' = 0,200/0,40 = 0,50 \rightarrow \varphi' = 26,6^\circ$$

Calcul de  $q_u$  :

$$\varphi' = 26,6^\circ \rightarrow \text{lecture sur les tableaux par interpolation linéaire}$$

$$N_\gamma = 11,69 ; N_c = 23,26 ; N_q = 12,66$$

Le radier de la galerie peut être assimilé à une semelle filante ( $L \approx \infty$ )

$$S_\gamma = 1 ; S_c = 1 ; S_q = 1$$

$$q_o = \sum_i h_i \cdot \gamma_i$$

$$q_o = (0,300 \times 25) + (0,400 \times 19) + (3,450 \times 18)$$

$$q_o = 7,50 + 7,60 + 62,10 = 77,20 \text{ kPa} \rightarrow 0,0772 \text{ MPa}$$

$$q_u = (0,5 \times 1 \times 18 \cdot 10^{-3} \times 2,40 \times 11,65) + (1 \times 0,02 \times 23,26) + (1 \times 0,0772 \times 12,66)$$

$$q_u = 0,251 + 0,465 + 0,977$$

$$\underline{q_u = 1,69 \text{ MPa}}$$

**Question 35** - En comparant votre résultat de la question 33 et celui de la question 34 et en incluant la notion de tassement, conclure sur la résistance du sol support.

Contrainte sur le sol :  $q_u = 0,11 \text{ MPa}$

Pour prendre en compte les tassements, si il n'y a pas d'étude spécifique, on estime  $q_d$  en prenant  $q_u / 2$ .

$$q_d \rightarrow 1,69 / 2 = 0,84 \text{ MPa}$$

$0,11 < 0,84 \text{ MPa} \rightarrow$  conclusion : les conditions de résistance et de tassement sont vérifiées.

**Question 36** - Justifier par le calcul les valeurs des pressions retenues sur les piedroits.

Donnée complémentaire : Les efforts de poussée étant repris par le radier et la dalle, le déplacement de l'ouvrage n'existe pas (paroi rigide). Le calcul de la poussée se fera avec le coefficient  $K_0$  (coefficient des terres au repos). La formule de Jaky donne une valeur de  $K_0$  en fonction de l'angle de frottement  $\varphi'$ .

Coefficient des terres au repos :

$$K_0 = 1 - \sin 38$$

$$K_0 = 0,38$$

Contrainte verticale en haut des piedroits :

$$\sigma'_v = \gamma_i \times h_i$$

$$\sigma'_v = (18 \times 0,500) + (19 \times 0,400) + (25 \times 0,300)$$

$$\sigma'_v = 9 + 7,6 + 7,5$$

$$\sigma'_v = 24,1 \text{ kPa}$$

Pression en haut des piedroits :

$$\sigma'_h = 0,38 \times 24,1 = 9,15 \text{ kPa} \rightarrow \text{Valeur arrondie à 10 kPa}$$

Contrainte verticale en en bas des piedroits :

$$\sigma'_v = \gamma_i \times h_i$$

$$\sigma'_v = (18 \times 3,450) + (19 \times 0,400) + (25 \times 0,300)$$

$$\sigma'_v = 62,1 + 7,6 + 7,5$$

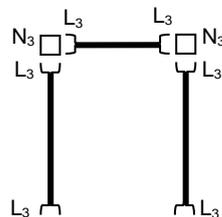
$$\sigma'_v = 77,2 \text{ kPa}$$

Pression en bas des piedroits :

$$\sigma'_h = 0,38 \times 77,2 = 29,3 \text{ kPa} \rightarrow \text{Valeur arrondie à 30 kPa}$$

Question 37 - Définir de façon rigoureuse, le degré d'hyperstaticité de la structure.

On se place dans un système plan, on décompose la structure en barres et en nœuds :



$$3 \times b + \sum N_i - \sum L_i$$

$$3 \times 3 + (2 \times 3) - (6 \times 3) = -3 \rightarrow \text{la structure est hyperstatique de degré 3.}$$

Question 38 - Calculer les inconnues de liaison verticale en A et en B.

Structure symétrique, symétriquement chargée :

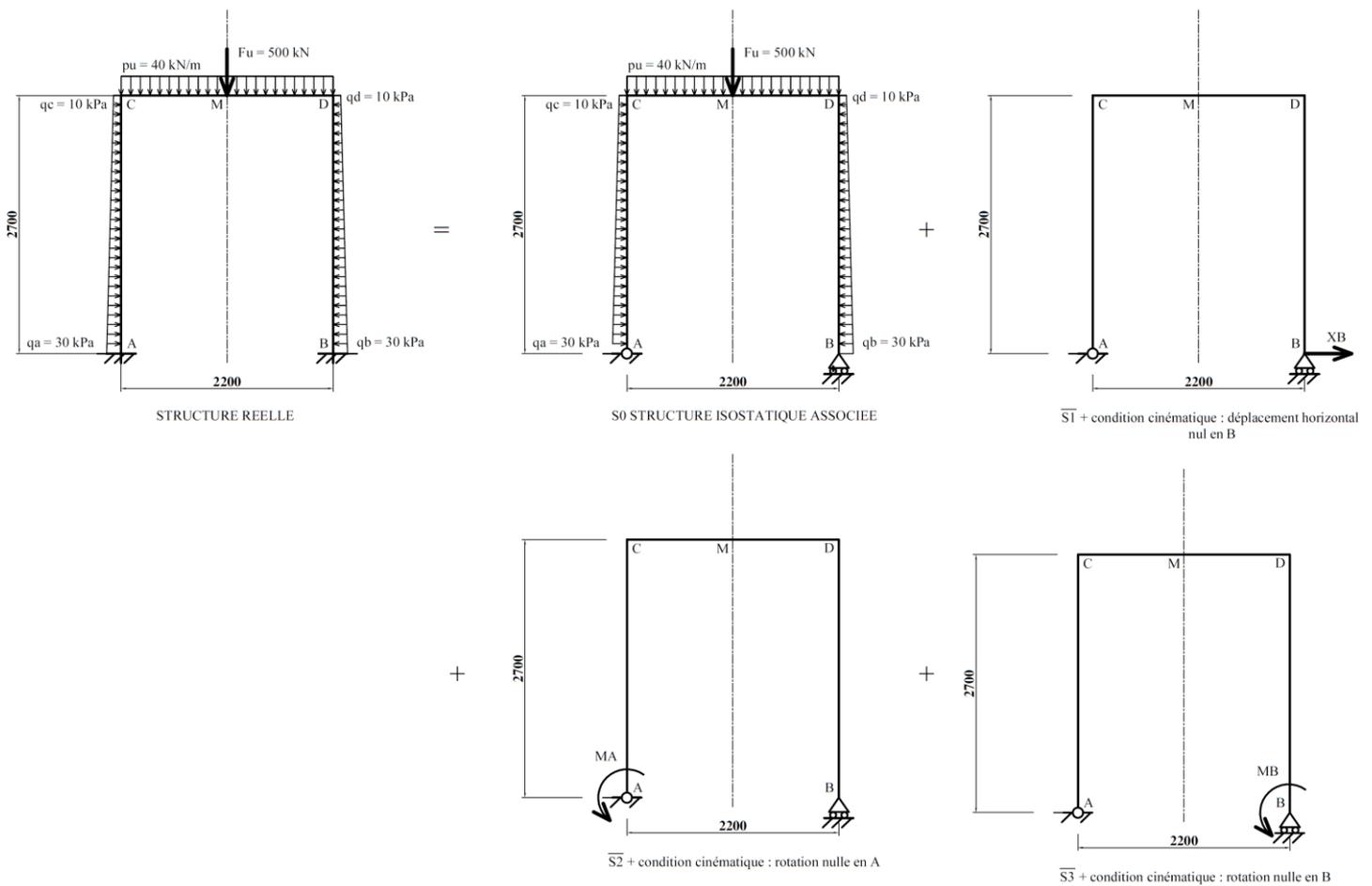
$$Y_A = Y_B = [500 + (40 \times 2,200)] / 2 = \underline{294 \text{ kN}} \uparrow$$

Question 39 - En utilisant le principe de superposition et des conditions cinématiques, proposer le principe de résolution de cette structure hyperstatique pour cela :

- Vous effectuerez les schémas des différentes structures associées.
- Vous tracerez les diagrammes du moment fléchissant sur vos différentes structures.
- Vous écrirez le système d'équations à résoudre. Par contre la résolution numérique du système n'est pas demandée.

La structure est hyperstatique d'ordre 3.

- On choisit une structure isostatique associée  $S_0$ .
- En appliquant le principe de superposition et des conditions cinématiques, on définit 3 structures auxiliaires permettant de recréer les liaisons supprimées.
- On se fixe des conditions cinématiques : déplacements et rotations nuls aux points A et B.



- On trace les diagrammes de moment fléchissant de  $S_0$  ;  $\bar{S}_1$  ;  $\bar{S}_2$  ;  $\bar{S}_3$ .

Équations de Mf sur la demi-structure isostatique associée auxiliaire  $S_0$ .

Entre AC :

$$\sum Mf/G = 0$$

$$Mf(x) + \frac{10x^2}{2} + 20 \times \frac{(2,70 - x)}{2,70} \times x \times \frac{x}{2} + [20 - (20 - 7,41x)] \times x \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}x = 0$$

$$Mf(x) = 1,23x^3 - 15x^2$$

Valeurs :

$$x = 0 \rightarrow Mf(0) = 0$$

$$x = 2,700 \text{ m} \rightarrow Mf(2,700) = -85 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Entre CM :

$$\sum Mf/G = 0$$

$$Mf(x) + 27 \times 1,35 + 27 \times 1,80 - 294x + \frac{40x^2}{2} = 0$$

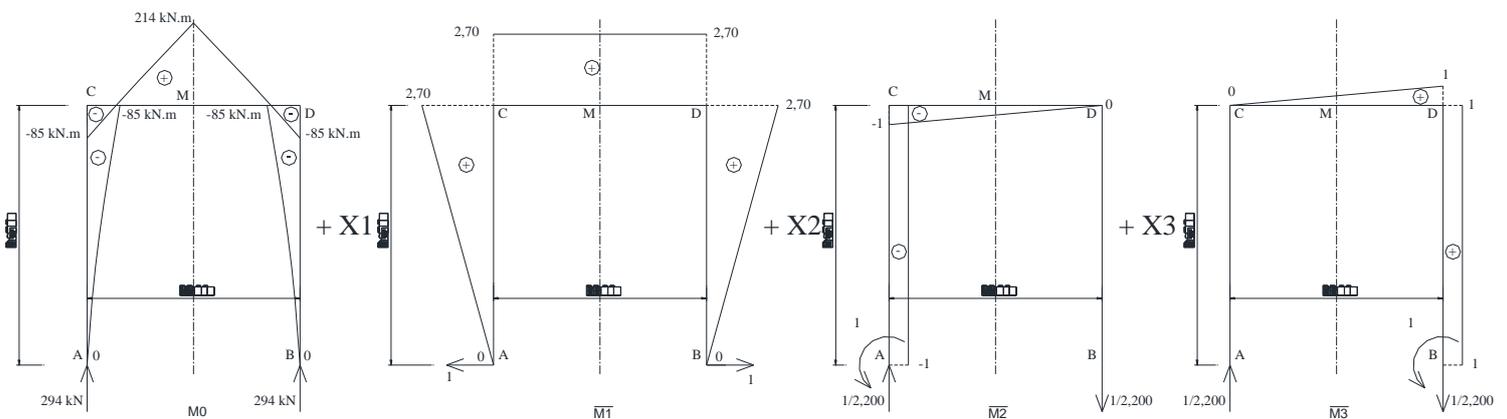
$$Mf(x) = -20x^2 + 294x - 85,05$$

Valeurs :

$$x = 0 \rightarrow Mf(0) = -85 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$x = 1,100 \rightarrow Mf(1,100) = 214 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Pour les structures  $\bar{S}_1$  ;  $\bar{S}_2$  ;  $\bar{S}_3$  → tracé des diagrammes sans les équations.



- On applique le théorème de Muller-Breslau. En négligeant N et V devant Mf, on peut écrire :

$$\Delta_{10} = \int_S \frac{M_0 \times \overline{M}_1}{EI} \cdot ds + X1 \int_S \frac{\overline{M}_1 \times \overline{M}_1}{EI} \cdot ds + X2 \int_S \frac{\overline{M}_1 \times \overline{M}_2}{EI} \cdot ds + X3 \int_S \frac{\overline{M}_1 \times \overline{M}_3}{EI} \cdot ds = 0$$

$$\Delta_{20} = \int_S \frac{M_0 \times \overline{M}_2}{EI} \cdot ds + X1 \int_S \frac{\overline{M}_2 \times \overline{M}_1}{EI} \cdot ds + X2 \int_S \frac{\overline{M}_2 \times \overline{M}_2}{EI} \cdot ds + X3 \int_S \frac{\overline{M}_2 \times \overline{M}_3}{EI} \cdot ds = 0$$

$$\Delta_{30} = \int_S \frac{M_0 \times \overline{M}_3}{EI} \cdot ds + X1 \int_S \frac{\overline{M}_3 \times \overline{M}_1}{EI} \cdot ds + X2 \int_S \frac{\overline{M}_3 \times \overline{M}_2}{EI} \cdot ds + X3 \int_S \frac{\overline{M}_3 \times \overline{M}_3}{EI} \cdot ds = 0$$

- On calcule ces intégrales (primitives, tableau d'intégrales de Mohr, théorème de Véréchaguine).
- On résout le système suivant : en posant  $X2 = X3$  et en simplifiant par EI.
- On trouve  $X1$  ;  $X2$  ;  $X3$  égal à  $X_B$  ;  $M_A$  ;  $M_B$ .

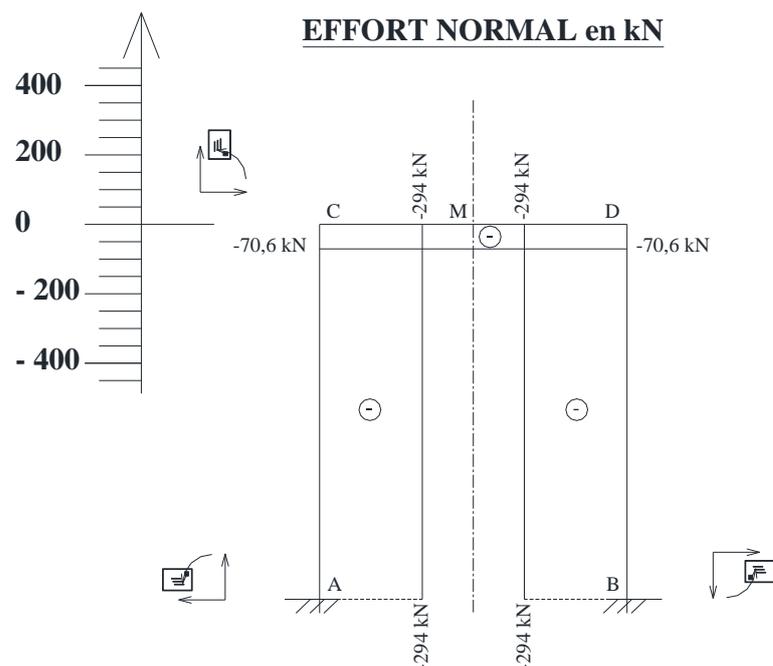
$$X1\delta_{11} + X2\delta_{12} + X3\delta_{13} = -\Delta_{10}$$

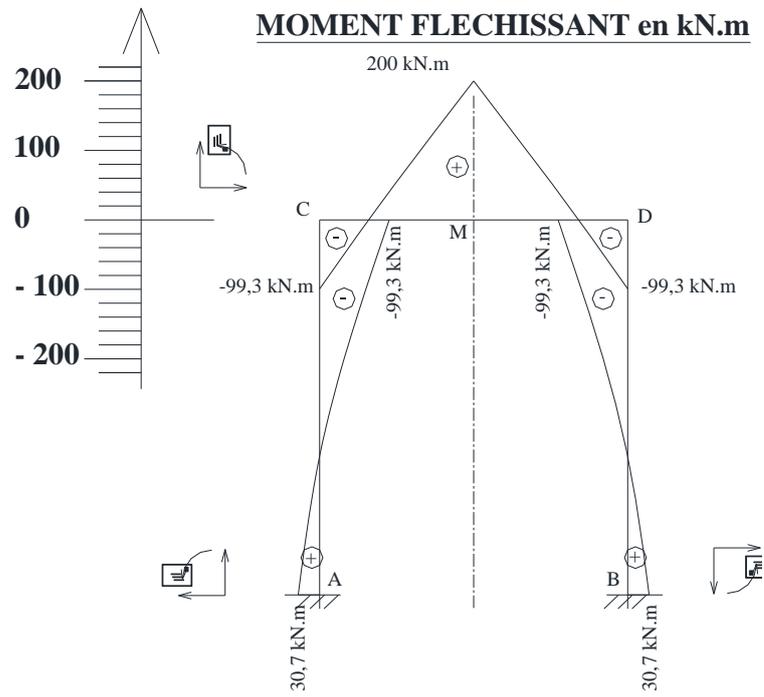
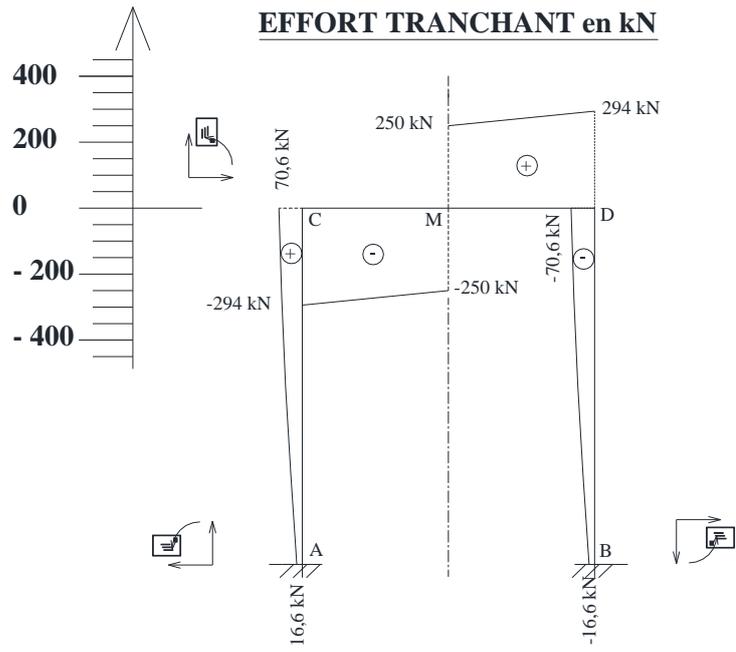
$$X1\delta_{21} + X2\delta_{22} + X3\delta_{23} = -\Delta_{20}$$

$$X1\delta_{31} + X2\delta_{32} + X3\delta_{33} = -\Delta_{30}$$

**Question 40** - Tracer les diagrammes de variations des efforts internes [effort normal  $N(x)$ , effort tranchant  $V(x)$  et moment fléchissant  $Mfz(x)$ ] dans les piedroits et la dalle. Pour cela vous utiliserez les résultats du calcul informatique fournis dans le **DT7**.

Vous complétez les documents réponses **DR3** à **DR5** en indiquant sur vos diagrammes les valeurs particulières.





**Question 41** - Déterminer la section d'armature en travée pour la dalle supérieure. Les efforts de compression dans la dalle étant faibles, on se placera dans le cas de la flexion simple. Vérifier la valeur réelle de  $d$ , la section minimale et maximale des armatures. Le document **DT6** présente un organigramme de calcul respectant l'Eurocode 2. Le document **DT8** donne les caractéristiques des aciers de construction.

Armatures en travée :

$$d \leq 0,9 \times h \rightarrow 0,9 \times 0,300 = 0,270 \text{ m}$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \rightarrow \frac{35}{1,5} = 23,3 \text{ MPa}$$

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \rightarrow \frac{500}{1,15} = 434,8 \text{ MPa}$$

$$\mu_u = \frac{M_u}{b_w \times d^2 \times f_{cd}} \rightarrow \frac{0,200}{1,000 \times 0,270^2 \times 23,3} = 0,1177 \leq 0,3717$$

Pivot B les armatures comprimées ne sont pas nécessaires.

$$\alpha_u = 1,25 \times (1 - \sqrt{1 - 2\mu_u}) \rightarrow 1,25 \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,1177}) = 0,157$$

$$A_{s1} = \frac{M_u}{d \times (1 - 0,4\alpha_u) \times f_{yd}} \rightarrow \frac{0,200}{0,27 \times (1 - 0,4 \times 0,157) \times 434,8} = 18,18 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\rho_{s1} = \frac{A_{s1}}{b_w \times d} \rightarrow \frac{18,18 \cdot 10^{-4}}{1,000 \times 0,270} = 0,0067 \rightarrow 0,67 \%$$

Choix des armatures : En travée : 12 HA 14 / m  $\rightarrow$  18,48 cm<sup>2</sup>/m

Les armatures seront réparties en deux lits.

Vérification de  $d$  :

$$d_{\text{réel}} = 0,300 - (0,030 + 0,014) = 0,256 \text{ m} \neq 0,270 \text{ m}$$

On redimensionne avec le  $d_{\text{réel}}$

$$\mu_u = \frac{M_u}{b_w \times d^2 \times f_{cd}} \rightarrow \frac{0,200}{1,000 \times 0,256^2 \times 23,3} = 0,131 \leq 0,3717$$

Pivot B les armatures comprimées ne sont pas nécessaires.

$$\alpha_u = 1,25 \times (1 - \sqrt{1 - 2\mu_u}) \rightarrow 1,25 \times (1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,131}) = 0,176$$

$$A_{s1} = \frac{M_u}{d \times (1 - 0,4\alpha_u) \times f_{yd}} \rightarrow \frac{0,200}{0,256 \times (1 - 0,4 \times 0,176) \times 434,8} = 19,33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$\rho_{s1} = \frac{A_{s1}}{b_w \times d} \rightarrow \frac{19,33 \cdot 10^{-4}}{1,000 \times 0,256} = 0,0076 \rightarrow 0,76 \%$$

Nouveau choix en travée : 6 HA 16 + 6 HA 14 / m  $\rightarrow$  12,10 + 9,24 = 21,34 cm<sup>2</sup>/m

Vérification armatures min

$$A_{s1} > A_{s1min} = \max \left[ 0,26 \times \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} \times b_w \times d ; 0,0013 \times b_w \times d \right]$$

$$A_{s1} > A_{s1min} = \max \left[ 0,26 \times \frac{3,2}{500} \times 1,000 \times 0,256 ; 0,0013 \times 1,000 \times 0,256 \right]$$

$$A_{s1} > A_{s1min} = \max [4,26 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 ; 3,33 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2]$$

21,34 cm<sup>2</sup> > 4,26 cm<sup>2</sup> → condition vérifiée

Vérification armatures max

$$A_{s1} < 0,04 \times A_c = 0,04 \times 1,000 \times 0,300$$

$$A_{s1} < 0,0120 \text{ m}^2$$

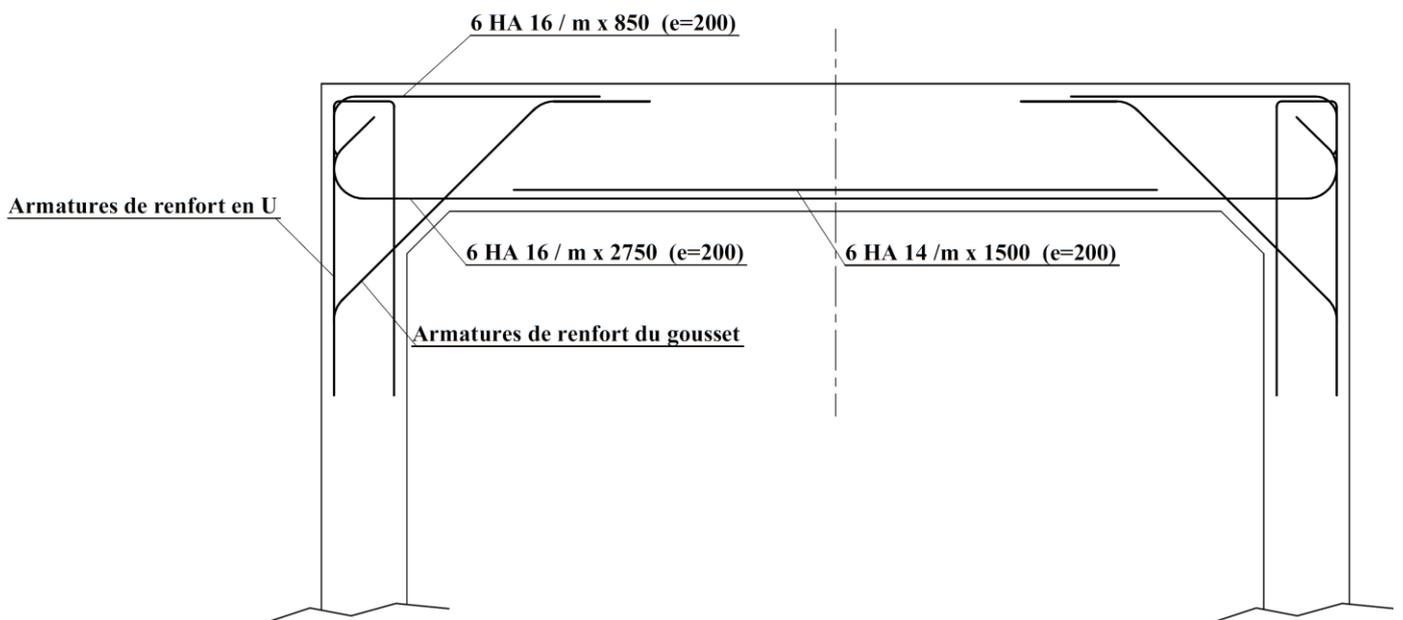
120 cm<sup>2</sup> > 21,34 cm<sup>2</sup> → condition vérifiée

**Question 42** - Déduire de la question 41 la section d'armature sur les appuis. Proposer un schéma de principe des armatures pour la dalle supérieure sur le document réponse **DR5**. Vous préciserez les diamètres des armatures choisies. Le document **DT8** donne les caractéristiques des aciers de construction.

Sur appuis :

$$19,33 / 2 = 9,67 \text{ cm}^2 / \text{m} \rightarrow \underline{6 \text{ HA } 16 (12,10 \text{ cm}^2 / \text{m})}$$

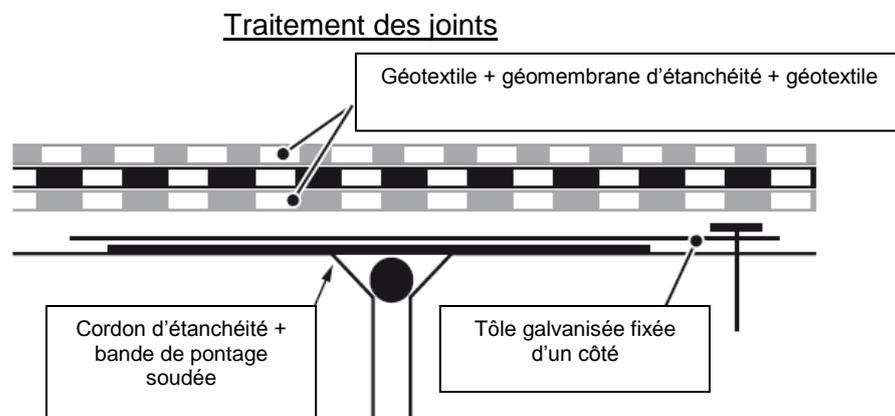
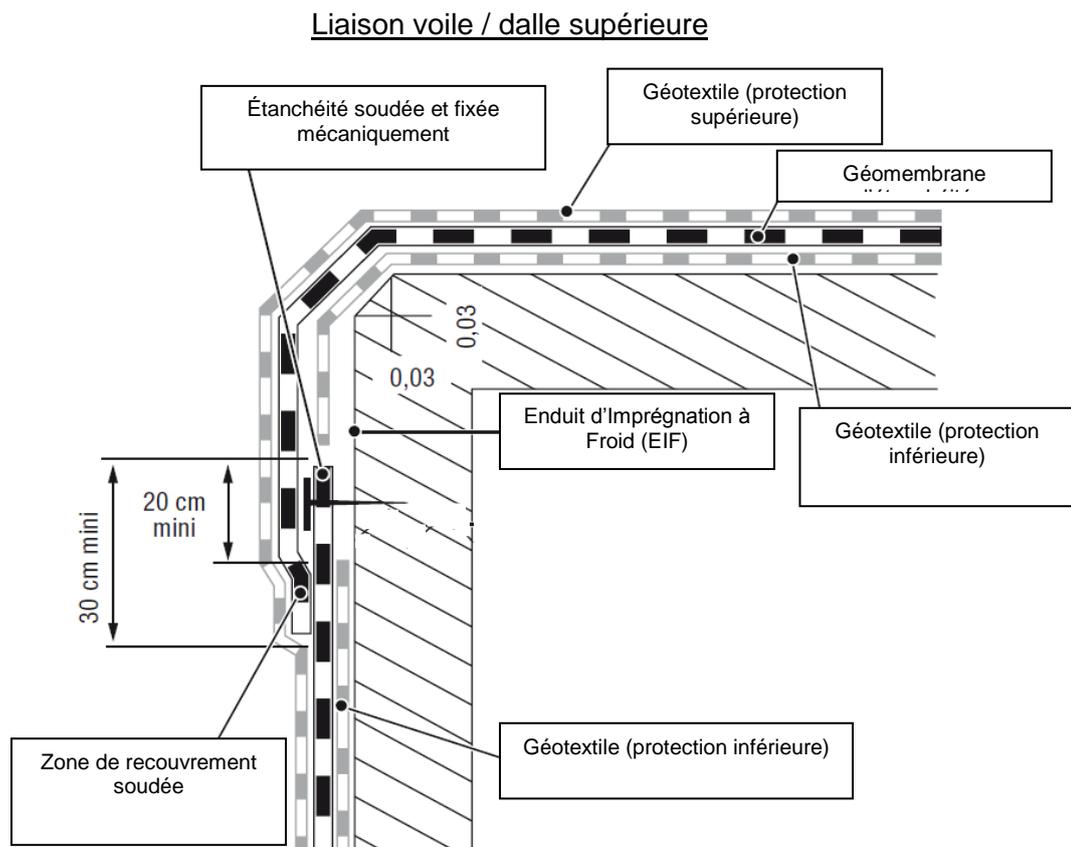
### Schéma de principe des armatures pour la dalle de la galerie technique



Question 43 - Proposer une solution permettant d'assurer l'étanchéité de la galerie.

Vous proposerez deux croquis de votre solution : le premier à la liaison piedroits / dalle supérieure et le second au droit d'un joint entre deux cadres préfabriqués.

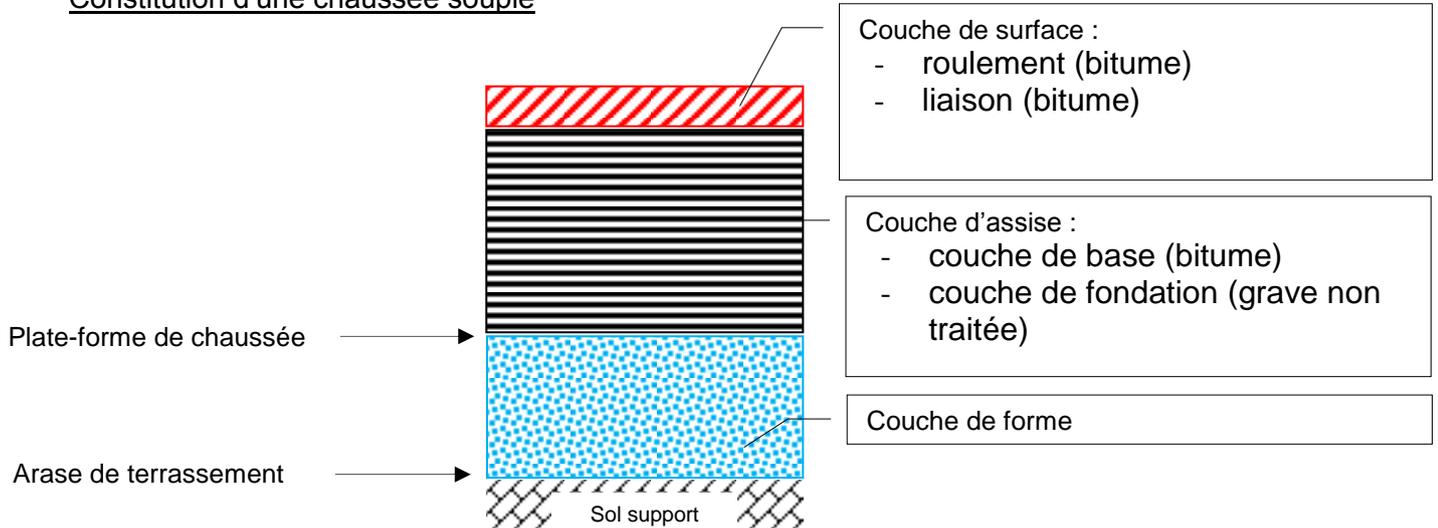
L'étanchéité peut être réalisée à l'aide d'une géomembrane en bitume élastomère armée par un voile de verre. Cette géomembrane est fixée par soudage et clouage en tête de voile. Elle est protégée par 2 géotextiles (protection inférieure et supérieure). La protection supérieure peut être renforcée par une feuille de polypropylène embossée + écran thermocollé en non tissé polypropylène.



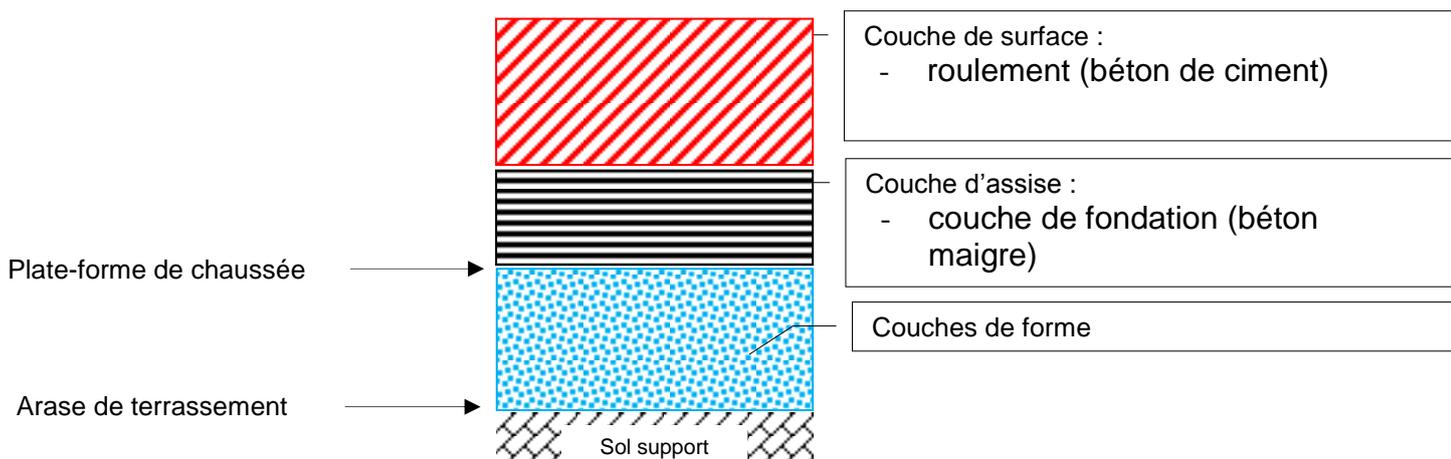
Question 44 - Le CCTP préconise la réalisation d'une chaussée souple pour la piste et une chaussée rigide en béton pour les aires de stationnement.

A l'aide de schémas légendés, préciser la constitution de ces deux chaussées, puis justifier le choix de la chaussée rigide en béton pour les aires de stationnement.

#### Constitution d'une chaussée souple



#### Constitution d'une chaussée rigide



L'emploi d'une structure souple bitumineuse est déconseillé pour les aires de stationnement pour plusieurs raisons :

1) Il y a des risques de poinçonnement importants sous l'effet des charges transmises par les trains principaux. Par nature même, le béton ne s'ornièrè pas. De plus, la forte rigidité du béton permet de mobiliser des efforts notables de traction par flexion. La répartition des efforts au niveau des couches de fondation conduit à une faible sollicitation de ces dernières et donc à l'élimination de tout risque de déformation.

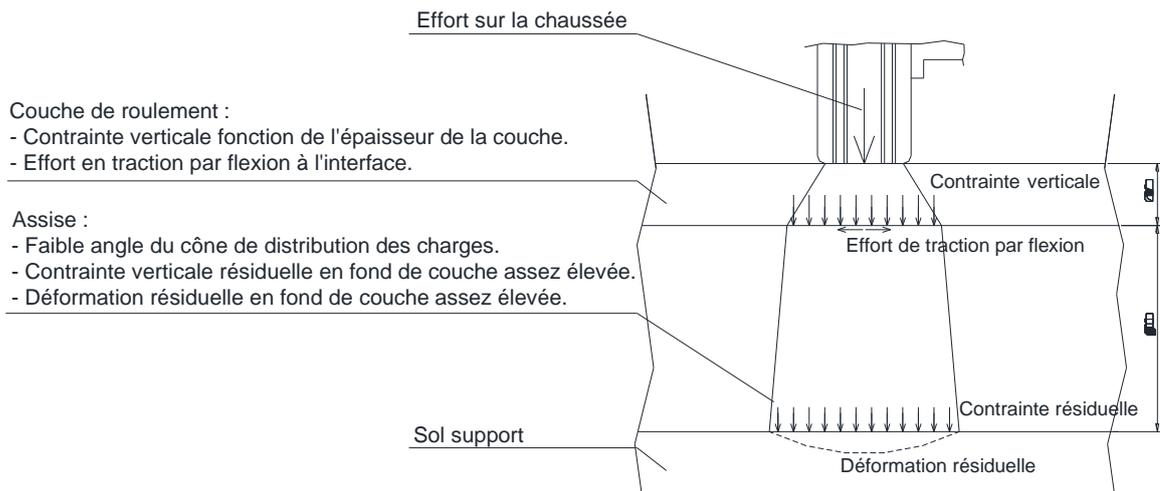
2) Les matériaux traités aux liants hydrocarbonés sont sensibles aux hydrocarbures, le matériau béton ne subit aucune dégradation suite à l'attaque des hydrocarbures.

3) Le matériau béton est insensible aux variations de températures.

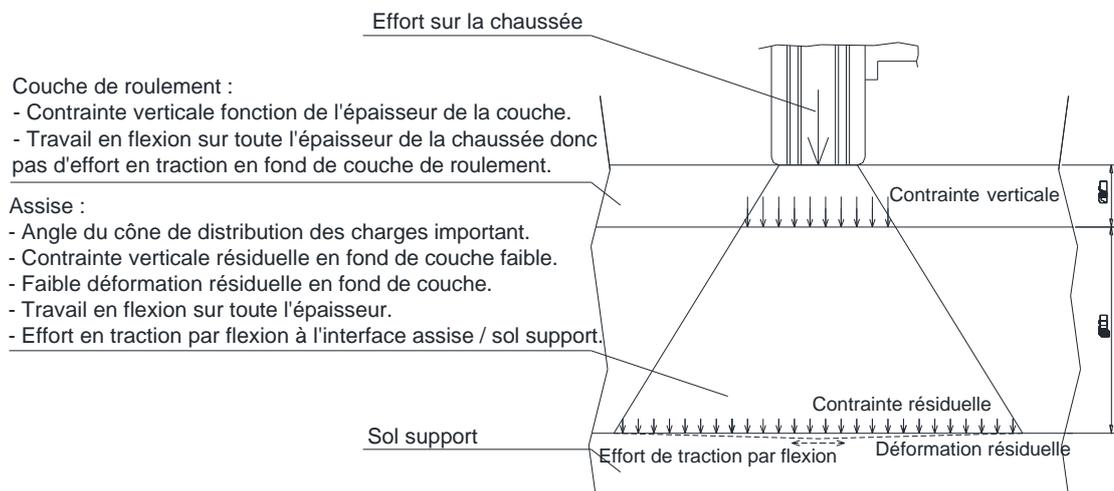
Question 45 - D'une façon générale, schématiser le principe de fonctionnement mécanique d'une chaussée souple et d'une chaussée rigide. Vous adopterez un modèle de comportement élastique linéaire.

Pour cela, sur le document réponse **DR6**, vous dessinerez le cône de distribution des charges, vous préciserez sans les calculer, la nature des efforts, des contraintes et des déformations, aux interfaces des couches.

### Chaussée souple



### Chaussée rigide



Question 46 - En utilisant la méthode exposée dans le **DT9**, effectuer la vérification au gel-dégel de la partie courante de la piste pour une protection totale.

Conclure sur l'intégrité de la chaussée vis à vis des conditions climatiques.

La protection thermique  $Q_{ng}$  apportée par les matériaux non gélifs de la couche de forme vaut :

$$Q_{ng} = \frac{A_n \times h_n^2}{h_n + 10} \rightarrow \frac{0,12 \times 40^2}{40 + 10} = 3,84 \text{ (}^\circ\text{c} \cdot \text{jour)}^{1/2}$$

Quantité de gel admissible au niveau de la plate-forme de la chaussée vaut :

$$Q_{PF} = Q_{ng} + Q_g \rightarrow 3,84 + 0 = 3,84 \text{ (}^\circ\text{c} \cdot \text{jour)}^{1/2}$$

$Q_g = 0$  car on souhaite une protection totale.

Quantité de gel transmise à la surface de la chaussée :

$$Q_s = \sqrt{0,7 \times (I - 10)} \rightarrow \sqrt{0,7 \times (170 - 10)} = 10,58 \text{ (}^\circ\text{c} \cdot \text{jour)}^{1/2}$$

Quantité de gel transmise au niveau de la plate-forme de la chaussée :

$$Q_s = (1 + a \times h) \times Q_t + b \times h$$

$$h = \sum h_i \rightarrow 6 + 12 + 40 = 58 \text{ cm}$$

$$a = \frac{1}{h} \sum (a_i \times h_i) \rightarrow \frac{1}{58} (0,008 \times 6 + 0,008 \times 12 + 0,008 \times 40) = 0,008 \text{ (}^\circ\text{c} \cdot \text{jour)}^{1/2} \text{cm}^{-1}$$

$$b = \frac{1}{h} \sum (b_i \times h_i) \rightarrow \frac{1}{58} (0,06 \times 6 + 0,06 \times 12 + 0,10 \times 40) = 0,088 \text{ (}^\circ\text{c} \cdot \text{jour)}^{1/2} \text{cm}^{-1}$$

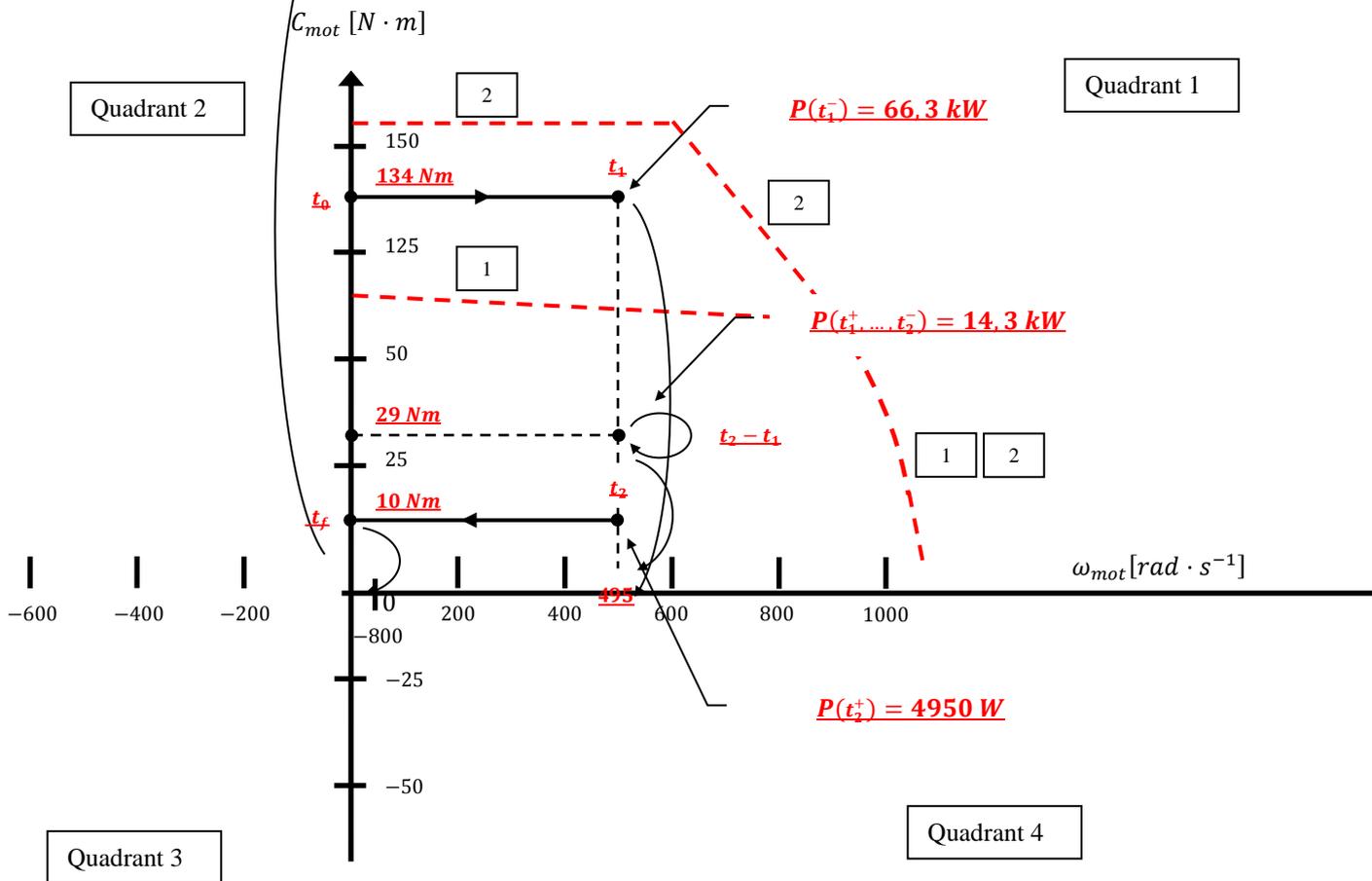
$$Q_t = \frac{Q_s - (b \times h)}{1 + (a \times h)} \rightarrow \frac{10,58 - (0,088 \times 58)}{1 + (0,008 \times 58)} = 3,74 \text{ (}^\circ\text{c} \cdot \text{jour)}^{1/2}$$

On doit vérifier que :  $Q_t < Q_{PF} \rightarrow 3,74 < 3,84 \text{ (}^\circ\text{c} \cdot \text{jour)}^{1/2}$

Conclusion : La structure de chaussée est donc bien vérifiée au gel-dégel pour une protection totale.

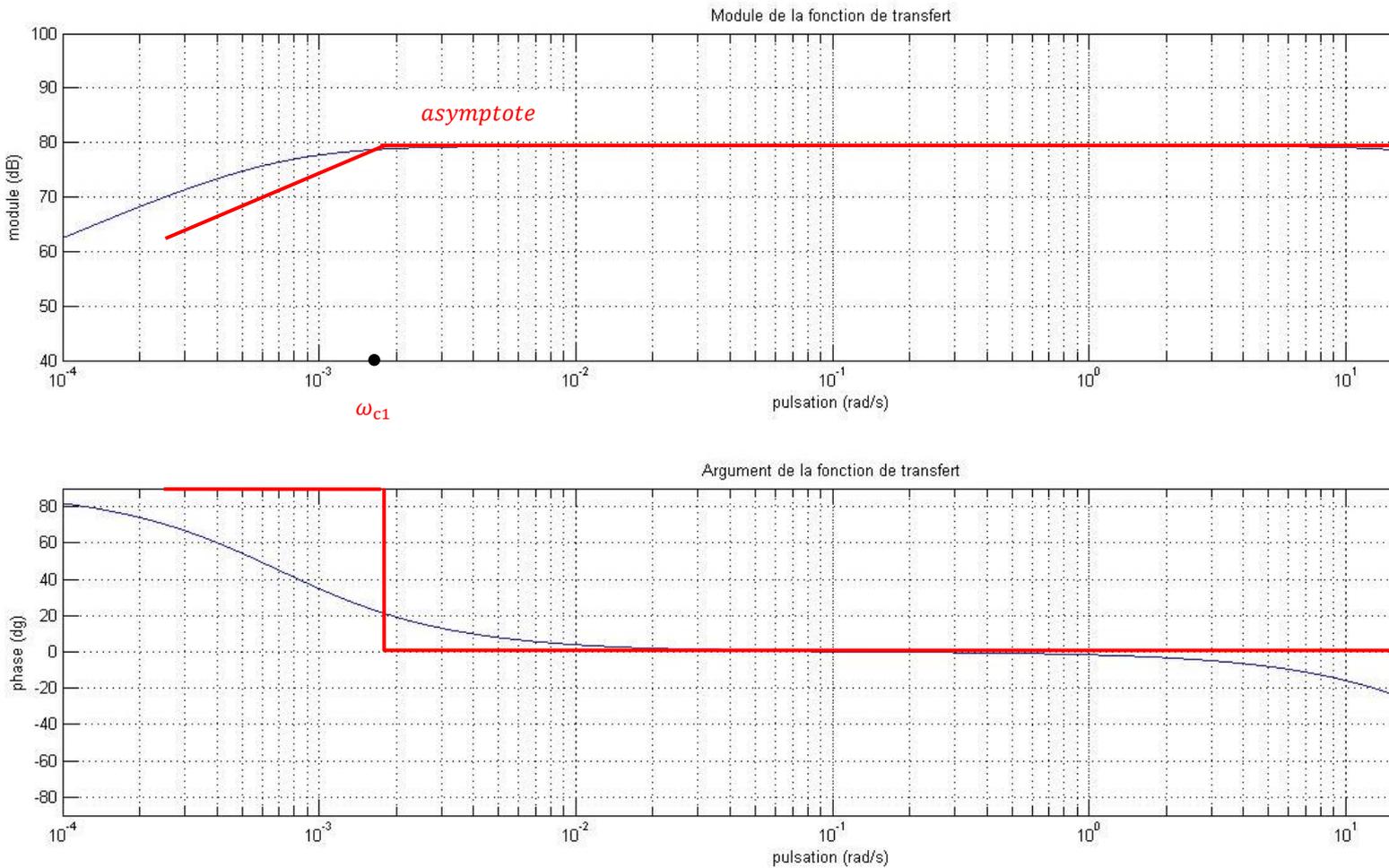
# Document Réponse DR1

Evolution du point de fonctionnement dans le plan couple-vitesse



# Document Réponse DR2

Représentation du module et de la phase dans le plan de Bode de la fonction de transfert  $H_{cons}(j\omega)$



## Commentaires du jury :

Le sujet a été conçu autour des problématiques rencontrées par les ingénieurs de l'entreprise SAFRAN et de leurs partenaires dans le développement des roues motorisées Electric Green Taxxing System (EGTS). Le sujet comprenait quatre parties à travers lesquelles le candidat était amené à dimensionner la motorisation, à définir ses lois de commandes, à aborder la modélisation de la machine d'entraînement pour en étudier l'asservissement de couple et l'embrayage du dispositif. Une dernière partie concernait l'étude des infrastructures aéroportuaires.

### **Partie 1 - étude de la chaîne cinématique :**

L'objectif de cette partie était de déterminer les lois de commande en vitesse des deux moteurs de l'EGTS lorsque l'avion se déplace sur la piste.

Les questions 1, 2 et 3 mettant en jeu une chaîne de transmission de puissance à deux étages de réduction ont été plutôt bien traitées par les candidats.

Pour les questions 4 et 5, la démarche d'étude associée à la notion de centre instantané de rotation (CIR) est assez peu maîtrisée.

### **Partie 2 – étude de la motorisation :**

L'objectif de cette partie était de choisir la motorisation par une approche du besoin mécanique en couple et en vitesse dans une situation donnée (pente de la piste). Les premières questions permettaient d'appliquer le principe fondamental de la dynamique afin de déterminer les efforts entre les roues et le sol dans deux directions. La question de l'adhérence des roues sur la piste était ensuite abordée. Enfin, les masses en mouvement étaient rapportées sur l'arbre moteur afin de déterminer le couple moteur et la puissance mécanique nécessaire. Le sujet proposait alors la caractérisation du point de fonctionnement dans le plan couple vitesse afin d'en extraire les informations de valeur maximale et de couple moyen thermique équivalent.

Le jury regrette que cette partie ait été peu traitée ou partiellement abordée. Le dimensionnement d'une motorisation par l'approche classique qui était proposée fait partie intégrante du domaine de l'ingénierie électrique.

### **Partie 3 – étude de l'asservissement:**

Le questionnement était une contribution à l'analyse et à l'étude de l'asservissement de couple et de vitesse linéarisée de la motorisation autour de son point de fonctionnement.

Seules les questions 15, 16 et 17 ont été traitées par la plupart des candidats. D'une manière générale, le jury regrette chez de trop nombreux candidats, un manque de connaissances générales dans le domaine de l'automatique linéaire continue. Par ailleurs, le jury a constaté (notamment dans la question 15) de nombreuses confusions entre grandeurs continues et sinusoïdales, apparaissant parfois à l'intérieur d'une même équation, ce qui n'est pas admissible à ce niveau de concours.

### **Partie 4 - étude de l'embrayage :**

L'objectif de cette partie était de déterminer les efforts lors de la mise en rotation des roues des trains principaux en phase d'atterrissage ainsi que l'étude de l'embrayage implanté dans la chaîne de transmission de l'EGTS.

La détermination de l'inertie équivalente de l'ensemble  $\{ \underline{2}, \underline{3}, \underline{4} \}$  rapportée sur l'axe de rotation du solide  $\underline{4}$  (question 25) a été peu réussie.

Plus rares encore furent les candidats qui ont appliqué avec succès le théorème de l'énergie cinétique (questions 26 et 27) et conçu un schéma cinématique cohérent avec l'intégration d'un embrayage (question 29).

### **Partie 5 - étude des infrastructures aéroportuaires :**

151 candidats n'ont pas traité cette partie qui mobilisait des connaissances dans domaine du génie civil et plus précisément concernant des infrastructures aéroportuaires. Les trois dernières questions (44, 45 et 46) portaient sur l'étude des structures de la piste et le comportement d'une chaussée souple et d'une chaussée rigide. On constate que les candidats non issus de la discipline ont eu des difficultés de compréhension de la problématique.

Les thèmes abordés sont les suivants :

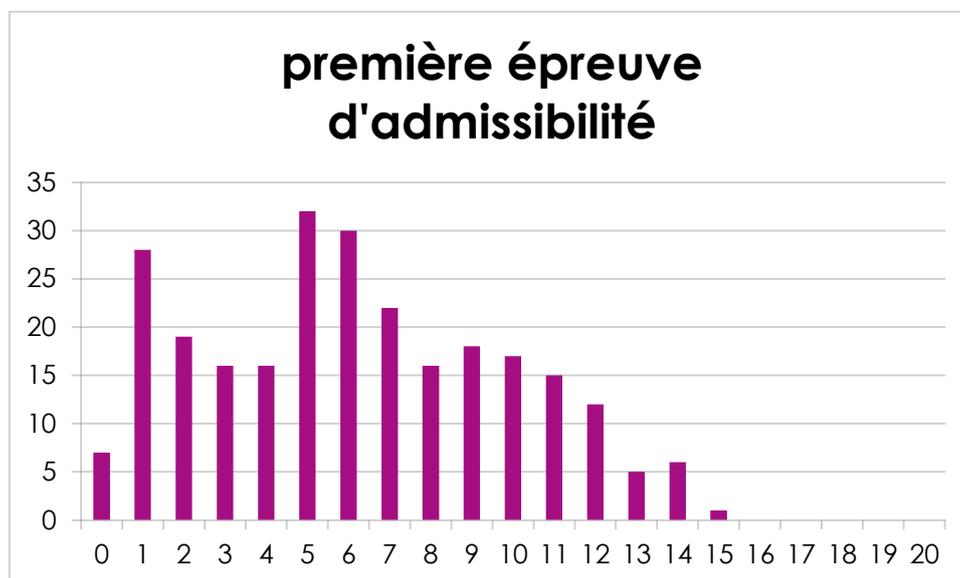
- application du P.F.S,
- calculs de charges,
- relations pression-surface-force,
- diffusion des charges,
- principe de superposition,
- principe de résolution d'un système hyperstatique,
- tracés des diagrammes des sollicitations internes,
- dimensionnement d'ouvrage en béton armé,
- mise en œuvre d'une solution technologique.

### **Bilan et conseils :**

- Nous rappelons que la préparation de l'épreuve commune requiert une culture élargie à tous les domaines des sciences industrielles (ingénierie mécanique, ingénierie électrique et ingénierie des constructions). Il est notamment conseillé aux candidats de la spécialité ingénierie électrique de compléter leur préparation par l'acquisition des fondamentaux du génie mécanique (cinématique du solide, dynamique et énergétique).
- La validation des solutions technologiques proposées nécessitait une résolution mathématique des problèmes mis en équation. Le jury relève pour certains candidats des difficultés à mener à terme ces développements. Le jury invite donc les futurs candidats à travailler les outils mathématiques fondamentaux et indispensables aux sciences de l'ingénieur tels que la résolution d'équations différentielles à coefficients constants, le calcul intégral, etc...
- La modélisation ou la résolution des problèmes posés nécessite une démarche scientifique rigoureuse et argumentée : l'analyse et l'étude d'une partie doivent être expliquées en détail. Les calculs posés rapidement ne suffisent pas.

### Répartition des notes de l'épreuve :

Le graphe suivant fournit le nombre de candidats (ordonnée) ayant obtenu la note figurant en abscisse.



# Épreuves d'admissibilité

## Exploitation pédagogique d'un dossier technique (2<sup>ème</sup> épreuve) :

Coefficient 1 - durée : 6 heures

### Les cytoculteurs dans le domaine biomédical

Téléchargement du sujet :

<http://eduscol.education.fr/sti/sites/eduscol.education.fr.sti/files/concours-examens/7086/7086-s2016-agreg-interne-sii-electrique-2.pdf>

Éléments de correction :

#### 1. Cahier des charges Cytoculteurs

**Question 1.** Présenter le système aux élèves sous forme de diagrammes des exigences

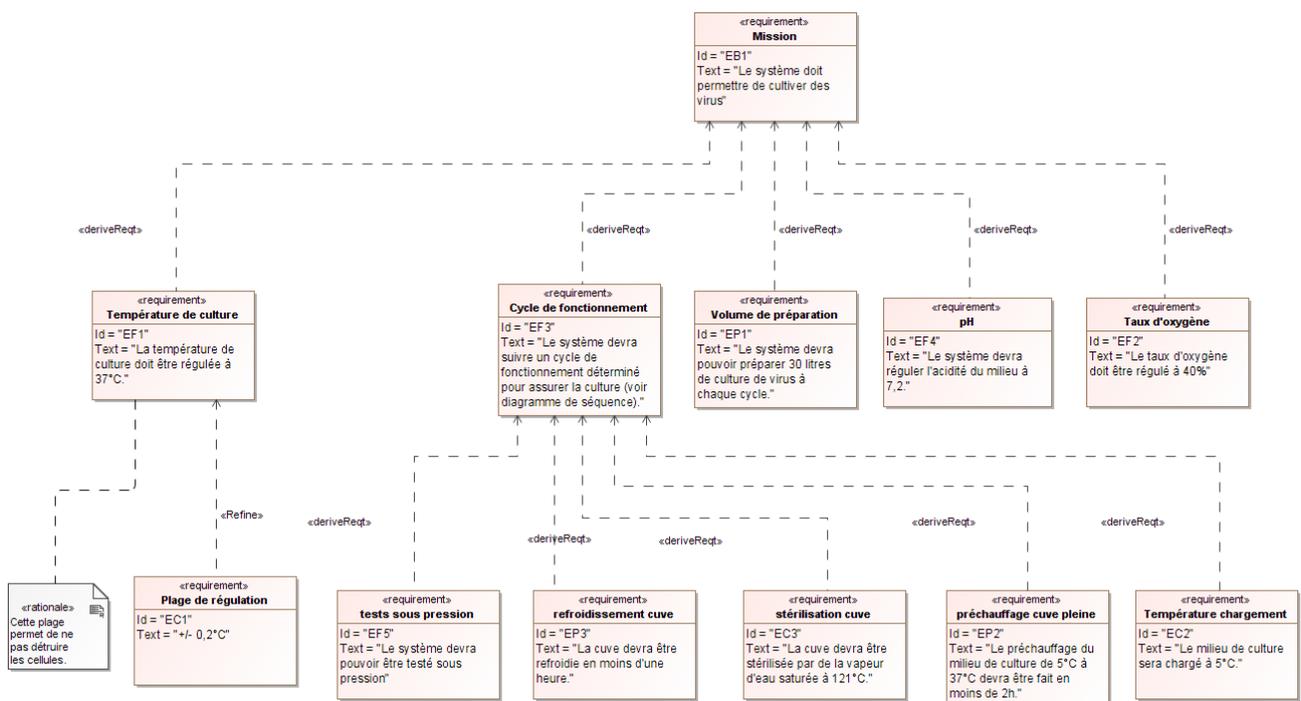


Diagramme des cas d'utilisation

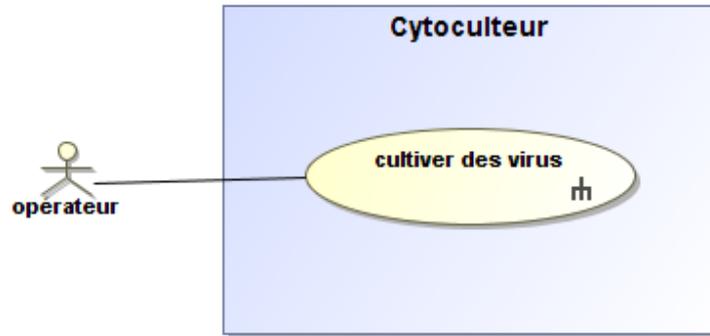
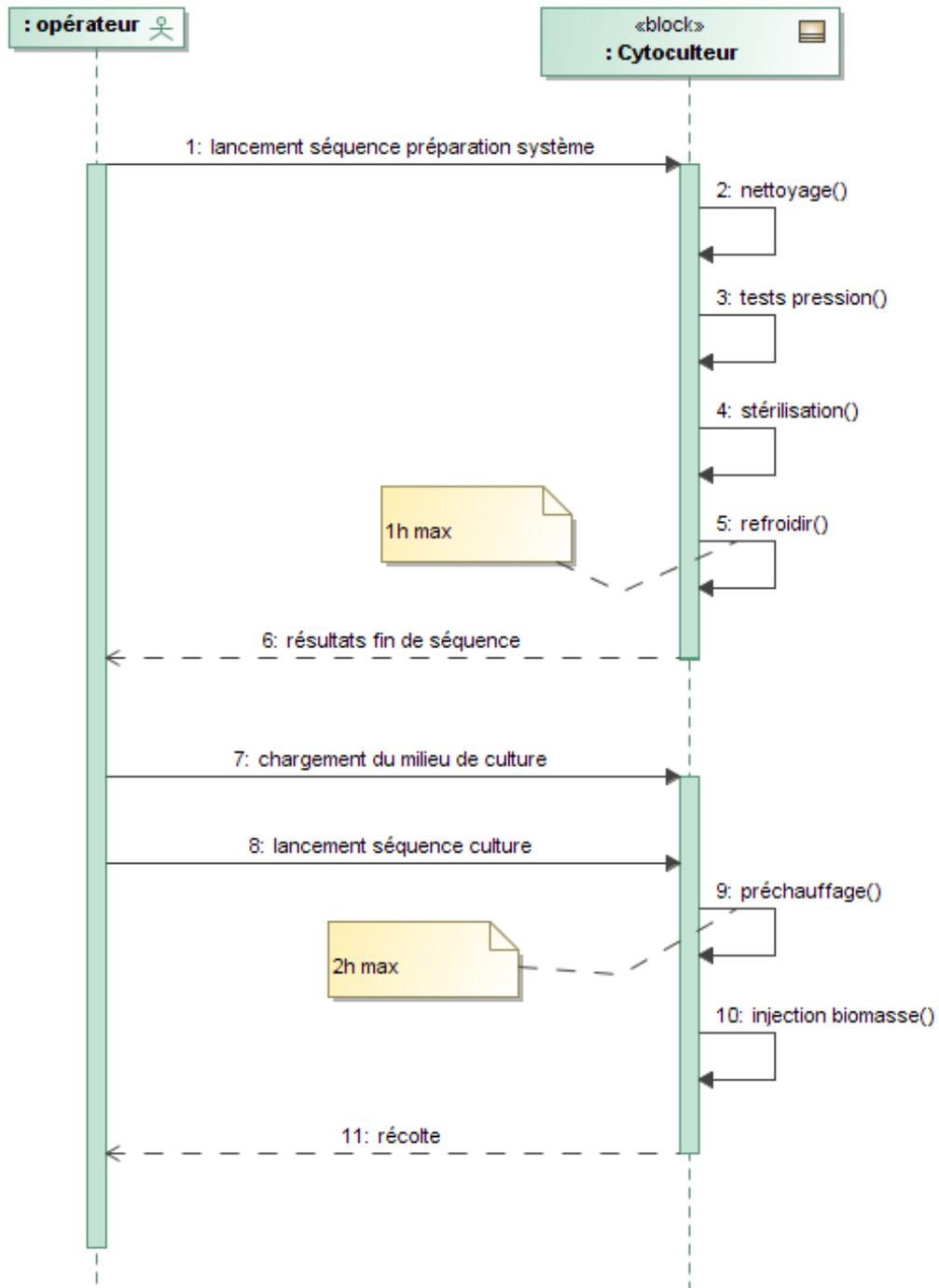


Diagramme de séquences non chronologique.



## 2. Process

En prévision de l'exploitation pédagogique, le travail préparatoire du professeur conduit à valider le dimensionnement de la double enveloppe.

### 2.1 Dimensionnement de la Double enveloppe

**Question 2.** Calculer le pouvoir d'échange  $Q_1$  de la double enveloppe (en kcal/h), en utilisant la règle de calcul suivante :  $Q_1 = K \times S \times ((T_{2e} + T_{2s}) / 2 - T_{1d})$

$$Q_1 = 163 \times 0,371 \times (77/2 - 5) = 2026 \text{ kcal.h}^{-1}$$

**Question 3.** Calculer le besoin calorifique  $P_1$  (kcal) du produit, quantité de chaleur pour monter en température le produit.

$$P_1 = V_1 \times d_1 \times Ch_1 \times (T_{1f} - T_{1d}) = 30 \times 1 \times 1 \times (35 - 5) = 900 \text{ kcal}$$

**Question 4.** Calculer le temps de préchauffage de 5°C à 35°C.

$$T_1 = P_1 / Q_1 = 900 / 2026 \times 60 = 27 \text{ min}$$

**Question 5.** Calculer le pouvoir d'échange  $Q_2$  de la double enveloppe, le besoin calorifique  $P_2$  du produit et le temps de préchauffage de 35°C à 37°C.

$$Q_2 = 163 \times 0,371 \times ((40 + 37) / 2 - 35) = 211,6 \text{ kcal.h}^{-1}$$

$$P_2 = 30 \times 2 = 60 \text{ kcal}$$

$$\text{Calcul du temps de chauffage } T_2 = P_2 / Q_2 = 60 \times 60 / 211,6 = 17 \text{ min}$$

**Question 6.** Le temps de préchauffage est-il compatible avec le cahier des charges ? Discuter de la règle de calcul « simplifiée » utilisée.

Temps global de montée de 5°C à 37°C = 27 + 17 = 43 mn (pour 2h recherché)

Le calcul est une estimation car le pouvoir d'échange de la double enveloppe dépend de la température du produit et n'est donc pas constante sur la montée de 5°C à 35°C par exemple. Le calcul de  $Q_2$  le montre bien, la valeur de  $Q_2$  est 10% celle de  $Q_1$ .

**Question 7.** À partir des questions précédentes, donner la puissance minimale de l'échangeur à installer pour assurer la phase de préchauffage (de 5° à 35°) précédemment décrite. Donner la réponse en watt.

$$Q_1 = 2026 \text{ kcal/h} \quad Q_1 = 2026 \times 4187 / (60 \times 60) = 2356 \text{ W}$$

**Question 8.** Calculer le débit de la pompe de circulation (en l/h) qui permet d'assurer les températures en entrée et en sortie de la double enveloppe.

$$Q_1 = D \times d_2 \times Ch_2 \times (T_{2e} - T_{2s}) \text{ avec } d_2 = 1 \text{ et } Ch_2 = 1 \text{ kcal.kg}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$$

$$D = 2026 / 3 = 675 \text{ l.h}^{-1}$$

**Question 9.** Exprimer  $k$  en fonction de  $e$ ,  $\lambda$ ,  $hc$ ,  $hf$ ,  $Rec$  et  $Ref$ .

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{hc} + \frac{1}{hf} + \frac{e}{\lambda} + Rec + Ref \Leftrightarrow k = \frac{1}{\frac{1}{hc} + \frac{1}{hf} + \frac{e}{\lambda} + Rec + Ref}$$

**Question 10.** Calculer la résistance thermique surfacique  $R_{sc}$  en  $\text{m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$ .

$$R_{sc} = \frac{e}{\lambda} = \frac{1 \times 10^{-3}}{15} = 66,6 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{K} \cdot \text{W}^{-1}$$

Données :

	Fluide chaud : vapeur 3 bars	Fluide froid : eau (35 – 40 °C)
Masse volumique $\rho$	2,163 kg.m <sup>-3</sup>	994 kg.m <sup>-3</sup>
Viscosité dynamique $\mu$	14×10 <sup>-6</sup> kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup>	720×10 <sup>-6</sup> kg.m <sup>-1</sup> .s <sup>-1</sup>
Conductivité thermique $\lambda_F$	0,691 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	0,607 W.m <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
Capacité calorifique Cp	2,737 J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>	4178 J.kg <sup>-1</sup> .K <sup>-1</sup>
Débit	800 kg.h <sup>-1</sup>	1920 l.h <sup>-1</sup>
Section de passage du fluide	0,36 m <sup>2</sup>	0,36 m <sup>2</sup>
Température d'entrée	Tce = 140°C	Tfe = 38°C
Température de sortie	Tcs = 136°C	Tfs = 40°C

La correction a été faite en tenant compte des valeurs données au candidat.

**Question 11.** En utilisant l'annexe « Dimensionnement échangeur », montrer que h (coefficient de transfert surfacique par convection) est égal à :

$$h = \frac{\lambda_F \times 0,023 \times \left( \frac{\rho \times v \times 2 \times d}{\mu} \right)^{0,8} \times \left( \frac{\mu \times C_p}{\lambda_F} \right)^{0,33}}{2 \times d}$$

Démo :

$$Nu = 0,023 \times Re^{0,8} \times Pr^{0,33} \text{ et } Nu = \frac{h \times d \times 2}{\lambda_F}$$

$$\frac{h \times d \times 2}{\lambda_F} = 0,023 \times \left( \frac{\rho \times v \times 2 \times d}{\mu} \right)^{0,8} \times \left( \frac{\mu \times C_p}{\lambda_F} \right)^{0,33}$$

On en déduit :

$$h = \frac{\lambda_F \times 0,023 \times \left( \frac{\rho \times v \times 2 \times d}{\mu} \right)^{0,8} \times \left( \frac{\mu \times C_p}{\lambda_F} \right)^{0,33}}{2 \times d}$$

**Question 12.** En déduire les valeurs de hc et hf. Calculer la valeur de k.

Vitesse du fluide froid :  $D = 1920 \text{ l.h}^{-1} = 1,920 \text{ m}^3.\text{h}^{-1} \rightarrow v = D / S_p = 1,92 / (0,36 \times 3600) = 0,001481 \text{ m.s}^{-1}$

$$hf = \frac{0,607 \times 0,023 \times \left( \frac{994 \times 0,001481 \times 2 \times 1,8 \times 10^{-3}}{720 \times 10^{-6}} \right)^{0,8} \times \left( \frac{720 \times 10^{-6} \times 4178}{0,607} \right)^{0,33}}{2 \times 1,8 \times 10^{-3}} = 32,47$$

$$= W.m^{-2}.K^{-1}$$

Vitesse du fluide chaud :  $D = 800 \text{ kg.h}^{-1} = 800/2,163 = 369,8 \text{ m}^3.\text{h}^{-1} \rightarrow v = D / S_p = 369,8 / (0,36 \times 3600) = 0,285 \text{ m.s}^{-1}$

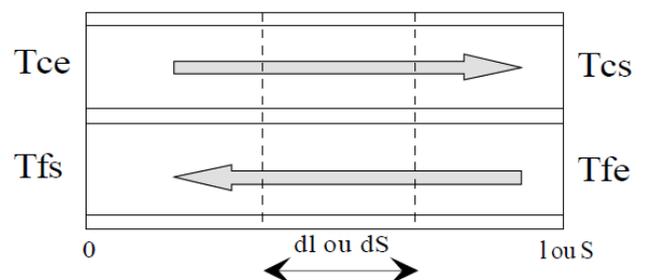
$$hc = \frac{0,691 \times 0,023 \times \left( \frac{2,163 \times 0,285 \times 2 \times 1,8 \times 10^{-3}}{14 \times 10^{-6}} \right)^{0,8} \times \left( \frac{14 \times 10^{-6} \times 2,737}{0,691} \right)^{0,33}}{2 \times 1,8 \times 10^{-3}} = 10,01 W.m^{-2}.K^{-1}$$

Valeur de k :

$$k = \frac{1}{\frac{1}{32,47} + \frac{1}{10,01} + 66,6 \times 10^{-6} + 2 \times 10^{-4} + 2 \times 10^{-4}} = 7,62 W.m^{-2}.K^{-1}$$

#### 4.2.3.2 Calcul de la surface de l'échangeur

Pour cette partie, on prendra  $k = 1806 W.m^{-2}.K^{-1}$ .



On note  $\dot{m}_c$  et  $\dot{m}_f$  les débits massiques des deux fluides,  $c_{pc}$  et  $c_{pf}$  leurs chaleurs massiques à pression constante.

La quantité de chaleur perdue par le fluide chaud est  $dq = -\dot{m}_c \times c_{pc} \times dT_c$  (relation (2))

La quantité de chaleur gagnée par le fluide froid est  $dq = \dot{m}_f \times c_{pf} \times dT_f$  (relation (3))

**Question 13.** En utilisant les relations (1) (2) et (3), montrer que

$$\frac{d(T_c - T_f)}{T_c - T_f} = -k dS \left( \frac{1}{\dot{m}_c \times c_{pc}} - \frac{1}{\dot{m}_f \times c_{pf}} \right) \text{(relation(4))}$$

$$dq = -\dot{m}_c \times c_{pc} \times dT_c \text{ donc } dT_c = -dq / (\dot{m}_c \times c_{pc})$$

$$dq = \dot{m}_f \times c_{pf} \times dT_f \text{ donc } dT_f = dq / (\dot{m}_f \times c_{pf})$$

$$dT_c - dT_f = -dq / \dot{m}_c \times c_{pc} + dq / \dot{m}_f \times c_{pf}$$

En remplaçant dq par  $k \times dS \times (T_c - T_f)$  on obtient le résultat demandé.

En intégrant la relation (4) le long de la surface d'échange en introduisant les conditions aux extrémités ( $T_{ce}$ ,  $T_{cs}$ ,  $T_{fs}$ ,  $T_{fe}$ ), on obtient :

$$\ln(T_{cs} - T_{fe}) - \ln(T_{ce} - T_{fs}) = -k S \left( \frac{1}{\dot{m}_c \times c_{pc}} - \frac{1}{\dot{m}_f \times c_{pf}} \right) \text{(relation(5))}$$

La correction a été faite en tenant compte de la relation donnée au candidat.

Si on exprime le flux total échangé en fonction des températures d'entrée et de sortie du fluide (bilan enthalpique global) :

$$q = \dot{m}_c \times c_{pc} \times (T_{ce} - T_{cs}) \text{(relation(6))}$$

$$q = \dot{m}_f \times c_{pf} \times (T_{fs} - T_{fe}) \text{(relation(7))}$$

**Question 14.** En utilisant la relation (5) et les relations (6) et (7), exprimer la puissance de l'échangeur q en fonction de k, S,  $T_{ce}$ ,  $T_{cs}$ ,  $T_{fs}$  et  $T_{fe}$ .

$$\frac{1}{\dot{m}_c \times c_{pc}} = \frac{(T_{ce} - T_{cs})}{q} \text{ et } \frac{1}{\dot{m}_f \times c_{pf}} = \frac{(T_{fs} - T_{fe})}{q}$$

$$\ln(T_{ce} - T_{fs}) - \ln(T_{cs} - T_{fe}) = -k S \left( \frac{1}{\dot{m}_c \times c_{pc}} - \frac{1}{\dot{m}_f \times c_{pf}} \right)$$

On obtient donc :

$$\ln(T_{ce} - T_{fs}) - \ln(T_{cs} - T_{fe}) = -k S \left( \frac{(T_{ce} - T_{cs})}{q} - \frac{(T_{fs} - T_{fe})}{q} \right)$$

$$q = k S \frac{(T_{ce} - T_{fs}) - (T_{cs} - T_{fe})}{\ln(T_{cs} - T_{fe}) - \ln(T_{ce} - T_{fs})}$$

**Question 15.** Calculer la surface S nécessaire en utilisant les données en annexe « Dimensionnement échangeur » et sachant que la puissance de l'échangeur doit être de 2,36 kW.

$$S = \frac{q \times [\ln(T_{ce} - T_{fs}) - \ln(T_{cs} - T_{fe})]}{k \times [(T_{ce} - T_{fs}) - (T_{cs} - T_{fe})]}$$

$$S = \frac{2360 \times [\ln(140 - 40) - \ln(136 - 38)]}{1806 \times [(140 - 40) - (136 - 38)]} = 0,013m^2$$

**Question 16.** L'échangeur thermique est au programme de l'enseignement transversal en STI2D. On donne en documentation ressource un extrait du programme de cet enseignement. On vous demande de proposer une activité pédagogique en donnant le centre d'intérêt, les objectifs fixés et la compétence attendue à l'issue de l'activité, la problématique proposée aux élèves, matériel et ressources nécessaires et une trame du document donné aux élèves.

### 3. Modélisation de la double enveloppe

**Question 17.** En posant  $x(t)$  la température du produit à l'instant  $t$  ( $T_{1d}=x(0)$ ) et  $dx$  la variation de cette température pendant  $dt$ , écrire que la puissance fournie par la double enveloppe est égale à la puissance reçue par le produit. Reprendre la règle de calcul de la question 2.

$$\frac{dP_1}{dt} = Q_1 = P$$

$$Q_1 = K S \left( \frac{T_2e + T_2s}{2} - x \right) \text{ Puissance fournie par la double enveloppe}$$

**Question 18.** En déduire l'équation différentielle liant  $x(t)$  et  
 $V_1$  volume de la Double enveloppe (DE),  
 $K$  : coefficient moyen d'échange thermique global de la double enveloppe  $K= 163\text{kcal/h/m}^2/^\circ\text{C}$   
 $d_1$  : densité  
 $S$  : surface d'échange  
Chaleur spécifique  $Ch_1= 1\text{kcal/kg/}^\circ\text{C}$

$$P_1 = V_1 d_1 Ch_1 dx \Rightarrow \frac{dP_1}{dt} = V_1 d_1 Ch_1 \frac{dx}{dt} = K S (T_{2moy} - x)$$

$$V_1 d_1 Ch_1 \frac{dx}{dt} = K S (T_{2moy} - x)$$

**Question 19.** Résoudre l'équation différentielle afin d'obtenir  $x(t)$ .

$$x(t) = T_{2moy} + (T_{1d} - T_{2moy}) \cdot e^{-t/\tau}$$

$$\text{Avec } \tau = V_1 d_1 \frac{Ch_1}{K.S} = 29,7 \text{ min}$$

**Question 20.** Vérifier les temps trouvés lors des calculs de dimensionnement et discuter des écarts éventuels et de la conformité par rapport au cahier des charges.

Préchauffage de  $5^\circ\text{C}$  à  $35^\circ\text{C}$  en 67 minutes à comparer aux 27 minutes de la première méthode

Préchauffage de  $35^\circ\text{C}$  à  $37^\circ\text{C}$  en 25 minutes à comparer aux 17 minutes de la première méthode.

Les écarts viennent du fait que la puissance apportée par le DE n'est pas constante, elle dépend de la température du liquide.

Le temps de préchauffage global est cependant toujours inférieur aux 2 heures du cahier des charges  
(67+25=92 min < 120 min)

**Question 21.** Rappeler le principe de la méthode d'Euler.

On approche la solution par la méthode de la tangente, ici

$$x(t+h) \approx x(t) + h \times x'(t)$$

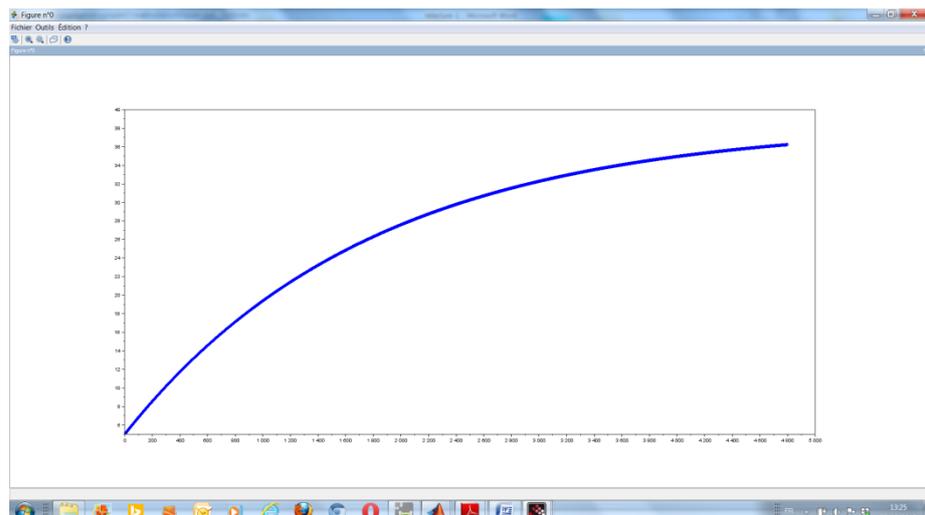
**Question 22.** Donner l'équation de récurrence qui permet de calculer  $x_{n+1}=x((n+1)h)$  en fonction de  $x_n$ ,  $h$ ,  $T_{2m}$  et  $\tau$ .

$$x_{n+1} \approx x_n + h \times \left( -\frac{x_n}{\tau} + \frac{T_{2m}}{\tau} \right) \text{ avec } x_0 = 5^\circ\text{C}$$

**Question 23.** Proposer soit l'algorithme, soit un programme Python ou Scilab qui permet de résoudre cette équation différentielle par la méthode d'Euler. Prévoir la représentation temporelle de  $x(t)$  sur un intervalle que vous justifierez.

Proposition de programme sous Scilab

```
//Résolution
funcprot(0);
//Fonction f
function z=f(y)
z=-y/T+E/T;
endfunction
//données initiales
h=1
x0=5
N=4800
E=38.5
T=29.7*60
//programme
t=zeros(1,N+1);
x=zeros(1,N+1);
t(1,1)=0;
x(1,1)=x0;
for i=1:N
t(1,i+1)=t(1,i)+h*i;
x(1,i+1)=x(1,i)+h*f(x(1,i));
end
//représentation graphique
plot(t,x,"+b");
```



L'activité proposée aux élèves doit leur permettre de comparer les temps de montée en température du produit en utilisant deux méthodes différentes :

- ✓ D'une part les calculs menés dans le paragraphe « DIMENSIONNEMENT DE LA DOUBLE ENVELOPPE » « Règle de calcul simplifié »
- ✓ D'autre part le modèle de connaissance développé ci-dessus.

**Question 24.** Préciser les hypothèses qui ont été faites pour chacune des deux méthodes.

- ✓ Pas de pertes lors des échanges entre la double enveloppe et le produit.
- ✓ Les deux méthodes reposent sur un calcul simplifié où seule la moyenne entre la température en entrée et en sortie de la double enveloppe intervient.
- ✓ La première méthode suppose que le pouvoir d'échange entre la double enveloppe et le produit est constant, ce qui n'est pas le cas. Le modèle de connaissance prend en compte ce phénomène, la puissance diminue quand la température augmente.

**Question 25.** Proposer le questionnement d'un TP fourni à des élèves où il leur est proposé de modifier certains paramètres permettant de comparer les deux méthodes et la validité du cahier des charges. Vous préciserez les ressources disponibles pour les élèves et rédigerez aussi le document professeur précisant les moyens et les objectifs d'un tel TP.

*Propositions de ressources possibles pour les élèves :*

- ✓ Un exemple de calcul utilisant la première méthode
- ✓ Un programme informatique permettant de résoudre l'équation différentielle

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T_{2m}}{\tau} - \frac{T}{\tau}$$

T température du produit

$$\tau = V_1 d_1 \frac{Ch_1}{K.S}$$

$T_{2m}$  : température moyenne de la DE

Les élèves doivent pouvoir modifier  $T_{2m}$ ,  $\tau$ ,  $T_{1d}$  température de départ du produit,  $V_1$  volume du produit. Le programme permet de tracer  $T(t)$ , une lecture graphique donnera le temps de chauffe.

*Proposition de questionnement élève :*

- ✓ Reprendre les phases de montée en température de 5°C à 35°C et comparer les temps de chauffe issus des deux méthodes.
- ✓ Comparer par rapport au cahier des charges.
- ✓ Les écarts entre les deux méthodes proviennent des hypothèses suivantes :  
La première méthode suppose que le pouvoir d'échange entre la DE et le produit est constant. Le modèle de connaissance suppose la puissance d'échange dépend de l'écart entre la température du produit et la température moyenne  $T_{2m}$ . Quelle hypothèse vous semble la plus réaliste ? Vous justifierez votre réponse en prenant d'autres exemples.
- ✓ Quel paramètre peut-on changer pour diminuer ce temps de chauffe ?
- ✓ On suppose que le volume est maintenant de 25 l, comment évoluent ces temps ?

**Question 26.** Montrer que sous certaines hypothèses que vous formulerez, la fonction de transfert de la double enveloppe peut s'écrire :  $H(p) = \frac{1}{V_1 d_1 Ch_1 p}$

Pour un échelon de puissance  $P_0=100W$ , donner l'équation  $T(t)$  en prenant  $T(0)=37^\circ C$ .

$$H(p) = 1/(30 \times 1 \times 1000 \times 4,1855 \times p) = 1 / (125565 \times p)$$

$$P(p) = P_0 / p$$

$$T(p) = 1/ (1255,65p^2)$$

$$T(t) = 8.10^{-4}t + 37^\circ$$

Critiquer le modèle. *Ce modèle néglige les pertes thermiques*

**Question 27.** Rappeler la signification de la modélisation acausale.

La modélisation acausale a une approche orientée phénomènes physiques et composants d'ingénierie, tandis que la modélisation causale est orientée vers la représentation des systèmes d'équations mathématiques. Elle traduit les phénomènes de transfert de puissance entre les composants.

**Question 28.** En utilisant les données et l'annexe « modélisation acausale », calculer en  $J.K^{-1}$  la capacité thermique de l'acier de la double enveloppe  $C_{DE}$ .

$$C_{DE} = m \times C_{acier} = 0,371 \times 4 \times 10^{-3} \times 7900 \times 502,3 = 5,89 \text{ kJ.K}^{-1}$$

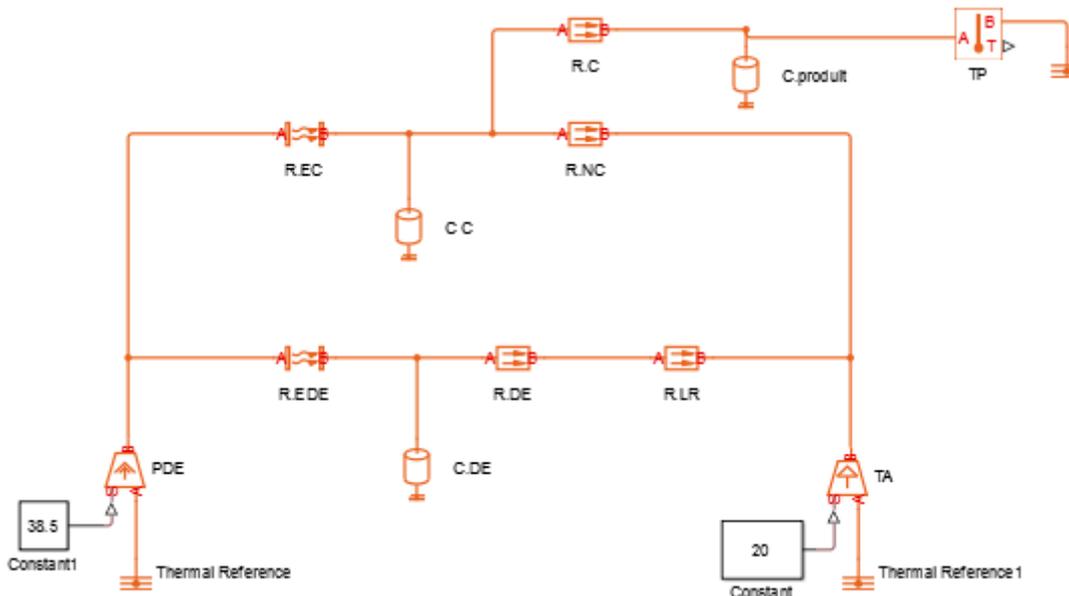
**Question 29.** En utilisant les données et l'annexe « modélisation acausale », calculer la résistance thermique en  $\text{K.W}^{-1}$  par conduction de la paroi de la double enveloppe  $R_{DE}$ .

$$R_{DE} = e / (\lambda \times S) = 4 \times 10^{-3} / (0,15 \times 0,371) = 0,072 \text{ K.W}^{-1}$$

**Question 30.** En utilisant les données et l'annexe « modélisation acausale », calculer  $R_{EDE}$  la résistance thermique en  $\text{K.W}^{-1}$  par convection de l'eau et la paroi de la double enveloppe

$$R_{EDE} = (1 / (h \times S)) = (1 / (10000 \times 0,371)) = 0,00027 \text{ K.W}^{-1}$$

**Question 31.** Les symboles « modélisation acausale » sont donnés en annexe. Identifier sur le document réponse DR1 « modélisation acausale »,  $P_{DE}$  (sans sa valeur qui sera calculée à la question suivante),  $T_A$  (avec sa valeur),  $R_{CC}$ ,  $R_{NC}$ ,  $R_{DE}$ ,  $R_{LR}$ ,  $R_{EDE}$ ,  $R_{EC}$ . Montrer  $T_P$  (température du produit) avec une flèche.



**Question 32.** La valeur de  $P_{DE}$  qui sera utilisée pour la simulation correspond aux déperditions en considérant la température de la double enveloppe et de la cuve à  $37^\circ\text{C}$  (régime permanent). Calculer cette valeur et la reporter sur le document réponse DR1 « modélisation acausale ».

$$\begin{aligned} \text{Double enveloppe + laine de roche : déperditions} &= (37-20)/(R_{DE}+R_{LR}) = 7,36 \text{ W} \\ \text{Cuve non calorifugées} &= (37-20) / (R_{NC}) = 425 \text{ W} \\ P_{DE} &= 300 + 5,19 = 432,36 \text{ W} \end{aligned}$$

**Question 33.** La courbe du document réponse DR2 « identification fonction de transfert » donne l'évolution de la température du produit pour un échelon de  $100 \text{ W}$  dans la double enveloppe, en partant d'une température produit de  $37^\circ\text{C}$ . Identifier cette fonction de transfert par un premier ordre.

Lecture graphique  $\frac{T(p)}{P(p)} = \frac{3,75 \cdot 10^{-2}}{1+13000p}$

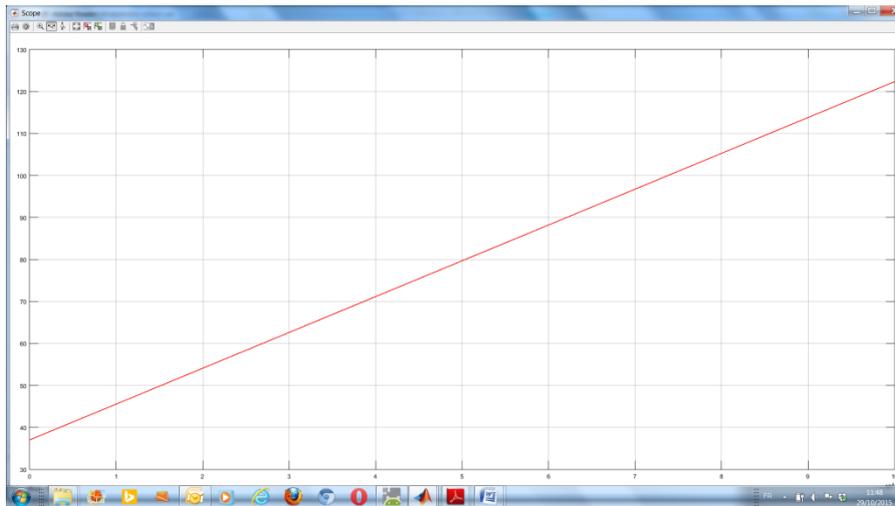
**Question 34.** Comparer avec la fonction de transfert obtenue à la question 26.

Le modèle tient compte ici des pertes et des résistances thermiques alors qu'à la question 26, le modèle était moins élaboré.

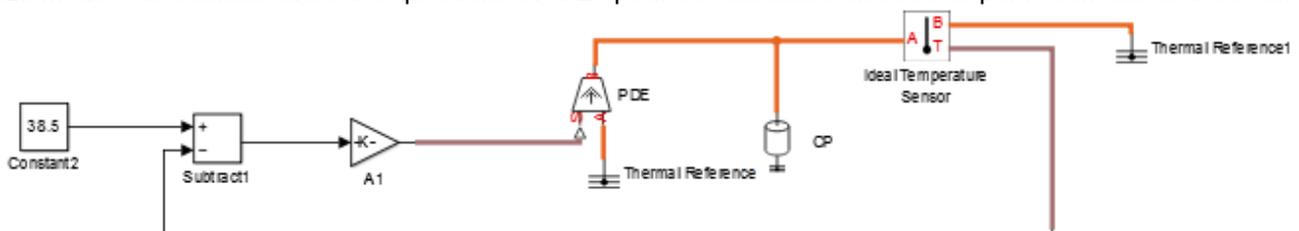
**Question 35.** Proposer une activité donnée à des élèves qui permette de faire le lien entre le modèle de la question 26 et le modèle de la question 31. Cette activité permet de travailler la compétence CO8.ee1.

- Indiquer les objectifs pédagogiques visés.
- Préciser la problématique proposée aux élèves durant cette activité afin d'atteindre les objectifs décrits précédemment.
- Rédiger le document donné aux élèves avec les réponses attendues.

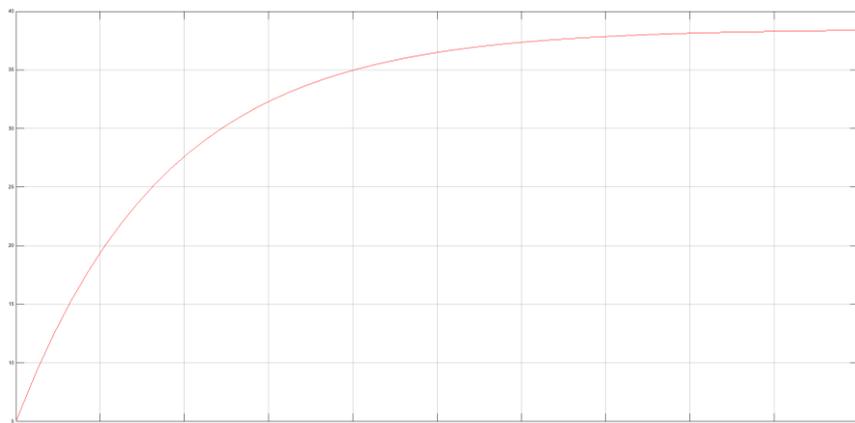
Il s'agit de simplifier le modèle complet en conservant uniquement la capacité du produit, en fixant les résistances thermiques du modèle complet afin de supprimer la modélisation des pertes ( $R_{DE}$  : nulle  $R_{CC}$  : nulle  $R_{NC}$  : infinie  $R_{LR}$  : infinie  $R_{EDE}$  : nulle  $R_{EC}$  : nulle) et en réglant  $P_{DE} = 100 \text{ W}$  car il n'y a pas de pertes. On peut ensuite en rajoutant un oscilloscope, visualiser la température du produit  $T$  et faire calculer la pente aux élèves, on retrouve environ  $8 \cdot 10^{-4} / \text{s}$  de la question Q26.



Le modèle de connaissance des questions 17 à 20 peut être modélisé en acausal par le schéma ci-dessous.

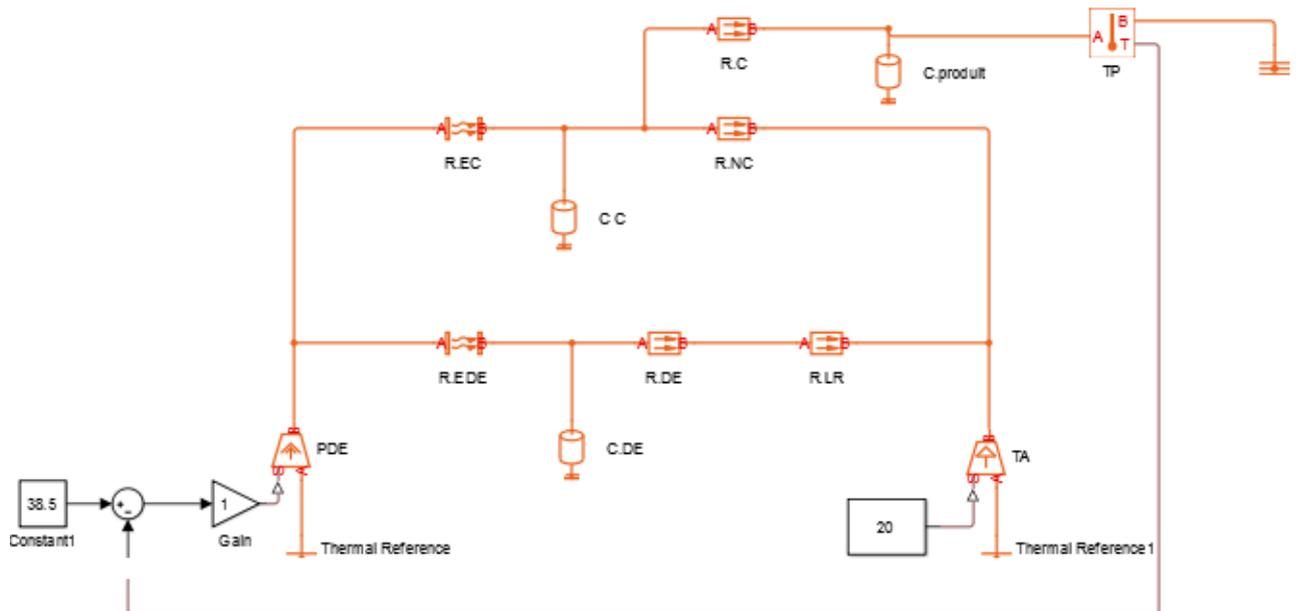


La montée en température de 5°C à 35°C est la suivante :



**Question 36.** Modifier sur le document réponse DR1 « modélisation acausale » en utilisant une autre couleur le modèle thermique acausal de la question Q30 afin que la puissance de la double enveloppe ne soit plus constante mais dépende de la température du produit. Vous préciserez la valeur du coefficient du gain A1 et son unité.

$$A1=70,3 \text{ W.K}^{-1}$$



**Question 37.** Proposer le questionnement d'un TP que l'on pourrait fournir aux élèves afin de leur faire comparer les deux modèles acausaux celui de la question Q30 et celui ci-dessus. Vous préciserez les ressources disponibles pour les élèves et rédigerez aussi le document professeur précisant les moyens et les objectifs d'un tel TP.

*Proposition de ressources disponibles :*

Les deux modèles acausaux du cytotoculteur avec la double enveloppe.

- Le premier modèle est à puissance constante, vous pouvez régler directement la puissance  $P_{DE}$  en watt.
- Le deuxième est à température d'entrée et de sortie de la double enveloppe constante, vous pouvez régler la température moyenne.

*Proposition de questionnement élève :*

- Reprendre la phase de montée en température de 5°C à 37°C et comparer les temps de chauffe issus des deux modèles acausaux.
- L'objectif du cahier des charges étant une montée en température en moins de 2 heures, proposer un réglage pour chacun des deux modèles.

## 4. Asservissement et régulation de température

**Question 38.** On parle de robustesse de la commande, définir ce terme. Rappeler la signification des termes suivants : régulation, asservissement. Dans quelles opérations chacune de ces commandes sera nécessaire ?

Une commande robuste est une commande dont le réglage peut convenir à plusieurs points de fonctionnement et sur laquelle les perturbations ont peu d'effets.

Régulation, commande dans laquelle la consigne est fixe : stérilisation à 121°, chargement du milieu de culture à 5°C.

Asservissement, commande dans laquelle la consigne varie dans le temps : préchauffage milieu de 5°C à 37°C.

**Question 39.** Exprimer les fonctions de transfert en boucle fermée définies par :

$$F1(p) = \frac{T(p)}{T_{\text{cons}}(p)} \text{ et } F2(p) = \frac{T(p)}{Z(p)}$$

$$F1(p) = \frac{C(p) H(p)}{1 + C(p) H(p)}$$

$$F2(p) = \frac{H_z(p)}{1 + C(p) H(p)}$$

**Question 40.** Exprimer T(p) en fonction de Tcons(p) et Z(p).

$$T(p) = F1(p) T_{\text{cons}}(p) + F2(p) Z(p)$$

**Question 41.** Exprimer C(p) en fonction de R(p) et H(p), puis en fonction de  $\tau$  et de p. De quel type de correcteur s'agit-il ?

$$C(p) = \frac{R(p)}{H(p)(1 - R(p))} = \frac{5 \times (1 + \tau p)}{H_0 \times \tau p} = \frac{5}{H_0} \times \left(1 + \frac{1}{\tau p}\right)$$

Régulateur Proportionnel intégral.

**Question 42.** Exprimer C(p) en fonction de R(p) et Hr(p), puis en fonction de  $\tau$ ,  $\theta$  et de p. Ce correcteur est-il réalisable ? Quelles conclusions pouvez-vous en tirer sur le modèle de référence ?

$$C(p) = \frac{R(p)}{H_r(p)(1 - R(p))} = 5 \times \frac{1 + \tau p}{K \tau p} \times e^{\theta p}$$

Correcteur non réalisable, il est nécessaire que le modèle de référence contienne le retard initialement présent dans la fonction de transfert.

**Question 43.** Tracer le nouveau schéma bloc de la commande en température sur le document réponse DR3.

**Question 44.** Compléter le nouveau schéma bloc de la commande en température et la caractéristique du bloc « Split range » sur le document réponse DR4.

**Question 45.** Vous disposez des modèles de simulation des stratégies 1, 2 et/ou 3. Vous souhaitez développer chez vos élèves la compétence C008. ee2, proposez un scénario pour atteindre cet objectif.

Proposition de scénario :

Trois groupes d'élèves utilisent chacun un modèle correspondant à une stratégie de commande différente. Ils doivent :

- Régler le gain proportionnel du correcteur, afin d'obtenir quand cela est possible 1°C d'erreur statique, pour un échelon de température de 37°C.
- Consigner les résultats de leurs différents essais.
- En phase de synthèse, chacun des trois groupes présente le meilleur réglage et les difficultés observées. Ensemble, ils comparent et interprètent leurs résultats.

Première stratégie de commande : le système est difficilement réglable car le retard introduit un grand déphasage. La précision et la rapidité sont médiocres.

Deuxième stratégie de commande : le retard dans le système est moins important car la vanne de vapeur est cette fois pilotée directement par la température de la double enveloppe qui est plus proche que le capteur de température du cytotacteur. La précision et la rapidité sont nettement améliorées.

Troisième stratégie : Elle améliore la deuxième stratégie en commandant une vanne d'eau glacée pour refroidir.

## 5. ICM : incertitude chaîne de mesure.

**Question 46.** Compléter le document réponse DR5 (1<sup>ère</sup> colonne) en relevant pour chacune des sondes la formule donnant la tolérance maximale en fonction de la température. [Voir tableau document réponse](#)

**Question 47.** La tolérance ici donnée correspond à un intervalle à  $2\sigma$ . Compléter le document réponse DR5 en précisant la plage de température contenant 95% des mesures à 100° puis à 37°C pour chacune des trois sondes. Donner l'écart type sur les mesures à 37°C. [Voir tableau document réponse](#)

**Question 48.** Au vu du cahier des charges, choisir en justifiant la sonde de température.  
[Pt100 FO.1 \(1/3 classe B\)](#)

**Question 49.** Afin de calculer l'incertitude de la chaîne de mesure (tableau du document réponse),

- rechercher les informations manquantes dans la documentation constructeur donnée en annexe,
- faire les calculs manquants dans le tableau,
- conclure quant à l'exigence des biologistes.

[Voir tableau document réponse](#)

**Question 50.** En quoi une approche interdisciplinaire, peut-elle être utile en termes d'apprentissage et comment l'envisageriez-vous ?

Travail d'équipe avec le professeur de mathématiques qui introduit en classe de première les outils de mesure de la dispersion par l'introduction de l'écart type. Les sciences et techniques industrielles fournissent des sujets d'étude liés par exemple ici à des capteurs. L'utilisation de définitions communes en math et STI doit permettre aux élèves de consolider ces notions et de s'en faire une représentation personnelle.

Des supports de cours communs contribuent également à cette cohérence sur ces chapitres.

Document EDUSCOL à consulter : [Ressources pour le cycle terminal général et technologique Mesure et incertitudes](#)

## 6. Synthèse pédagogique

La séquence pédagogique se situe en enseignement de spécialité énergie et environnement en terminale STI2D.

**Question 51.** Choisir le ou les centres d'intérêt à associer aux activités de la séquence et permettant de travailler sur les problématiques mises en évidence dans le sujet. Justifier votre choix.

CI 1 Typologie des systèmes énergétiques : modélisation des chaînes d'énergie

CI 3 Transport, stockage et distribution de l'énergie et réseaux spécifiques : caractérisation de la structure d'un réseau de distribution d'énergie et simulation associée. Etudes réalisées sur des dossiers réels.

Comportement énergétique des systèmes et validation comportementale par simulation.

Le dimensionnement de l'échangeur Q16 est dans le programme du transversal, les élèves de EE pourront donc aussi avoir cette activité mais située dans une autre séquence.

**Question 52.** En dehors du dossier proposé par ce sujet, quels autres supports pourraient contribuer à développer les centres d'intérêts retenus ?

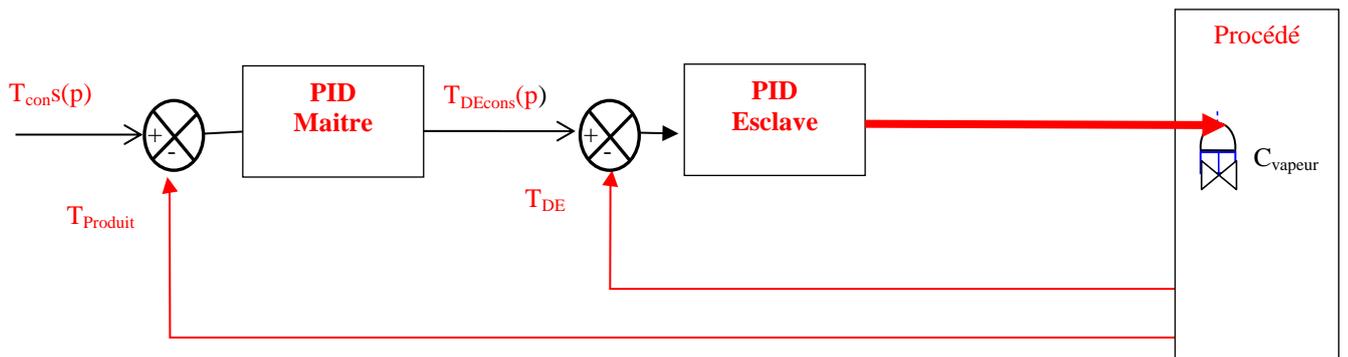
Système Hydrotherm : Bain d'eau avec Thermoplongeur régulé en température

Système ERM avec Pompe à chaleur et échangeur

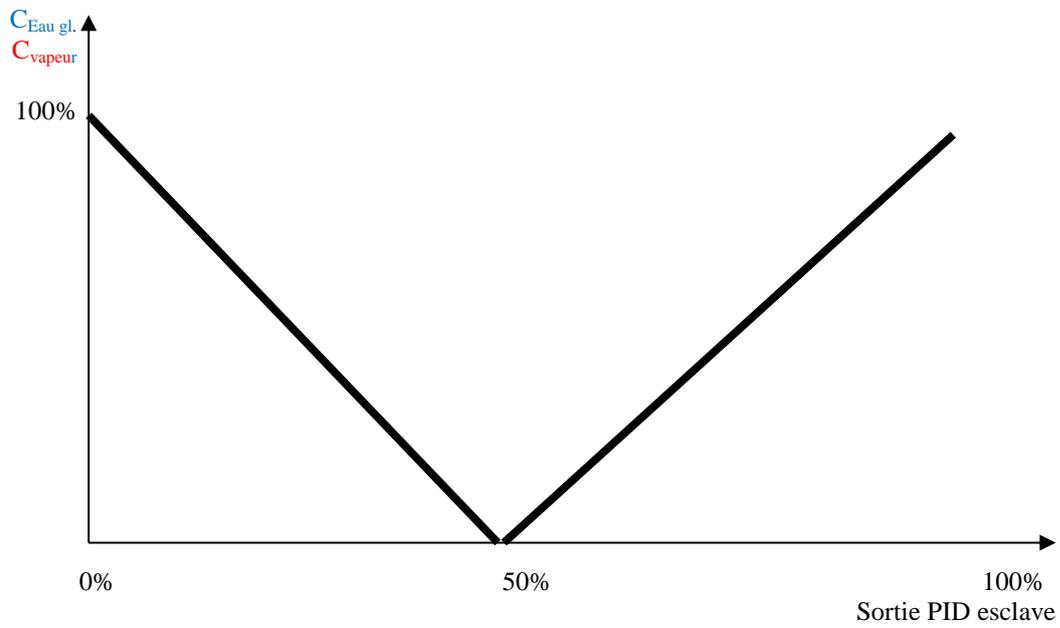
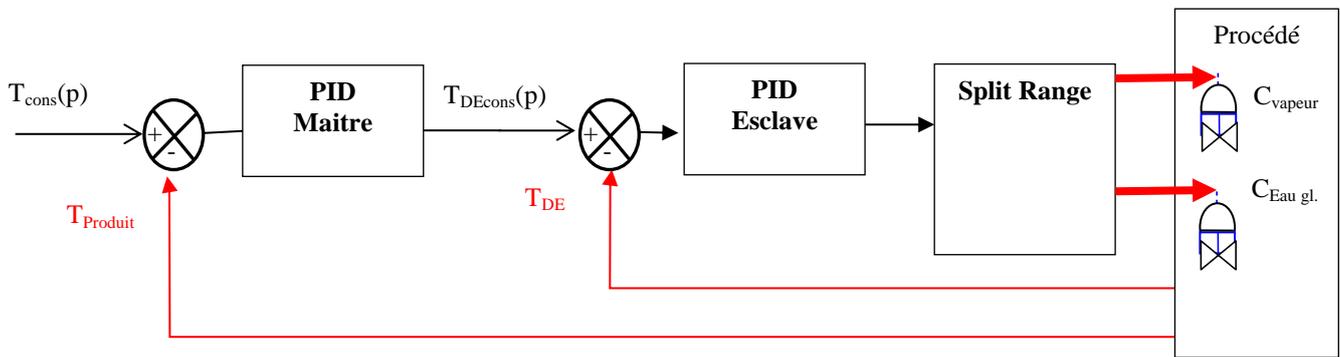
**Question 53.** Proposer, sans rédiger les documents élèves, une trame d'évaluation sommative pour l'ensemble de la classe à l'issue de la séquence. Les objectifs visés devront être clairement énoncés.

**Question 54.** Faire une analyse critique de la séquence proposée en indiquant les difficultés (matérielles, organisationnelles, ...) susceptibles d'être rencontrées au regard du cadre imposé par le sujet.

## Document réponse DR3: schéma bloc deuxième stratégie, régulation cascade



# Document réponse DR4: schéma bloc troisième stratégie, régulation split range



## DOCUMENT REPOSE DR5: INCERTUDE DE MESURE

*Seulement les cases grisées sont à remplir.*

Sondes	Tolérance maximale (formule)	Tolérance à 100°	Plage contenant 95% des mesures (100°)	Tolérance à 37°	Ecart type $\sigma$ à 37°C
Pt 100 FO.15 (Classe A)	0.15+-0.002It	0.35°	[99.65° 100.35°]	0.22°	0.11°
Pt100 FO.1 (1/3 classe B)	0.1+-0.0017It	0.27°	[99.73° 100.27°]	0.16°	0.08°
Pt 100 FO.3 (Classe B)	0.3+-0.005It	0.8°	[99.2° 100.8°]	0.48°	0.24°

Elément	Echelle min	Echelle max	Grandeur d'influence	Formule constructeur de l'erreur ou valeur	Type d'incertitude correspondante	Coefficient de conversion	Ecart type $\sigma$ °
Pt100 F0.1 (1/3 classe B)	0°	150°C	Température	0.1+-0.0017It	Type A 2 $\sigma$	2	0,08145
Transmetteur	0	150°C	Mesure	0,1°C ou 0,08% échelle	Type A 3 $\sigma$	3	0,04
CAN	4mA	20mA	Quantification	Résolution : 812nA	B	1,73	0,0022
			Température à 25°	0,142% de PE	B	1,73	0,077
					<b>somme quadratique</b>		0,12
					<b>IMC élargie</b>	2	0,23

## Commentaires du jury :

Les candidats ayant le mieux réussi cette épreuve sont ceux qui ont été capables de créer et d'utiliser des outils pédagogiques utilisés en STI2D : diagrammes SYSML, modélisations causale, acausale et statistique, résolution numérique. Les questions scientifiques et technologiques avaient pour vocation de guider le candidat dans le travail préparatoire aux développements pédagogiques.

### Partie 3 – Cahier des charges cytoculteur

Il était demandé au candidat de produire quelques diagrammes SYSML afin de pouvoir présenter le système à des élèves. Les diagrammes devaient être simples, mais la question demandait toutefois une réflexion et un minimum de production des candidats. Il a été tenu compte de la nouveauté que constitue ce langage et la notation a été bienveillante avec les candidats ayant traité cette partie. Le jury regrette que trop peu de candidats aient abordé cette question.

Les réponses des candidats montrent que :

- Certains d'entre eux ne connaissent pas du tout le langage et proposent une présentation sur la base de l'analyse fonctionnelle classique.
- Le niveau de maîtrise minimal du langage n'est pas encore atteint pour un trop grand nombre et les concepts liés au diagramme de cas d'utilisation par exemple sont encore balbutiants.

Le jury tient à rappeler que le langage SysML est un élément important de modélisation utilisé dans beaucoup de formations (STI2D, BTS et CPGE) et qu'il est aujourd'hui indispensable pour un enseignant agrégé de posséder un minimum de maîtrise dans le domaine.

### Partie 4 - Process

Les questions 2 à 15 ont été globalement bien traitées. Pour la partie scientifique et technique, le jury invite les candidats à être attentifs aux applications numériques et aux ordres de grandeur des résultats. Les équations aux dimensions sont utiles pour vérifier l'homogénéité des formules.

Le jury regrette que seulement un tiers des candidats ait traité la question 16 portant sur l'exploitation pédagogique de cette partie. La notion de centre d'intérêt est bien comprise mais un effort doit être fait sur la présentation de la démarche. Le jury regrette que la problématique de la séance ne soit pas toujours définie et que les objectifs visés ne soient pas suffisamment explicités. Il en est de même des connaissances que doivent acquérir les élèves. Le choix du support doit être judicieux pour éviter une exploitation hors sujet. Beaucoup de candidats ont choisi la pompe à chaleur mais se sont focalisés sur l'ensemble du système (COP) sans aborder l'échangeur. Une pompe à chaleur ne doit pas être confondue avec un échangeur thermique.

### Partie 5.1 – Modèle de connaissance

Cette partie proposait de mettre au point un modèle de connaissance du cytoculteur. Elle a été globalement peu traitée.

- Les questions 17 à 20 qui consistaient à poser et à résoudre une équation différentielle du 1er ordre ont généré peu de réponses satisfaisantes : les candidats ont éprouvé des difficultés pour poser une équation cohérente. La résolution pouvait cependant être menée car un modèle d'équation était ensuite proposé. Il ne faut pas que les candidats hésitent à s'approprier toutes les ressources disponibles pour développer leurs raisonnements.
- Les questions 21 à 23 proposaient l'étude d'une résolution numérique basée sur le principe d'Euler. Les candidats qui ont abordé ces questions ont globalement bien su répondre. Le jury a d'ailleurs apprécié et valorisé les différentes propositions pertinentes.

- Les questions 24 à 25 concernant l'analyse des modèles et le développement pédagogique associé ont été peu traitées. Le jury rappelle que l'utilisation et l'exploitation de modèles fait partie des enseignements des filières STI2D et S-SI et que les enseignants agrégés sont des appuis importants dans les équipes pédagogiques pour mener la construction de ces différents modèles.

## **Partie 5.2 – Modèle thermique acausal**

L'objectif de cette partie était d'établir un modèle acausal de l'ensemble cuve et double enveloppe puis d'établir un lien entre ce modèle et ceux proposés dans les parties précédentes. La moitié des candidats ont abordé cette partie.

Le jury invite les futurs candidats à approfondir cette partie. La notion de modèle acausal est inconnue pour beaucoup de candidats. Un professeur agrégé doit être capable d'élaborer des modèles et de les simplifier pour l'utilisation avec les élèves. Les candidats ont des difficultés à faire le lien entre le modèle proposé et le système.

La partie pédagogique de cette partie a été très peu abordée. Il est recommandé aux futurs candidats de consulter l'article « modélisation multiphysique » de Philippe Fichou dans la revue Technologie N°184.

## **Partie 6 – Asservissement et régulation de température**

- la terminologie autour des aspects de régulation et d'asservissement a été mal maîtrisée (boucle ouverte ou fermée, consigne... ),
- les calculs autour des fonctions de transfert ont été correctement traités,
- le modèle de comportement de l'asservissement a été peu traité mais souvent avec succès,
- stratégies de commande:
  - les schémas blocs des deux commandes ont été peu et mal traités par les candidats,
  - l'exploitation pédagogique devait conduire les élèves à utiliser les 3 modèles existants (renseigner et comparer les résultats). Il ne s'agissait pas ici de créer des modèles mais simplement de les utiliser avec les élèves afin de valider des solutions. Cette question a été traitée par trop peu de candidats.

## **Partie 7 - ICM**

- l'extraction des données des capteurs de température a été abordée par un nombre important de candidats et relativement bien traitée,
- les calculs d'incertitude ont été peu abordés malgré l'aide de la documentation annexe,
- la question pédagogique concernant l'approche interdisciplinaire n'a pas été développée en explicitant les conditions de mise en œuvre et les attendus.

## **Partie 8 – Synthèse pédagogique**

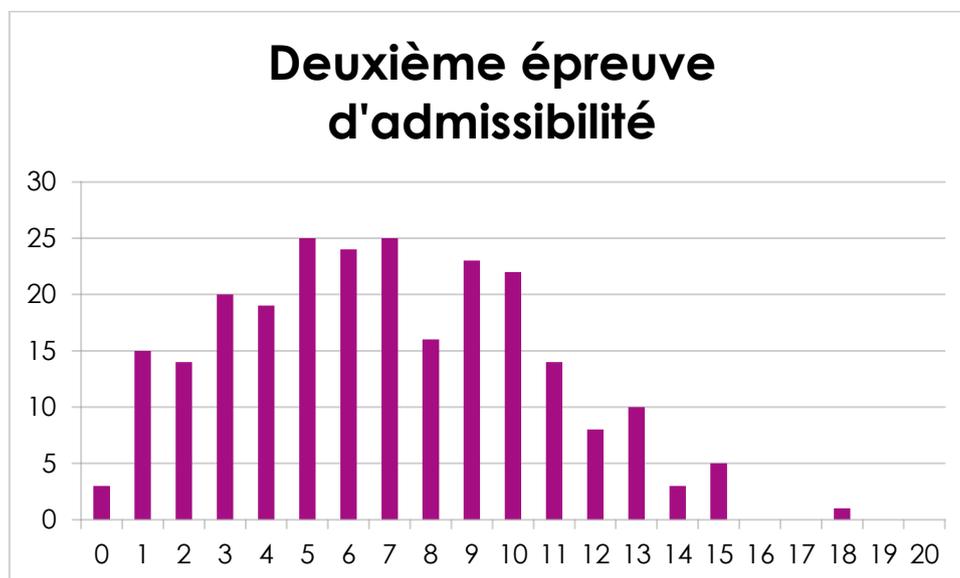
Cette synthèse demandait aux candidats de prendre du recul par rapport aux diverses activités pédagogiques demandées dans le sujet. Il s'agissait d'organiser le cadre d'une séquence pédagogique en apportant quelques compléments concernant :

- les centres d'intérêt,
- le ou les supports,
- l'évaluation.

Le temps accordé à cette partie devait être du même ordre de grandeur que celui accordé à chacune des parties précédentes, il ne s'agissait pas de rédiger entièrement la séquence. Trop peu de candidats ont traité cette partie.

### Répartition des notes de l'épreuve :

Le graphe suivant fournit le nombre de candidats (ordonnée) ayant obtenu la note figurant en abscisse.



# Epreuves d'admission

*Les épreuves d'admission se sont déroulées du 12 avril au 15 avril 2016 dans de très bonnes conditions au lycée BRANLY à Châtelleraut. Les membres du jury adressent de vifs remerciements au proviseur et au directeur délégué aux formations professionnelles et technologiques pour l'accueil chaleureux qui leur a été réservé.*

## Activité pratique et exploitation pédagogique d'un système pluri-technique (1<sup>ère</sup> épreuve d'admission)

**Coefficient 2 – Durée 6h**

Cette épreuve d'admission a pour objectif de vérifier la capacité du candidat à prendre en charge un système technique imposé et à développer des expérimentations ayant pour objectif la construction d'activités pédagogiques en STI2D, en SSI ou en STS. Elle se décompose en trois phases distinctes et complémentaires :

### **Expérimentation (4h):**

Après tirage au sort d'un sujet traitant d'une problématique liée au domaine d'activité choisi par le candidat, celui-ci doit mener des investigations sur un objet technique imposé.

Le candidat est d'abord guidé (2h) afin de l'aider à s'approprier le système et à vérifier qu'il possède les connaissances et compétences nécessaires pour son exploitation.

Il est ensuite invité pendant 2 heures à poursuivre sa démarche d'investigation en explorant s'il le souhaite d'autres pistes d'exploitation. Il doit récupérer des données expérimentales prouvant la faisabilité technique de l'activité pédagogique qu'il pourrait proposer aux élèves ou aux étudiants, en montrant les résultats attendus.

Durant cette phase, il est suivi par les membres du jury, qui le questionnent sur ses protocoles expérimentaux, sur la synthèse de ses résultats et qui vérifient ses connaissances sur le thème abordé. Durant les deux heures d'investigation, où le candidat doit commencer à construire ses activités pédagogiques, les membres du jury lui apportent le soutien technique nécessaire à la mise en place de ses expérimentations.

### **Préparation de la leçon (1h)**

Le candidat dispose alors d'une heure en loge afin de préparer sa soutenance. Il peut emporter les documents qui lui étaient fournis lors de la première phase et une clé USB où il aura stocké ses relevés expérimentaux. Il dispose d'un ordinateur équipé d'une suite bureautique classique.

### **Soutenance (1h)**

Le candidat doit alors présenter durant quarante minutes et devant une commission de jury l'activité pédagogique proposée. Vingt minutes sont ensuite consacrées à l'entretien. Le candidat dispose d'un PC, d'un vidéoprojecteur mis à disposition et des supports numériques préparés lors des précédentes phases de cette épreuve.

## Remarques concernant la session 2016

### **Domaine d'activité « gestion de l'énergie »**

Les supports proposés permettaient l'étude de l'optimisation énergétique dans différents contextes et selon différentes modalités : le domaine tertiaire était abordé par la gestion des flux de ventilation et par

les réseaux d'informations domotiques ; le domaine industriel était abordé par l'optimisation de l'énergie appelée par une installation et par le prototypage d'un système électromécanique.

L'ensemble de ces thèmes et supports représentent les activités modernes de l'ingénierie électrique.

### **Le jury a apprécié :**

- la connaissance préalable des applications d'optimisation énergétique par les candidats,
- la mise en œuvre de protocoles expérimentaux pertinents et adaptés au problème posé,
- les meilleurs candidats ont été ceux qui ont cherché une cohérence dans leur scénario pédagogique dès le début de la phase d'expérimentation en conceptualisant leur proposition sur un support technique adapté et un cahier des charges réaliste.
- la maîtrise de l'utilisation d'analyseur de réseau d'énergie ainsi que les exploitations possibles des mesures et contrôles liés à ces appareils est indispensable.

Il apparaît également une nette différence entre les candidats qui avaient une réflexion pédagogique préalable et ceux qui ont débuté cette réflexion durant l'épreuve.

### **Domaine d'activité « systèmes d'information »**

Les supports choisis dans le champ des systèmes d'informations mettaient en œuvre des platines de prototypage rapide permettant :

- l'acquisition de l'information par cible FPGA, dalle tactile ou CapSense,
- le traitement du signal,
- la transmission de données.

### **Le jury a apprécié :**

- la faculté d'adaptation de la plupart des candidats quant à la mise en œuvre des différents systèmes de prototypage rapide proposés dans les activités de travaux pratiques,
- la connaissance des langages procéduraux et matériels employés lors des investigations,
- chez certains candidats, une bonne maîtrise des instruments de mesure couramment employés en électronique et analyse du signal,
- chez certains candidats, de bonnes connaissances générales dans la configuration des réseaux informatiques,
- pour la plupart des candidats, une capacité d'analyse satisfaisante permettant l'appropriation des concepts,
- chez certains candidats, les initiatives expérimentales visant à élaborer une activité pédagogique appropriée.

### **Conseils :**

Une préparation préalable est indispensable dans les domaines suivants :

- connaissances théoriques générales relatives au traitement du signal (transformée en Z, équation de récurrence, analyse temporelle et spectrale d'un signal échantillonné) ainsi qu'à la transmission d'un signal (réseaux),
- compétences techniques générales dans le domaine du numérique (composants programmables, développement logiciel,...),
- mise en œuvre et maîtrise des instruments de mesure.

### Soutenance (pour les deux domaines d'activités) :

Beaucoup de candidats n'utilisent pas les quarante minutes mises à disposition pour la présentation de l'exploitation pédagogique et se limitent à une description sommaire des activités expérimentales conduites en amont ou à une description d'intentions pédagogiques sans relation avec la première phase de l'épreuve.

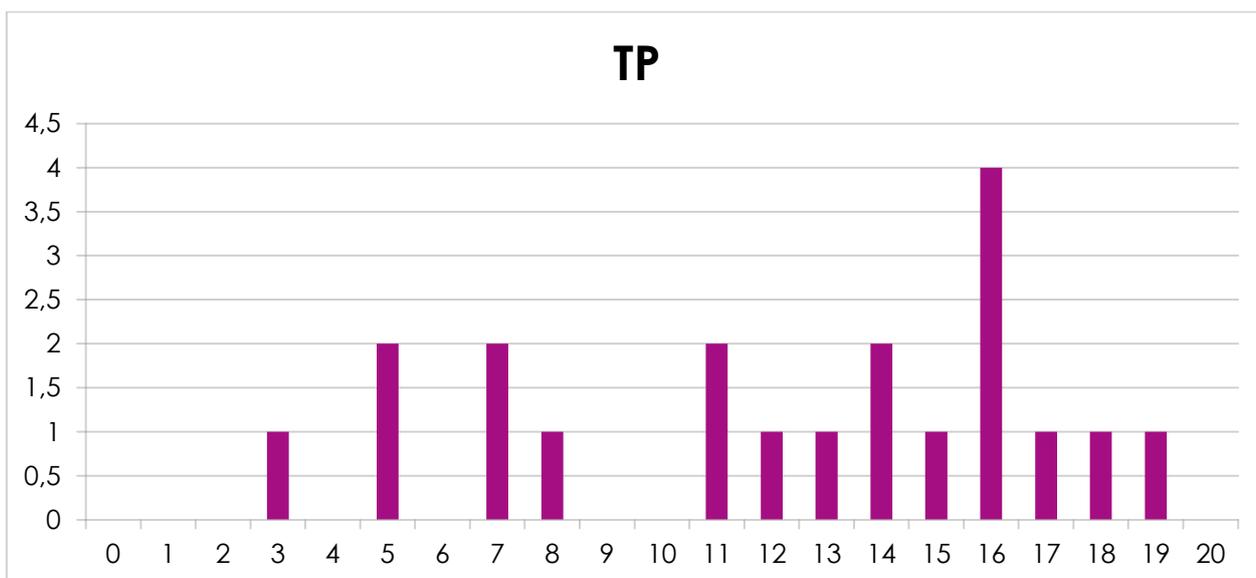
Le jury a apprécié les prestations des candidats qui ont réellement exploité la phase expérimentale pour développer un projet pédagogique structuré comportant :

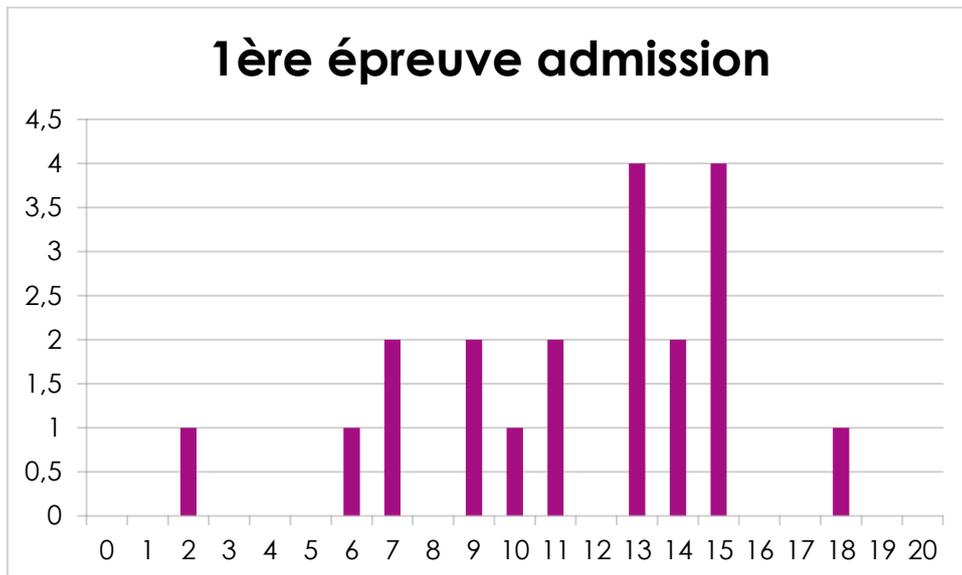
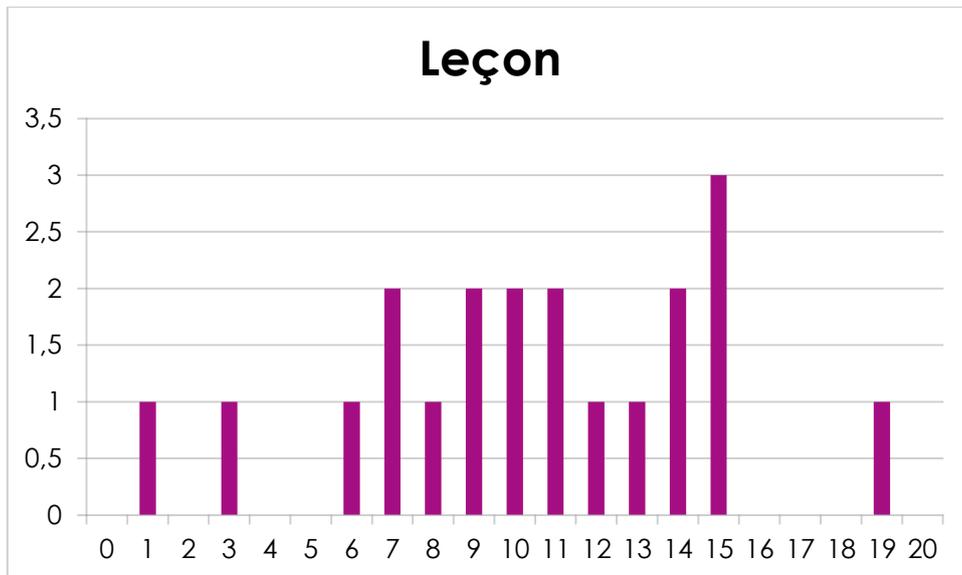
- une description des intentions pédagogiques, qui fasse apparaître les objectifs de formation en termes de compétences visées,
- une description des moyens mis en œuvre dans la classe pour conduire l'activité pratique proposée (organisation du groupe classe, mise en activité des élèves, consignes données et résultats attendus...).

Dans la phase de questionnement, le jury a particulièrement apprécié la prestation des candidats en capacité de justifier des fondements scientifiques et technologiques en relation avec l'exploitation pédagogique proposée. De même, la justification des choix et stratégies pédagogiques, qui dépasse les éléments de langage usuels, pour faire preuve d'une réflexion structurée a été appréciée par le jury.

### Répartition des notes de l'épreuve :

Les graphes suivants fournissent le nombre de candidats (ordonnée) ayant obtenu la note figurant en abscisse :





# Epreuves d'admission

## Epreuve sur dossier (2<sup>ème</sup> épreuve d'admission)

Coefficient 1 – durée une heure

L'épreuve consiste en la soutenance du dossier devant le jury suivie d'un entretien (*présentation n'excédant pas trente minutes ; entretien avec le jury : trente minutes au maximum*).

L'épreuve a pour objectif de vérifier que le candidat est capable de rechercher les supports de son enseignement dans le milieu économique et industriel et d'en extraire des exploitations pédagogiques pertinentes pour son enseignement en cycle terminal du lycée, en STS, en IUT ou en CPGE. Le dossier doit mettre en évidence les compétences du candidat à transférer des données scientifiques et technologiques du milieu économique et industriel vers l'éducation nationale.

Le candidat déclaré admissible envoie par courrier postal avec accusé de réception, avant une date définie par le calendrier du concours, deux exemplaires d'un rapport écrit (le dossier) ainsi qu'une version numérique sur support à sa convenance (CD ou clé USB).

Les dossiers doivent être déposés au secrétariat du jury cinq jours francs avant le début des épreuves d'admission.

Le jury expertise ce dossier avant la soutenance du candidat.

La salle de l'épreuve est mise à disposition du candidat une heure avant le début de l'épreuve afin de préparer l'environnement de présentation. Les équipements mis à disposition sont : un poste informatique, un vidéoprojecteur, un tableau. Le candidat peut aussi utiliser son ordinateur portable personnel.

### Constitution du dossier

Le dossier présenté par le candidat est relatif à un système technique dont la dominante est choisie par celui-ci. Son authenticité et son actualité sont des éléments décisifs. Le dossier préparé par le candidat ne doit pas dépasser quarante pages. Il est constitué des éléments ci-dessous :

1. Les représentations et documents techniques nécessaires à la compréhension du système technique. Il est apprécié que ces documents soient issus de dossiers numériques dont les fichiers complets sont fournis sur un support numérique joint au dossier.

2. Une réflexion sur le choix du support et les études conduites, exploitant les connaissances attendues d'un professeur dans le domaine de l'option du concours, qui peuvent être articulées autour :

- du traitement d'un problème pertinent au regard du support utilisé,
- de simulations (de fonctionnement et de comportement), lorsqu'elles sont utiles. Les fichiers de simulation sont également fournis sur le support numérique inclus dans le dossier,
- de toutes les informations permettant de justifier les solutions et/ou les évolutions projetées du système.

Le candidat doit mettre en évidence sa capacité à s'approprier l'économie générale d'un support et non se limiter à l'étude de problèmes pointus.

3. Les investigations menées qui pourraient donner lieu à des exploitations pédagogiques pertinentes au cycle terminal du lycée, en STS, en IUT ou en CPGE. Le cadre d'une exploitation pédagogique doit être proposé de manière détaillée. Elle doit être structurée à partir des compétences à faire acquérir aux élèves.

Le candidat doit donc :

- présenter les objectifs, le principe de déroulement et les moyens didactiques à mobiliser pour une séquence de formation correspondant à un objectif pédagogique d'un programme et d'un niveau de classe précisé,
- indiquer, selon son point de vue, les points clefs, les difficultés prévisibles et les scénarios alternatifs pouvant permettre de les contourner.

### **Exposé et entretien**

L'exposé et l'entretien permettent d'apprécier l'authenticité et l'actualité du problème choisi par le candidat, sa capacité à en faire une présentation construite et claire, à mettre en évidence les questionnements qu'il suscite et à en dégager les points remarquables et caractéristiques de l'option choisie. Ils permettent également au candidat de mettre en valeur l'analyse scientifique et technologique développée ainsi que l'exploitation pédagogique envisagée. En utilisant les moyens courants de présentation (vidéoprojecteur et informatique associée, etc.), le candidat présente le support technique qu'il a choisi pour l'épreuve, ainsi que les investigations et développements qu'il a conduits pour s'en approprier le fonctionnement et les évolutions potentielles. Pendant l'entretien, le jury conduit des investigations destinées à se conforter dans l'idée que le dossier présenté résulte bien d'un travail personnel du candidat et s'en fait préciser certains points. Les dossiers doivent être déposés au secrétariat du jury cinq jours francs avant le début des épreuves d'admission.

### **Critères d'évaluation**

Le jury évalue :

- l'authenticité et l'actualité du cas choisi,
- la capacité du candidat à en faire une présentation construite, claire et objective,
- la mise en évidence des problèmes posés par l'étude choisie,
- l'identification, dans le sujet traité, des points remarquables et transférables dans un enseignement,
- la qualité des investigations conduites et la pertinence des exploitations pédagogiques retenues par rapport aux niveaux de formation choisis,
- la qualité du dossier élaboré par le candidat.

### **Remarques concernant la session 2016**

Les points suivants ont été valorisés par le jury :

- le dossier fait référence à un support industriel ou du domaine du grand public parfaitement maîtrisé et analysé. La complexité est suffisante pour envisager l'analyse scientifique et technologique au niveau requis,
- le candidat a souvent rencontré les concepteurs ou les responsables techniques,
- l'analyse du support a été conduite avec précision sans éléments inutiles. Elle est étayée de développements scientifiques et modélisations logicielles. Les choix technologiques sont analysés et discutés,
- les problématiques étudiées et exploitées au niveau pédagogique sont en relation avec les éléments essentiels de l'analyse du support retenu,
- les objectifs pédagogiques sont explicités, organisés et font clairement apparaître les compétences visées,

- le dossier comporte des séquences pédagogiques complètement développées (avec les documents élèves, la préparation professeur, les dossiers annexes),
- les séquences développées sont contextualisées au sein d'une progression,
- les objectifs, les contenus et les modalités des évaluations sont précisées,
- la présentation est bien organisée et bien minutée, le candidat expose clairement son propos en s'adressant au jury de façon détachée vis-à-vis du texte ou support de présentation,
- le niveau de langage et la présentation du candidat sont irréprochables.

Pour les candidats n'ayant pas correctement réussi cette épreuve, le jury a constaté les insuffisances suivantes :

#### ***Concernant la partie technique du dossier***

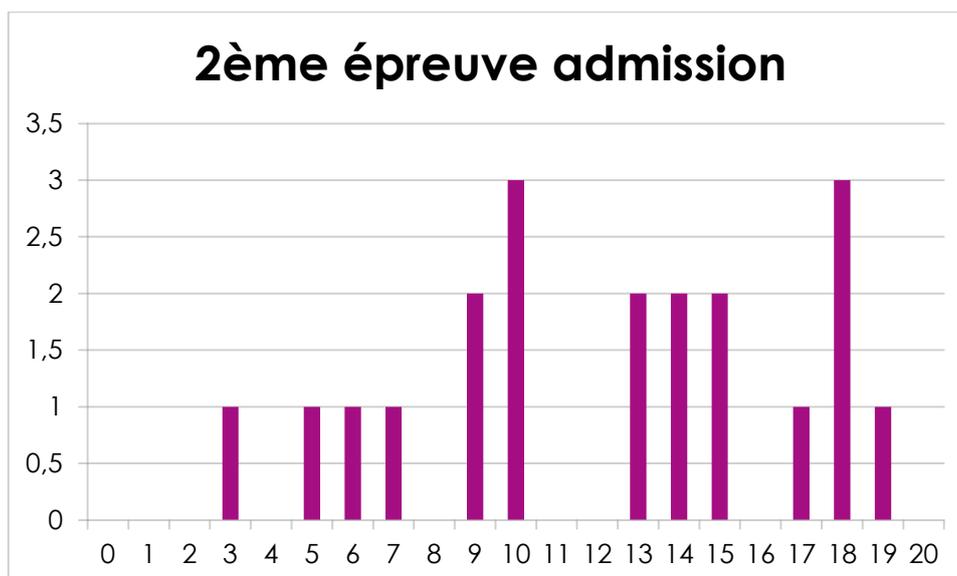
- l'absence du cahier des charges industriel original,
- une étude technique réduite à une compilation de documents, ne proposant que peu d'analyses scientifiques et technologiques des solutions retenues par le concepteur,
- l'obsolescence des systèmes choisis, ou des supports insuffisamment riches sur les plans scientifiques et technologiques,
- l'absence de description fonctionnelle et/ou structurelle,
- une lisibilité insuffisante des documents fournis,
- un manque d'initiative et de curiosité scientifique,
- un manque de maîtrise des différents champs scientifiques et technologiques abordés.

#### ***Concernant la partie pédagogique du dossier***

- Une partie pédagogique réduite à quelques intentions « génériques » ne permettant pas d'explicitier de réels choix pédagogiques,
- l'absence de cohérence entre le système étudié et les objectifs pédagogiques visés,
- la confusion entre les objectifs pédagogiques et la problématique technique qui légitime le travail demandé, (connaissances [savoir] et capacités [savoir-faire], indicateurs pour l'évaluation et critères d'évaluation),
- l'éloignement de l'exploitation pédagogique par rapport à la structure réelle de l'objet technique.

#### **Répartition des notes de l'épreuve :**

Le graphe suivant fournit le nombre de candidats (ordonnée) ayant obtenu la note figurant en abscisse.



## Conseils du jury

### Choix du système et préparation du dossier scientifique et technique

Le jury apporte une attention toute particulière à l'originalité et à l'authenticité du support proposé, ainsi qu'aux qualités scientifiques et technologiques des problématiques dégagées. Il souhaite vivement que les candidats s'appuient sur un support technique issu des entreprises. Les supports commercialisés avec un dossier pédagogique ayant fait l'objet d'une didactisation par une société spécialisée ne sont pas recommandés. De même la production d'un objet technique ou d'un pseudo-système conçu intégralement par le candidat est sanctionnée par le jury.

Il est recommandé d'apporter le plus grand soin à la préparation de cette épreuve qui participe de façon très significative à la discrimination entre les candidats admissibles. La recherche d'un support à caractère pluri-technologique utilisant des technologies non obsolètes ainsi que la préparation et la mise en forme de ce dossier **nécessitent plusieurs mois de réflexions et de développements**. La maîtrise des contenus scientifiques et technologiques du système présenté en rapport avec le niveau d'exigence de l'agrégation est attendue au niveau de cette épreuve. Les dossiers ne peuvent s'improviser dans les quelques jours qui séparent les épreuves d'admissibilité des épreuves d'admission.

## **Exploitation pédagogique**

Les exploitations pédagogiques proposées aux élèves ou étudiants doivent obligatoirement s'appuyer sur le support étudié et son cahier des charges. Il est vivement recommandé aux candidats de faire un travail d'appropriation du dossier technique en liaison avec les contraintes industrielles pour nourrir le travail de conception du dossier pédagogique et des séquences d'apprentissage, notamment les activités pratiques proposées aux étudiants ou aux élèves.

Il est recommandé de présenter un support et une exploitation pédagogique qui ont été réellement mis en œuvre et exploités dans le cadre de la classe. Pour cela on conseille aux candidats de se rapprocher des sections visées par leurs objectifs pédagogiques et, pour ceux qui enseignent dans plusieurs classes, de choisir le niveau le plus adapté pour la séquence pédagogique.