

Concours : CAPES externe

Section : Mathématiques

Session 2017

Rapport de jury présenté par : Monsieur Loïc FOISSY

Président du jury

Conseil aux futurs candidats

Il est recommandé aux candidats de s'informer sur les modalités du concours.

Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'Éducation nationale de l'enseignement supérieur et de la recherche :

<http://www.devenirenseignant.gouv.fr/>

Le jury du CAPES externe de Mathématiques met à disposition des candidats et des formateurs un site spécifique :

<http://capes-math.org/>

Les épreuves écrites de la session 2017 se sont tenues les 3 et 4 avril 2017.

Les épreuves orales se sont déroulées du 12 juin au 5 juillet 2017, dans les locaux du lycée Henri Loritz de Nancy. Le jury tient à remercier chaleureusement M. le Proviseur et l'ensemble des personnels du lycée pour la qualité de leur accueil. Que soient également remerciés pour leur grande disponibilité les personnels du Département des Examens et Concours de l'académie de Nancy-Metz, ainsi que les services de la Direction Générale des Ressources Humaines qui ont œuvré avec beaucoup de diligence pour que le concours ait lieu dans de bonnes conditions.

Table des matières

1	Présentation du concours	4
2	Quelques statistiques	4
2.1	Historique	4
2.2	Répartition des notes : épreuves d'admissibilité.....	5
	Première épreuve écrite, option mathématiques.....	6
	Première épreuve écrite, option informatique	6
	Seconde épreuve écrite.....	7
	Total des épreuves écrites (sur 40)	7
2.3	Répartition des notes : épreuves d'admission.....	8
	Mise en situation professionnelle.....	8
	Épreuve sur dossier	9
	Total.....	10
2.4	Autres données	12
3	Analyse et commentaires : épreuves écrites	14
3.1	Première épreuve écrite, option mathématiques	14
3.2	Première épreuve écrite, option informatique	16
3.3	Seconde épreuve écrite	17
4	Analyse et commentaires : épreuves orales	19
4.1	Mise en situation professionnelle	20
	Choix des leçons	21
	Option mathématiques : maîtrise de certains contenus mathématiques	24
	Option mathématiques : à propos des six compétences mathématiques.....	24
	Option mathématiques : à propos de certaines leçons	25
	Option informatique : présentation de la programmation d'un algorithme	26
	Option informatique : à propos de certaines leçons	26
4.2	Épreuve sur dossier.....	30
	Le dossier proposé par le jury	30
	Missions du professeur, contexte d'exercice du métier, valeurs	32
5	Avenir du concours	34
5.1	Option mathématiques	34
5.2	Option informatique.....	35
6	Annexe.....	36

1 Présentation du concours

La forme et les programmes des épreuves du concours sont définis par l'arrêté du 19 avril 2013 fixant les sections et les modalités d'organisation des concours du certificat d'aptitude au professorat du second degré (MENH1310120A). Cet arrêté a été publié :

- au [journal officiel de la République française n° 0099 du 27 avril 2013](#) ;
- sur le serveur SIAC2 dans le [guide concours personnels enseignants, d'éducation et d'orientation des collèges et lycées](#).

2 Quelques statistiques

2.1 Historique

Après la forte augmentation de 2016, le nombre d'inscrits apparaît assez stable, avec une légère diminution d'environ 1,2% ; cette diminution touche essentiellement le CAPES, le nombre d'inscrits au CAFEP augmentant. Le taux de participation aux épreuves écrites augmente légèrement mais reste faible. Globalement, les effectifs restent comparables à ceux de 2015 et 2016. Tout comme les années précédentes, il n'a pas été possible de pourvoir tous les postes offerts au CAPES.

On note de nouveau un absentéisme relativement important lors des épreuves orales : sur les 1942 candidats déclarés admissibles, seuls 1705 ont passé les deux épreuves orales. La part des admis parmi les admissibles présents aux oraux s'élève ainsi à 62,5%. En 2016, cette part s'élevait à 68,6%.

Concernant le concours du CAFEP, le jury a pu déclarer admissibles 397 candidats, ce qui a permis de pourvoir les 176 postes mis au concours.

CAPES	Postes	Inscrits	Présents	Présents/ Inscrits	Admissibles	Admissibles/ Présents	Admis	Admis/ Présents
2017	1440	5249	2306	44%	1942	84%	1066	46%
2016	1440	5373	2288	43%	1870	82%	1137	50%
2015	1440	4645	2205	47%	1803	82%	1097	50%
2014	1243	4268	2327	55%	1892	81%	838	36%
2014e	1592	4763	2454	52%	1903	78%	794	32%
2013	1210	3390	1613	48%	1311	81%	817	51%
2012	950	3194	1464	46%	1176	80%	652	45%
2011	950	2862	1285	45%	1047	81%	574	45%
2010	846	4020	2695	67%	1919	71%	846	31%
2009	806	4243	3160	74%	1836	58%	806	26%
2008	806	4711	3453	73%	1802	52%	806	23%
2007	952	5388	3875	72%	2102	54%	952	25%
2006	952	5787	3983	69%	2043	51%	952	24%
2005	1310	6086	4074	67%	2473	61%	1310	32%

CAFEP	Postes	Inscrits	Présents	Présents/ Inscrits	Admissibles	Admissibles/ Présents	Admis	Admis/ Présents
2017	176	1318	642	49%	397	62%	176	27%
2016	174	1273	549	43%	410	75%	174	32%
2015	178	1039	495	48%	388	78%	178	36%
2014	151	747	452	61%	342	76%	136	30%
2014e	155	971	493	51%	342	69%	155	31%
2013	105	703	359	51%	272	76%	105	29%
2012	75	736	319	43%	214	67%	75	24%
2011	90	618	276	45%	198	72%	90	33%
2010	155	879	554	63%	308	56%	119	21%
2009	109	901	633	70%	268	42%	109	17%
2008	155	964	631	65%	200	32%	90	14%
2007	160	1019	693	68%	267	39%	123	18%
2006	135	1096	689	63%	283	41%	126	18%
2005	177	1051	644	61%	279	43%	139	22%

La session 2017 a vu la création de deux options, mathématiques et informatique. Voici un récapitulatif des candidats classés par option et par concours :

CAPES	Présents	Admissibles	Admis
Math	2017	1714	976
Info	289	224	90
Total	2306	1938	1066
CAFEP	Présents	Admissibles	Admis
Math	573	362	164
Info	69	35	12
Total	642	397	176
CAPES+CAFEP	Présents	Admissibles	Admis
Math	2590	2076	1140
Info	358	259	102
Total	2948	2335	1242

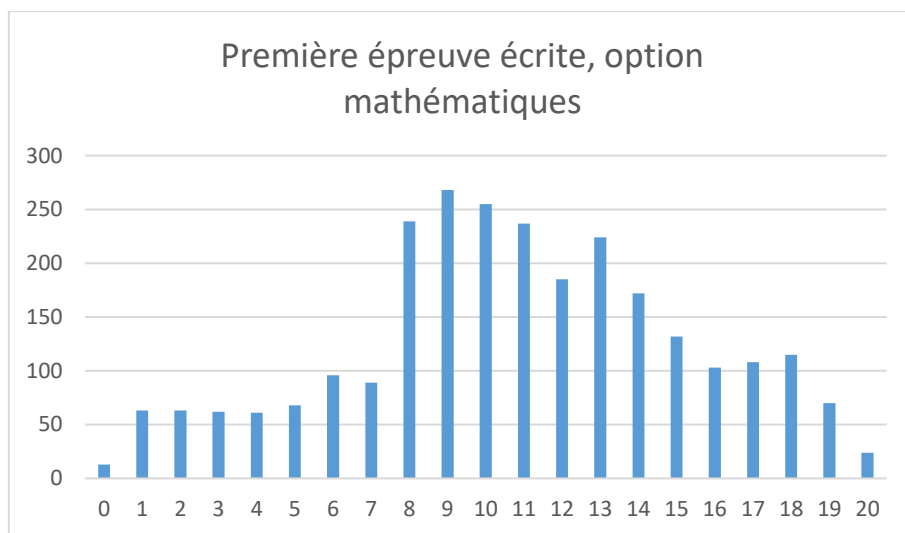
2.2 Répartition des notes : épreuves d'admissibilité

Les données suivantes concernent les concours du CAPES et du CAFEP réunis. Sauf mention contraire, les notes indiquées sont sur 20.

123 candidats ont été éliminés pour avoir obtenu la note zéro à l'une au moins des deux épreuves écrites ou pour s'être présentés à une seule des deux épreuves. La barre d'admissibilité a été fixée à 12 sur 40.

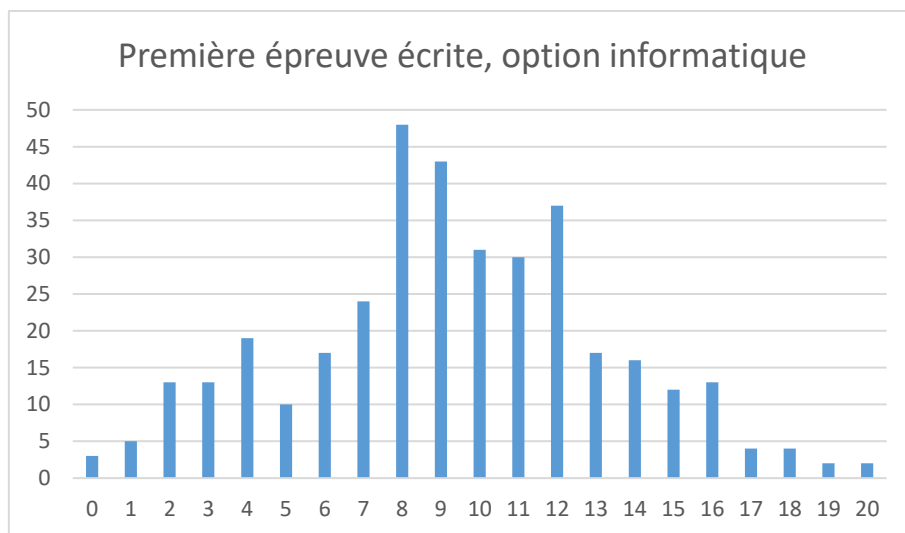
Première épreuve écrite, option mathématiques

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
10,28	4,45	7,66	10,19	13,32



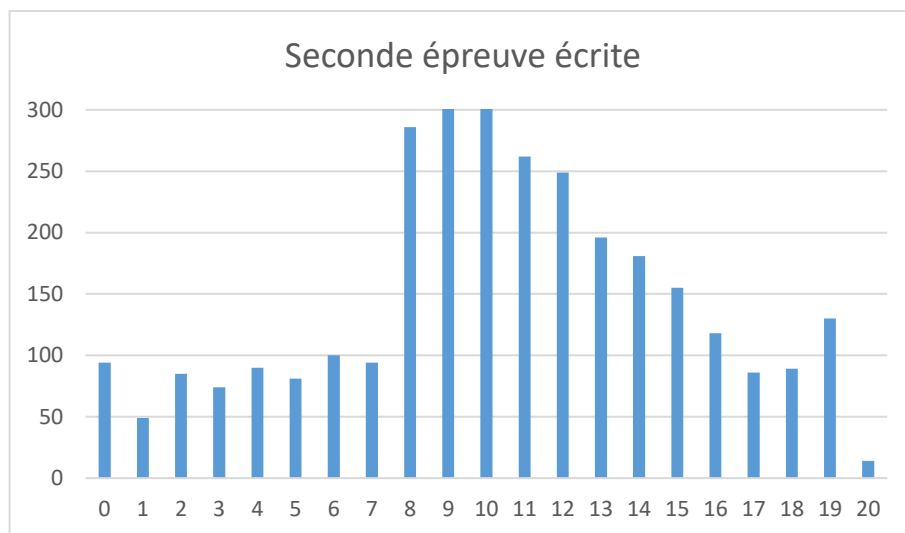
Première épreuve écrite, option informatique

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
8,81	4,01	6,62	8,67	11,32



Seconde épreuve écrite

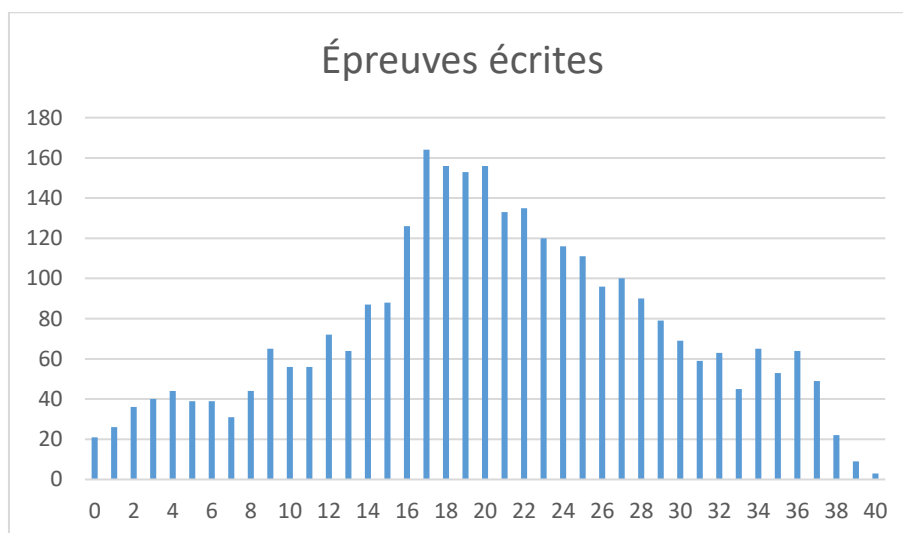
	Moyenne	Écart type	Quartiles		
			Q1	Q2	Q3
Option mathématiques	10,35	4,41	7,59	10,19	13,38
Option informatique	8,80	4,09	6,25	8,64	11,35
Ensemble	9,87	4,66	7,30	9,83	13,09



Le coefficient de corrélation linéaire entre les notes des deux épreuves écrites est 0,87.

Total des épreuves écrites (sur 40)

Moyenne	Écart type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
19,88	8,86	14,45	19,75	26,08

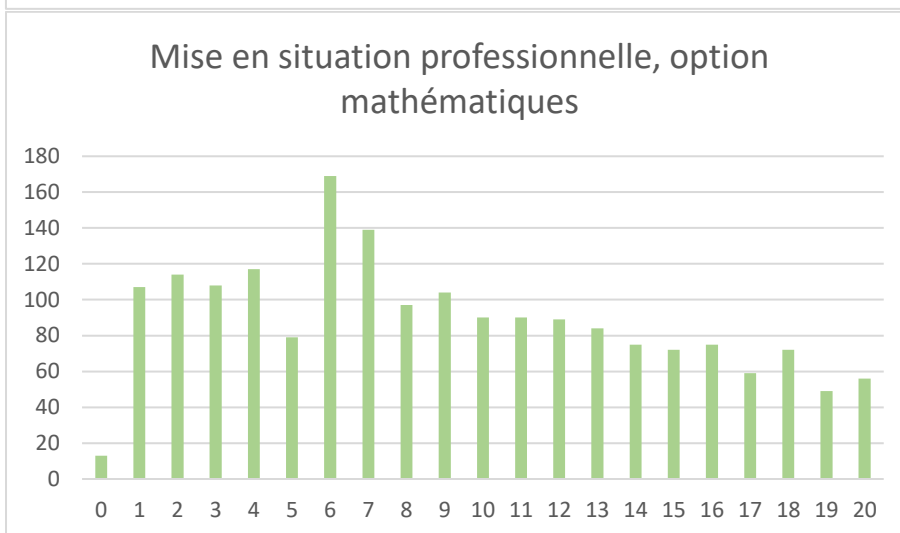
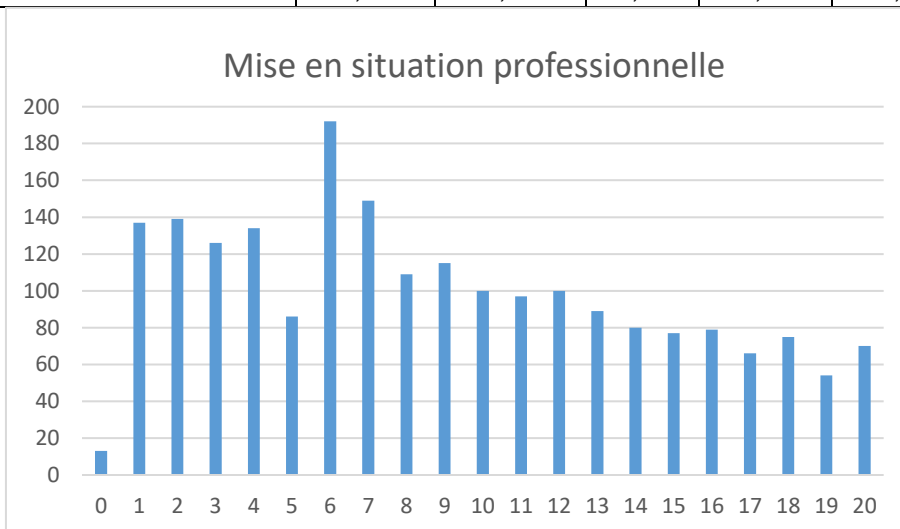


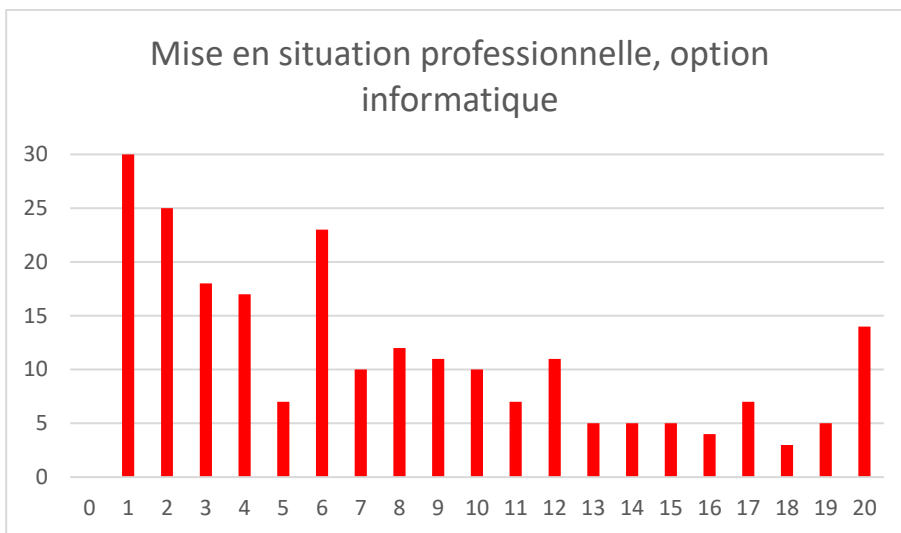
2.3 Répartition des notes : épreuves d'admission

Seuls les 2066 candidats s'étant présentés aux deux épreuves orales sont pris en compte dans les tableaux ci-dessous. Pour le CAPES, le jury a fixé la barre d'admission à 50/120. Il n'a donc pas été possible de pourvoir les 1440 postes. Pour le CAFEP, les 176 postes ont été pourvus, la note globale du dernier admis étant égale à 62,85/120.

Mise en situation professionnelle

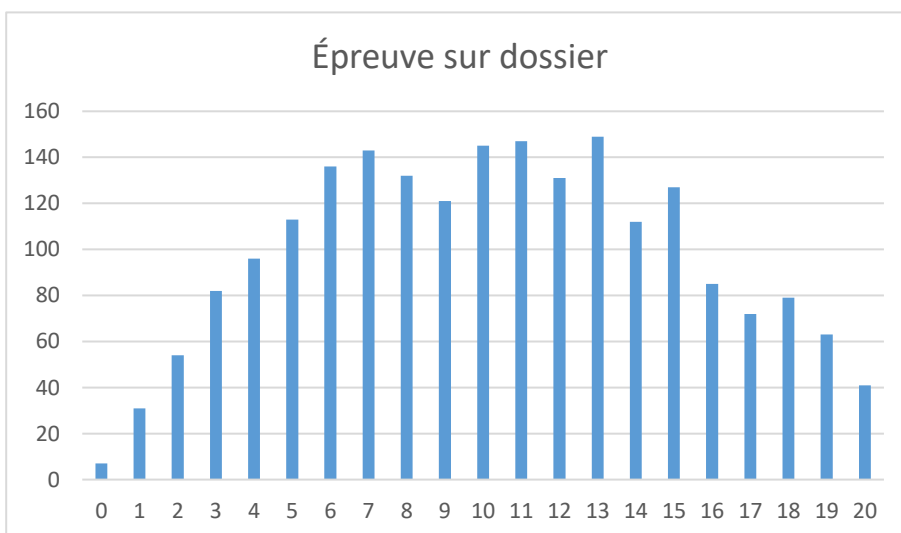
	Moyenne	Écart type	Quartiles		
			Q1	Q2	Q3
Option mathématiques	8,82	5,51	4,20	8,00	13,00
Option informatique	7,43	5,92	2,40	6,00	11,40
Ensemble	8,66	5,57	4,00	7,80	13,00

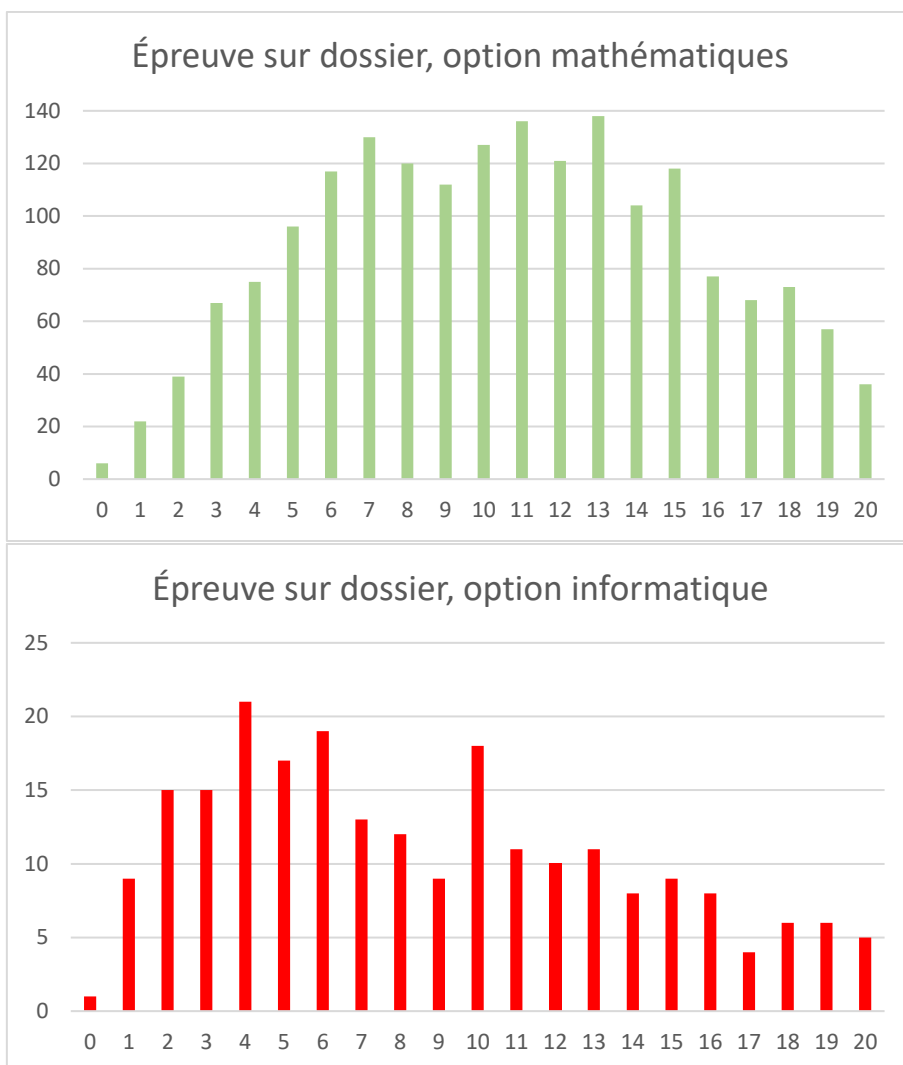




Épreuve sur dossier

	Moyenne	Écart type	Quartiles		
			Q1	Q2	Q3
Option mathématiques	10,05	4,76	6,30	10,04	13,70
Option informatique	8,17	5,23	3,92	7,29	12,00
Ensemble	9,85	4,85	5,99	9,80	13,58

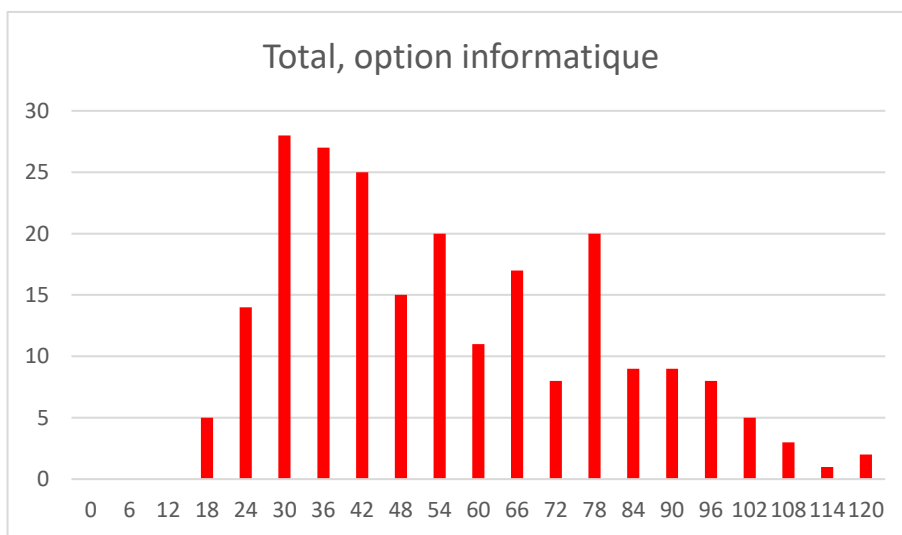
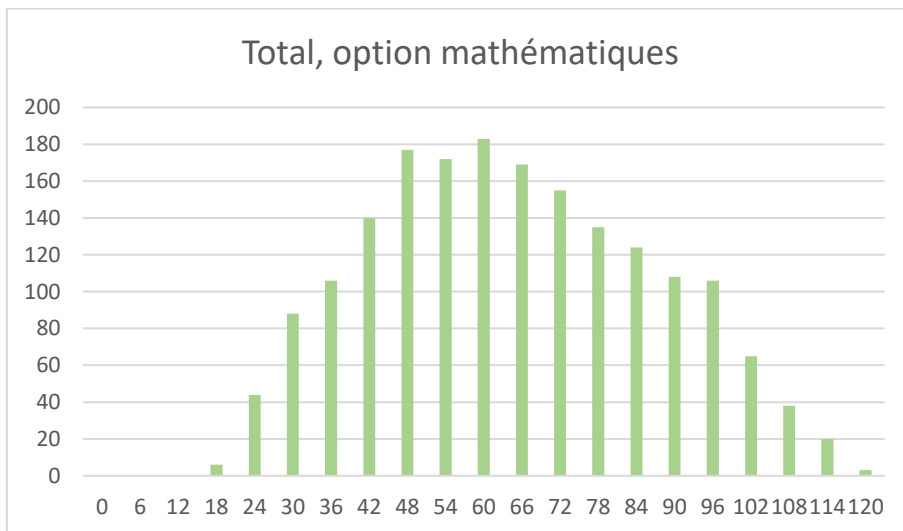
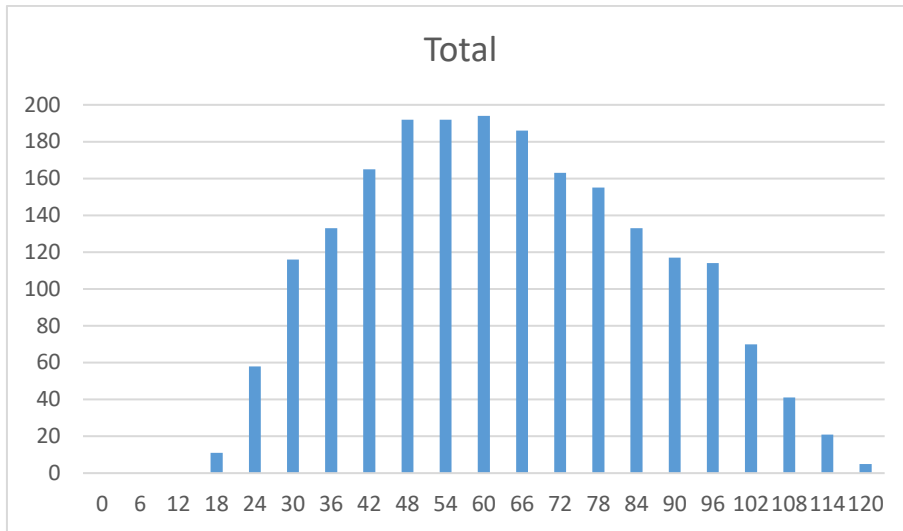




Total

Total (sur 120)

	Moyenne	Écart type	Quartiles		
			Q1	Q2	Q3
Option mathématiques	61,58	22,06	44,54	60,10	78,24
Option informatique	52,19	23,97	32,48	47,93	71,61
Ensemble	60,55	22,46	43,19	58,88	77,24



Le coefficient de corrélation entre les notes d'écrits et d'oraux est de 0,58. Restreint à la population des candidats inscrits à l'option mathématiques, il est de 0,50. Restreint à la population des candidats inscrits à l'option informatique, il est de 0,56.

2.4 Autres données

Les données suivantes concernent les concours du CAPES et CAFEP réunis. Elles ont été établies à partir des renseignements fournis par les candidats au moment de leur inscription.

	Présents		Admissibles		Admis	
Homme	1843	63%	1483	63%	750	60%
Femme	1105	37%	857	37%	492	40%
Total	2948		2340		1242	

Académie	Présents		Admissibles		Admis	
AIX-MARSEILLE	137	4,7%	110	4,7%	48	3,9%
AMIENS	51	1,7%	42	1,8%	18	1,4%
BESANCON	52	1,8%	44	1,9%	23	1,9%
BORDEAUX	117	4,0%	101	4,3%	71	5,7%
CAEN	62	2,1%	55	2,4%	25	2,0%
CLERMONT-FERRAND	61	2,1%	50	2,1%	25	2,0%
CORSE	12	0,4%	9	0,4%	4	0,3%
CRETEIL-PARIS-VERSAIL.	628	21,3%	498	21,3%	256	20,6%
DIJON	53	1,8%	42	1,8%	19	1,5%
GRENOBLE	111	3,8%	84	3,6%	54	4,3%
GUADELOUPE	25	0,9%	18	0,8%	5	0,4%
GUYANE	19	0,6%	10	0,4%	0	0,0%
LA REUNION	70	2,4%	50	2,1%	21	1,7%
LILLE	184	6,2%	138	5,9%	72	5,8%
LIMOGES	29	1,0%	22	0,9%	15	1,2%
LYON	185	6,3%	146	6,2%	90	7,2%
MARTINIQUE	20	0,7%	16	0,7%	7	0,6%
MAYOTTE	6	0,2%	2	0,1%	0	0,0%
MONTPELLIER	91	3,1%	77	3,3%	46	3,7%
NANCY-METZ	92	3,1%	68	2,9%	36	2,9%
NANTES	166	5,6%	133	5,7%	79	6,4%
NICE	81	2,8%	66	2,8%	38	3,1%
NOUVELLE CALEDONIE	12	0,4%	10	0,4%	3	0,2%
ORLEANS-TOURS	79	2,7%	64	2,7%	42	3,4%
POITIERS	63	2,1%	50	2,1%	26	2,1%
POLYNESIE FRANCAISE	13	0,4%	7	0,3%	3	0,2%
REIMS	54	1,8%	47	2,0%	20	1,6%
RENNES	138	4,7%	111	4,7%	53	4,3%
ROUEN	65	2,2%	45	1,9%	22	1,8%
STRASBOURG	102	3,5%	86	3,7%	42	3,4%
TOULOUSE	170	5,8%	139	5,9%	79	6,4%
TOTAL	2948	100,0%	2340	100,0%	1242	100,0%

	Présents		Admissibles		Admis	
ADJOINT D'ENSEIGNEMENT	7	0,2%	4	0,2%	1	0,1%
AG NON TIT FONCT HOSPITAL	1	0,0%	1	0,0%	1	0,1%
AG NON TIT FONCT TERRITORIALE	1	0,0%	1	0,0%	0	0,0%
AG NON TITULAIRE FONCT PUBLIQ	12	0,4%	9	0,4%	4	0,3%
AGENT ADMI.MEMBRE UE(HORS FRA)	1	0,0%	1	0,0%	0	0,0%
AGREGE	2	0,1%	1	0,0%	0	0,0%
AGRICULTEURS	1	0,0%	1	0,0%	1	0,1%
ARTISANS / COMMERÇANTS	12	0,4%	9	0,4%	0	0,0%
ASSISTANT D'EDUCATION	67	2,3%	36	1,5%	13	1,0%
CADRES SECT PRIVE CONV COLLECT	171	5,8%	143	6,1%	67	5,4%
CERTIFIE	15	0,5%	11	0,5%	5	0,4%
CONTRACT ENSEIGNANT SUPERIEUR	26	0,9%	23	1,0%	11	0,9%
CONTRACT MEN ADM OU TECHNIQUE	1	0,0%	1	0,0%	0	0,0%
CONTRACTUEL 2ND DEGRE	443	15,0%	278	11,9%	120	9,7%
CONTRACTUEL APPRENTISSAGE(CFA)	5	0,2%	3	0,1%	1	0,1%
CONTRACTUEL INSERTION (MGI)	1	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
ELEVE D'UNE ENS	3	0,1%	8	0,3%	2	0,2%
EMPLOI AVENIR PROF.2ND D.PRIVE	5	0,2%	2	0,1%	0	0,0%
EMPLOI AVENIR PROF.2ND D.PUBLI	15	0,5%	14	0,6%	10	0,8%
EMPLOI AVENIR PROF.ECOLE PUBLI	1	0,0%	1	0,0%	0	0,0%
ENS.STAGIAIRE 2E DEG. COL/LYC	13	0,4%	12	0,5%	3	0,2%
ENSEIG NON TIT ETAB SCOL.ETR	5	0,2%	4	0,2%	2	0,2%
ENSEIGNANT DU SUPERIEUR	25	0,8%	17	0,7%	3	0,2%
ETUD.HORS ESPE (PREPA CNED)	24	0,8%	18	0,8%	5	0,4%
ETUD.HORS ESPE (PREPA MO.UNIV)	141	4,8%	137	5,9%	89	7,2%
ETUD.HORS ESPE (PREPA PRIVEE)	23	0,8%	16	0,7%	7	0,6%
ETUD.HORS ESPE (SANS PREPA)	181	6,1%	173	7,4%	91	7,3%
ETUDIANT EN ESPE EN 1ERE ANNEE	784	26,6%	724	30,9%	518	41,7%
ETUDIANT EN ESPE EN 2EME ANNEE	56	1,9%	49	2,1%	24	1,9%
FONCT STAGIAIRE FONCT PUBLIQUE	1	0,0%	1	0,0%	0	0,0%
FORMATEURS DANS SECTEUR PRIVE	30	1,0%	20	0,9%	9	0,7%
INSTITUTEUR SUPPLEANT	1	0,0%	1	0,0%	1	0,1%
MAITRE AUXILIAIRE	137	4,6%	71	3,0%	32	2,6%
MAITRE CONTR.ET AGREE REM MA	2	0,1%	2	0,1%	0	0,0%
MAITRE CONTR.ET AGREE REM TIT	1	0,0%	1	0,0%	0	0,0%
MAITRE DELEGUE	31	1,1%	21	0,9%	8	0,6%
MAITRE D'INTERNAT	1	0,0%	1	0,0%	0	0,0%
MILITAIRE	5	0,2%	3	0,1%	0	0,0%
PERS ADM ET TECH MEN	2	0,1%	2	0,1%	1	0,1%
PERS ENSEIG NON TIT FONCT PUB	18	0,6%	14	0,6%	6	0,5%
PERS FONCT HOSPITAL	1	0,0%	1	0,0%	0	0,0%
PERS FONCT TERRITORIALE	2	0,1%	1	0,0%	0	0,0%
PERS FONCTION PUBLIQUE	11	0,4%	8	0,3%	2	0,2%
PLP	12	0,4%	6	0,3%	3	0,2%
PROF DES ECOLES STAGIAIRE	6	0,2%	4	0,2%	0	0,0%
PROFESSEUR ASSOCIE 2ND DEGRE	3	0,1%	3	0,1%	0	0,0%
PROFESSEUR ECOLES	13	0,4%	8	0,3%	3	0,2%
PROFESSIONS LIBERALES	39	1,3%	29	1,2%	6	0,5%
SALARIES SECTEUR INDUSTRIEL	34	1,2%	25	1,1%	10	0,8%
SALARIES SECTEUR TERTIAIRE	75	2,5%	49	2,1%	23	1,9%
SANS EMPLOI	425	14,4%	330	14,1%	142	11,4%
VACATAIRE APPRENTISSAGE (CFA)	3	0,1%	0	0,0%	0	0,0%
VACATAIRE DU 2ND DEGRE	44	1,5%	33	1,4%	15	1,2%
VACATAIRE ENSEIGNANT DU SUP.	7	0,2%	7	0,3%	3	0,2%

VACATAIRE FORMATION CONTINUE	2	0,1%	2	0,1%	0	0,0%
TOTAL	2948	100,0%	2340	100,0%	1242	100,0%

Age	Présents		Admissibles		Admis	
20-24	833	28,3%	802	34,3%	651	52,4%
25-29	799	27,1%	633	27,1%	262	21,1%
30-34	431	14,6%	306	13,1%	126	10,1%
35-39	286	9,7%	193	8,2%	71	5,7%
40-44	251	8,5%	166	7,1%	53	4,3%
45-49	185	6,3%	132	5,6%	46	3,7%
50-54	106	3,6%	73	3,1%	19	1,5%
55-59	43	1,5%	25	1,1%	5	0,4%
60-64	12	0,4%	8	0,3%	1	0,1%
65-70	2	0,1%	2	0,1%	0	0,0%

L'âge moyen des candidats présents aux épreuves écrites était de 32,0 ans ; l'âge moyen des candidats admissibles était de 29,7 ans ; l'âge moyen des candidats admis était de 27,6 ans. Le plus jeune candidat présent avait 20,3 ans et le plus âgé 65,9 ans ; le plus jeune candidat admissible (puis admis) avait 19,1 ans¹, le plus âgé 64,8 ans. Le candidat admis le plus âgé avait 62,3 ans.

3 Analyse et commentaires : épreuves écrites

3.1 Première épreuve écrite, option mathématiques

Le sujet de **la première épreuve d'admissibilité, option mathématiques**, était constitué de deux problèmes. Le premier portait d'abord sur l'étude des bases et des isométries du réseau $\mathbb{Z}^2$, puis sur un pavage du plan et deux frises.

Le jury a été particulièrement attentif aux items suivants :

— *Exploiter le calcul matriciel.*

Pour cet item, il était demandé au candidat de répondre correctement aux questions A.II.1 et A.II.2c du premier problème. Environ 72% des candidats ont répondu correctement à cet item ; 24% n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 4% n'ont pas abordé cet item. Environ 75% des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

— *Exploiter les propriétés du déterminant.*

Il s'agissait ici de répondre correctement à l'une des questions A.II.2d ou B.II.4 du premier problème. Environ 43% des candidats ont répondu correctement à cette question ; 34% n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 23% n'ont pas abordé cette question. Environ 56% des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

¹ Rappelons que les élèves d'une ENS sont dispensés des épreuves écrites et qu'il est possible d'être admissible sans être présent aux épreuves écrites.

— *Identifier des transformations géométriques du plan.*

On attendait ici du candidat qu'il rédige correctement l'une des questions C.III.1 ou C.III.2 du premier problème. Environ 30% des candidats ont répondu correctement à cette question ; 41% n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 29% n'ont pas abordé cette question. Environ 42% des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

— *Substituer une variable par une autre dans une expression littérale.*

Le candidat devait répondre correctement à l'une des questions III.3 ou III.6 du second problème. Environ 27% des candidats ont répondu correctement à cette question ; 45% n'ont pas répondu correctement ou de manière incomplète ; 28% n'ont pas abordé cette question. Environ 38% des candidats ayant abordé cette question y ont répondu correctement.

Certaines compétences ont été régulièrement manifestées par les candidats. Le calcul matriciel et plus généralement l'algèbre linéaire sont bien connus et maîtrisés ; le théorème du rang est utilisé à bon escient, même si bien souvent l'hypothèse de dimension finie a été oubliée. L'identification des transformations géométriques, lorsqu'elle a été abordée, a été souvent bien menée, mais signalons tout de même un manque de rigueur dans le vocabulaire utilisé (« translation glissée ») et l'existence de symétries qui ne sont pas orthogonales. Enfin, nombre de candidats connaissent et utilisent à bon escient le théorème de Bézout.

Malheureusement, les problèmes de logique signalés les années précédentes sont toujours bien présents. L'établissement des équivalences laisse souvent à désirer et, fréquemment, seule une implication est démontrée ; il en est de même de l'établissement d'une existence et unicité, où régulièrement l'unicité est passée sous silence. Comme les années précédentes, les symboles mathématiques d'équivalence et d'implication sont utilisés à mauvais escient : rappelons-le, il ne s'agit pas d'abréviations pour le mot « donc ». En outre, la qualité de la rédaction des récurrences apparaît en recul : bien souvent, l'implication de $P(n)$ à $P(n+1)$ n'est pas formulée ou est formulée avec une absence de quantificateurs préjudiciable ; on constate aussi souvent un hiatus entre l'initialisation de la récurrence et la conclusion. Il est également conseillé aux candidats de lire attentivement l'énoncé : quand les hypothèses sur les objets sont différentes d'une partie à l'autre, il convient de les utiliser au bon endroit.

Les éléments de théorie des ensembles nécessaire à la résolution du premier problème ont mis en difficulté de nombreux candidats. Outre la confusion entre les symboles d'inclusion et d'appartenance, régulièrement mentionnée dans les rapports du jury, on constate que la manipulation des images réciproques a donné lieu à de grossières erreurs sur de nombreuses copies. L'injectivité et la surjectivité d'une application sont des notions mal comprises et les questions portant sur ces notions ont été peu traitées. Signalons au passage que le théorème du rang ne s'applique que sur des applications linéaires... Les questions portant sur les notions de groupe et de sous-groupe, dans le premier problème, ont été souvent peu réussies. De nombreux candidats sont incapables de trouver la loi du groupe : ici, pour les isométries vectorielles, il s'agissait de la composition et non de l'addition.

Pour terminer avec les erreurs trop souvent constatées, signalons l'apparition régulière dans les copies du théorème suivant : si deux entiers a et b ne sont pas premiers entre eux, alors a divise b ou b divise a .

Enfin, rappelons que la qualité de la rédaction est un élément essentiel pris en compte dans l'évaluation de l'épreuve. Les démonstrations ne peuvent se limiter à une succession d'arguments sans lien logique, les quantificateurs doivent être utilisés à bon escient et il est attendu de futurs professeurs une grande rigueur dans les raisonnements. De plus, le soin apporté à la copie et l'orthographe ne sont pas non plus à négliger ; les correcteurs apprécient, entre autres, que le numéro de la question traitée soit clairement indiqué par le candidat.

3.2 Première épreuve écrite, option informatique

Le sujet de **la première épreuve d'admissibilité, option informatique**, était constitué de deux problèmes.

Le premier problème s'intéressait au problème du Sudoku. Une grille de Sudoku était représentée par une liste de 9 listes d'entiers de l'intervalle $\llbracket 0,9 \rrbracket$. Dans la première partie, quelques fonctions permettaient de procéder aux manipulations de base de cette structure. La deuxième partie proposait un algorithme naïf de résolution partielle du problème. La troisième partie proposait de résoudre dans tous les cas le problème en utilisant une procédure de *backtracking*.

Le deuxième problème s'intéressait au calcul de l'enveloppe convexe d'un nuage de points. Les premières questions permettaient de revisiter des algorithmes classiques comme la recherche d'un minimum. On passait ensuite à l'étude du tri bulle et du tri fusion. La deuxième partie proposait d'implémenter l'algorithme de Jarvis pour la recherche de l'enveloppe convexe. La troisième et dernière partie présentait l'algorithme de Graham-Andrew.

Le jury a été particulièrement attentif aux questions suivantes :

— *Question B.10 du premier problème.*

L'énoncé proposait le code Python d'une fonction, dont il s'agissait de corriger les erreurs. Environ 53 % des candidats ont traité correctement cette question, 37 % ont fourni une réponse incomplète ou incorrecte, et 10 % n'ont pas traité la question. Environ 59 % des candidats qui ont abordé cette question l'ont correctement traitée.

— *Question A.4 du deuxième problème.*

Il s'agissait d'écrire une fonction Python renvoyant l'index de l'élément d'une liste de points dont l'abscisse était minimale. Environ 31 % des candidats ont traité correctement cette question, 41 % ont fourni une réponse incomplète ou incorrecte, et 27 % n'ont pas traité la question. Environ 43 % des candidats qui ont abordé cette question l'ont correctement traitée.

— *Question A.8.a du deuxième problème.*

L'énoncé demandait le code Python d'une fonction réalisant la fusion de deux listes triées. Environ 13 % des candidats ont traité correctement cette question, 43 % ont fourni une réponse incomplète ou incorrecte, et 44 % n'ont pas traité la question. Environ 24 % des candidats qui ont abordé cette question l'ont correctement traitée.

— *Question A.8.c du deuxième problème.*

Il s'agissait de trouver, dans le cas le pire des cas et dans le meilleur des cas, la complexité du tri fusion sur une liste dont la taille était une puissance de 2. Environ 6 % des candidats ont traité correctement cette question, 28 % ont fourni une réponse incomplète ou incorrecte, et 66 % n'ont pas traité la question. Environ 16 % des candidats qui ont abordé cette question l'ont correctement traitée.

Cette épreuve a été plutôt bien réussie par les candidats. On remarque qu'une grande partie des candidats de l'option maîtrise bien les concepts de base de l'algorithmique et de la programmation abordés par les deux problèmes : gestion des conditionnelles, conception d'une fonction récursive, parcours

de tableau pour chercher un élément, etc. Les candidats réussissent bien à trouver les erreurs de programmation dans un programme.

En revanche, les candidats ont rencontré de grandes difficultés de raisonnement à propos de la correction ou de la complexité des algorithmes. Formuler mathématiquement et correctement des propriétés semble très difficile pour nombre des candidats. La notation de Landau $O(f(n))$ est mal comprise, les démonstrations par récurrence ne sont pas maîtrisées et la rédaction des raisonnements est souvent confuse. Les candidats n'arrivent pas à organiser leurs preuves, en recourant par exemple à des lemmes. On relève des confusions entre hypothèses et conclusions. La complexité des traitements itératifs n'est pas maîtrisée avec, en particulier, une confusion entre les complexités des boucles imbriquées et des boucles en séquence.

Signalons qu'un grand nombre de copies se contentent de donner une réponse sans justification rigoureuse : cela n'est pas acceptable pour un concours de recrutement de professeurs de mathématiques.

Le premier problème a été plutôt mieux réussi que le deuxième. La programmation en Python est le plus souvent correcte et propre. Par contre, le jury note des difficultés récurrentes concernant la rédaction, l'orthographe et la grammaire françaises.

La deuxième partie du deuxième problème a été peu abordée. Le tri fusion n'est pas maîtrisé. Les notions de complexité et de preuve ne semblent pas comprises par beaucoup de candidats.

3.3 Seconde épreuve écrite

Le sujet de la **deuxième épreuve** était composé de deux problèmes indépendants.

Le premier problème envisageait successivement la méthode des rectangles, la méthode des trapèzes et la méthode de Monte-Carlo pour évaluer l'aire d'un quart de disque. Les questions relatives à la méthode des rectangles permettaient d'étudier la convergence des suites en jeu et de répondre à la conjecture formulée par un élève au regard des figures ébauchées, puis demandaient l'écriture d'un algorithme de calcul de la somme des aires des rectangles considérés pour un nombre de rectangles donné. La méthode des trapèzes visait à fournir une meilleure approximation de l'aire en question. La méthode de Monte-Carlo permettait d'obtenir une estimation de l'aire du quart de disque par le biais d'un intervalle de confiance.

Le second problème étudiait des marches aléatoires sur des graphes, avant d'explorer deux algorithmes permettant de déterminer la pertinence de chaque page du web, algorithmes connus sous le nom de PageRank. La première partie, après quelques résultats généraux, consistait en l'étude d'une marche aléatoire sur un tétraèdre, puis sur une pyramide à base tronquée. La situation de la marche aléatoire sur un tétraèdre, proposée telle qu'elle pourrait l'être en lycée, pouvait se traiter avec les outils disponibles à ce niveau. La deuxième partie du problème consistait en l'établissement de quelques résultats propres aux matrices stochastiques et aux densités de probabilité. La troisième partie étudiait un premier modèle du PageRank, la quatrième un second modèle garantissant l'existence d'une densité de probabilité limite fournissant une mesure de la pertinence des n pages considérées.

Ces deux problèmes pouvaient permettre d'apprécier, outre les qualités scientifiques du candidat, son aptitude à se placer dans une optique professionnelle.

Le jury a prêté une attention particulière aux compétences suivantes.

— *Prouver un résultat sur les suites.*

5 % des candidats ont su établir à la question III.6. du problème 1 que les suites construites dans la méthode des rectangles avec pour pas de subdivision $\frac{1}{2^n}$ étaient adjacentes, 67 % ont fourni une réponse erronée ou incomplète, 28 % n'ont pas abordé la question. Cette question a révélé une méconnaissance de la définition de *suites adjacentes*, ou du moins, dans de trop nombreuses copies, une définition mal assimilée. Le sens de variation des suites en jeu n'est pas toujours étudié, et quand il l'est, la gestion des indices s'avère souvent incorrecte.

— *Écrire un algorithme.*

38 % des candidats ont su écrire l'algorithme demandé dans la question V.2. du problème 1. 22 % ont fourni une réponse erronée ou incomplète, 40 % n'ont pas abordé la question. On note des progrès significatifs par rapport au relevé similaire effectué en 2016.

— *Rédiger un raisonnement par récurrence.*

30 % des candidats ont rédigé correctement au moins un raisonnement par récurrence – question A.I.3. ou question A.II.3. du problème 2 –, 50 % montrent une maîtrise insuffisante d'un tel raisonnement, 20 % des candidats n'ont pas abordé ces questions. Trop fréquemment, la propriété à prouver est mal formulée, voire non mentionnée, le candidat se contentant d'annoncer « montrons par récurrence que *la* propriété est vraie », sans à aucun moment définir cette propriété. Quand elle est énoncée, elle ne l'est pas nécessairement correctement et trop souvent accompagnée d'un quantificateur universel, ce qui explique le moindre taux de réussite à cette session pour l'item *rédiger un raisonnement par récurrence*. Par ailleurs, comme cela a pu déjà être mentionné dans les rapports des sessions précédentes, les candidats omettent souvent de conclure, et s'ils concluent, ce n'est que rarement quantifié et sans tenir compte du rang de l'initialisation, cette dernière n'étant d'ailleurs pas toujours faite au bon rang.

— *Établir des liens logiques.*

12 % des candidats ont traité correctement la question A.IV. du problème 2 qui demandait de relier deux propositions en utilisant les liens logiques *condition nécessaire*, *condition suffisante* ou *condition nécessaire et suffisante* ; les réponses à cette question, en fin de partie A du problème 2, reposaient sur l'étude conduite au cours de cette partie, avec notamment la production d'un contre-exemple pour prouver que la réciproque envisagée était fausse. 27 % ont traité cette question de façon incorrecte ou incomplète, 61 % n'ont pas abordé la question.

Dans l'ensemble des copies, des compétences ont été régulièrement manifestées. Les questions relatives au calcul matriciel sont relativement bien traitées. La comparaison de deux nombres en étudiant le signe de leur différence ou le principe de simplification de sommes télescopiques sont des méthodes bien mises en œuvre. Les candidats ont fait preuve de connaissances sur les graphes probabilistes. L'écriture des algorithmes demandés dans le premier problème a été globalement satisfaisante ; les structures itératives et conditionnelles ont été utilisées à bon escient.

En revanche, d'autres compétences révèlent un degré de maîtrise insuffisant, comme dans le domaine des probabilités, la compétence *modéliser* par exemple. Le vocabulaire probabiliste est insuffisamment dominé (confusion élémentaire entre *issue* et *événement* notamment) et la mise en place d'un système complet d'événements pour la formule des probabilités totales est généralement omise, ce

point ayant déjà fait l'objet de remarques dans les rapports des sessions précédentes. On relève des confusions entre *intervalle de confiance* et *intervalle de fluctuation*, et les conditions d'application ne sont qu'exceptionnellement citées.

La *méthode des trapèzes* semble inconnue d'un trop grand nombre de candidats, la définition de *suites adjacentes* est trop souvent incomplète, ou du moins mal assimilée.

Les quantificateurs sont trop souvent absents de l'énoncé des propositions mathématiques et lorsqu'ils sont utilisés, ce n'est pas toujours de manière correcte.

La différence entre ce qui relève, d'une part, d'une conjecture, éventuellement établie graphiquement, d'autre part, d'une propriété, d'un fait démontré, est tenue pour nombre de candidats, comme la réponse à l'élève dans le problème 1 a pu le montrer.

De façon générale, les candidats ont trop peu recours à un langage mathématique formalisé et vérifient trop rarement les hypothèses avant d'appliquer une propriété, comme par exemple la vérification du signe des coefficients des matrices stochastiques. Trop souvent, ils justifient leurs affirmations par des arguments de « bon sens » approximatifs, mais pas de manière mathématique et rigoureuse en citant explicitement les théorèmes utilisés (système complet d'événements, formule des probabilités totales, convergence des suites adjacentes, étude des suites récurrentes linéaires...). On note aussi des confusions entre ce qui relève de propriétés valables sur l'ensemble des nombres réels (suite géométrique, passage à la limite...) et de celles relatives aux matrices ; lorsque la convergence des suites de matrices est établie directement (c'est-à-dire sans revenir à la convergence des suites de coefficients), il n'est pas possible de s'appuyer sur des arguments réservés aux suites de nombres. Et là encore, comme lors des sessions précédentes, lorsqu'il est mentionné, le critère de convergence d'une suite géométrique s'énonce trop souvent avec la seule comparaison à 1 de sa raison.

Enfin, il conviendrait d'éviter le recours aux mots « évident », « trivial », « forcément » qui masquent trop souvent une incapacité à argumenter correctement.

La réussite aux **épreuves écrites** nécessite que la préparation des candidats prenne en compte les éléments suivants :

- maîtriser et énoncer avec précision, lorsqu'elles sont utilisées, les connaissances mathématiques de base, indispensables à la prise de recul sur les notions enseignées ;
- rédiger clairement et de manière rigoureuse une démonstration simple, ce qui sera une composante essentielle du métier de professeur de mathématiques ;
- exposer avec toute la précision voulue, en mentionnant clairement les étapes successives, les raisonnements, plus particulièrement ceux qui relèvent du collège ou du lycée.

On rappelle aussi l'importance du respect des notations, de la nécessité de conclure une argumentation, mais aussi l'intérêt de la lisibilité d'une copie.

4 Analyse et commentaires : épreuves orales

Les épreuves orales visent à apprécier les qualités des candidats en vue d'exercer le métier d'enseignant. Ainsi, il s'agit non seulement de faire la preuve de ses compétences mathématiques, mais également de montrer sa capacité à les transmettre, à en illustrer la portée par des exemples bien choisis et, plus généralement, à susciter l'intérêt des élèves pour la démarche scientifique. Compte tenu de la complexité du métier d'enseignant, les attentes du jury sont multiples et l'évaluation des candidats prend en compte des critères nombreux et variés. Une certaine connaissance des programmes, une bonne gestion du temps, la maîtrise des médias de communication, une élocution claire, un niveau de langue adapté et une attitude d'écoute sont des atouts essentiels. Le niveau mathématique et les qualités de

communication, qui ne peuvent être considérés séparément, jouent un rôle déterminant dans la note attribuée. Lors de l'évaluation de ces épreuves orales, le jury est plus particulièrement attentif aux critères suivants :

- Maîtrise (compétences mathématiques)
- Organisation et clarté (compétences pédagogiques)
- Pertinence-Niveau (compétences mathématiques et pédagogiques)
- Réactivité (compétences mathématiques et professionnelles)

Les recommandations formulées dans les rapports du jury des dernières sessions demeurent largement valables. Comme pour tout concours, une préparation soignée de chacune des épreuves en amont de celles-ci est indispensable et reste le meilleur gage de réussite.

4.1 Mise en situation professionnelle

La première épreuve orale d'admission est l'épreuve de mise en situation professionnelle : le candidat choisit un sujet, parmi deux qu'il tire au sort. L'épreuve commence par l'exposé d'un plan (vingt minutes), suivi du développement par le candidat d'une partie de ce plan choisie par le jury puis d'un entretien.

Les attentes du jury sont définies par le texte de l'arrêté définissant l'épreuve. On cherche à évaluer la capacité du candidat à maîtriser et à organiser les notions correspondant au thème proposé par le sujet, à les exposer avec clarté dans un langage adapté, puis à prêter aux questions posées par le jury toute l'attention souhaitable et enfin à répondre à ces questions de façon convaincante et avec une bonne aisance. La posture adoptée par le candidat doit exclure l'arrogance, la provocation et l'impatience. Une très bonne maîtrise de la langue française est attendue. Les éléments qui viennent d'être évoqués entrent pour une part importante dans l'évaluation.

Le niveau auquel se situe l'exposé reste au choix du candidat qui n'a pas à adapter le contenu au programme de telle ou telle classe. La forme de l'exposé est elle aussi laissée au libre choix du candidat : les présentations intégralement écrites aux tableaux, à l'aide d'un diaporama vidéo-projeté comme celles alternant entre les deux sont appréciées par le jury. Ajoutons qu'il n'y a pas de contraintes sur l'utilisation du tableau, le candidat a toute liberté pour l'utiliser à sa convenance, afin de montrer ses capacités à exposer avec clarté et à susciter l'intérêt de l'auditoire. En particulier, le jury n'attend pas que l'ensemble du plan proposé tienne sur un tableau.

Le plan doit être préparé avec soin : le jury est particulièrement attentif à la rigueur des énoncés mathématiques cités par le candidat et à la structure logique du déroulement de ce plan ; il apprécie les illustrations par des exemples ou de l'utilisation de logiciels. L'utilisation des livres numériques est possible, mais le candidat doit faire preuve d'un minimum d'esprit critique et de détachement vis-à-vis de ces ressources : le plan ne doit pas consister en une suite de copier-coller plus ou moins ordonnée de pages de manuels. D'autre part, il convient de prévoir des possibilités de développement dans le plan présenté : certains candidats admettent tous les énoncés de leur plan et ne présentent aucun exemple ou exercice, ce qui les met en difficulté lors du choix du développement par le jury. À ce propos, signalons à toutes fins utiles que le jury s'attend à ce que le candidat soit capable de démontrer un résultat constituant l'objet central d'une leçon, que cette démonstration figure ou non dans les programmes des classes sur lesquels il est rappelé que le programme du concours ne fait que s'appuyer. Enfin, il est attendu du candidat une attitude professionnelle : il convient de se détacher de ses notes, de s'exprimer distinctement et avec un niveau de langage adapté, en s'adressant au jury et non pas au tableau et de gérer ce dernier de façon appropriée. D'une manière générale, le jury a apprécié l'utilisation des logiciels, maîtrisés par une majorité de candidats. Signalons tout de même que *geogebra* est un logiciel de géométrie *dynamique* et qu'il est bien souvent utilisé de manière trop statique.

Les candidats qui choisissent de présenter leurs idées et concepts au moyen d'un document numérique projeté (ce qui n'est ni obligatoire, ni interdit) doivent prendre garde au fait que ce document

sera projeté et lu par des personnes se situant à au moins trois mètres de l'écran ; il convient donc d'éviter les documents composés avec des caractères de trop petite taille. D'autre part, dans ce cas, la parole du candidat devra apporter une véritable plus-value par rapport au document projeté : l'exposé ne peut se limiter à lire ou à paraphraser un texte qui défile sous les yeux.

Choix des leçons

Voici la liste des sujets proposés aux candidats à l'option mathématiques à la session 2017 :

1. *Expérience aléatoire, probabilité, probabilité conditionnelle.*
2. *Variables aléatoires discrètes.*
3. *Loi binomiale.*
4. *Variables aléatoires réelles à densité.*
5. *Représentation et interprétation de données. Outils statistiques.*
6. *Intervalle de fluctuation, intervalles de confiance. Applications.*
7. *Arithmétique des nombres entiers.*
8. *Forme trigonométrique d'un nombre complexe. Applications.*
9. *Trigonométrie. Applications.*
10. *Géométrie vectorielle dans le plan et dans l'espace.*
11. *Repérage dans le plan, dans l'espace, sur une sphère.*
12. *Droites dans le plan. Droites et plans dans l'espace.*
13. *Transformations du plan. Frises et pavages.*
14. *Relations métriques et angulaires dans le triangle.*
15. *Solides de l'espace et volumes.*
16. *Périmètres, aires, volumes.*
17. *Produit scalaire.*
18. *Proportionnalité et géométrie.*
19. *Problèmes de constructions géométriques.*
20. *Problèmes d'alignement, de parallélisme ou d'intersection.*
21. *Proportionnalité et linéarité. Applications.*
22. *Systèmes d'équations et systèmes d'inéquations. Exemples de résolution.*
23. *Problèmes conduisant à une modélisation par des équations ou des inéquations.*
24. *Résolution de problèmes à l'aide de graphes orientés ou non orientés.*
25. *Problèmes conduisant à une modélisation par des matrices.*
26. *Exemples d'algorithmes.*
27. *Différents types de raisonnement en mathématiques.*
28. *Applications des mathématiques à d'autres disciplines.*
29. *Fonctions polynômes du second degré. Équations et inéquations du second degré. Applications.*
30. *Suites numériques. Limites.*
31. *Problèmes conduisant à une modélisation par des suites.*
32. *Limite d'une fonction réelle de variable réelle.*
33. *Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.*
34. *Nombre dérivé. Fonction dérivée. Applications.*
35. *Fonctions exponentielle et logarithme. Applications.*
36. *Intégrales, primitives.*
37. *Exemples de calculs d'intégrales (méthodes exactes ou approchées).*
38. *Problèmes conduisant à une modélisation par des fonctions.*

1858 candidats ont tiré au sort pour l'option mathématiques. Parmi eux, 1857 ont passé l'épreuve. Le tableau suivant récapitule le nombre de fois où chaque leçon a été tirée et choisie.

Leçon	Tirées	% tirages	Choisie	% choisie	Choisie/tirée
1	98	5,3%	69	7,4%	70,4%
2	97	5,2%	52	5,6%	53,6%

3	96	5,2%	56	6,0%	58,3%
4	91	4,9%	53	5,7%	58,2%
5	103	5,5%	41	4,4%	39,8%
6	95	5,1%	32	3,4%	33,7%
7	97	5,2%	53	5,7%	54,6%
8	101	5,4%	63	6,8%	62,4%
9	102	5,5%	59	6,4%	57,8%
10	101	5,4%	44	4,7%	43,6%
11	97	5,2%	37	4,0%	38,1%
12	95	5,1%	43	4,6%	45,3%
13	96	5,2%	12	1,3%	12,5%
14	100	5,4%	51	5,5%	51,0%
15	96	5,2%	28	3,0%	29,2%
16	96	5,2%	44	4,7%	45,8%
17	101	5,4%	68	7,3%	67,3%
18	98	5,3%	46	5,0%	46,9%
19	91	4,9%	23	2,5%	25,3%
20	98	5,3%	29	3,1%	29,6%
21	97	5,2%	44	4,7%	45,4%
22	98	5,3%	50	5,4%	51,0%
23	97	5,2%	47	5,1%	48,5%
24	101	5,4%	18	1,9%	17,8%
25	99	5,3%	38	4,1%	38,4%
26	96	5,2%	24	2,6%	25,0%
27	99	5,3%	50	5,4%	50,5%
28	99	5,3%	35	3,8%	35,4%
29	97	5,2%	84	9,0%	86,6%
30	96	5,2%	66	7,1%	68,8%
31	95	5,1%	45	4,8%	47,4%
32	105	5,7%	65	7,0%	61,9%
33	98	5,3%	69	7,4%	70,4%
34	98	5,3%	80	8,6%	81,6%
35	97	5,2%	76	8,2%	78,4%
36	97	5,2%	64	6,9%	66,0%
37	99	5,3%	48	5,2%	48,5%
38	99	5,3%	51	5,5%	51,5%

Voici la liste des sujets proposés aux candidats à l'option informatique à la session 2017 :

1. *Logique booléenne et instructions conditionnelles : principes et exemples. Applications.*
2. *Boucles : principes et exemples.*
3. *Récursivité : principes et exemples.*
4. *Exemples d'algorithmes de recherche dans un tableau ou une liste.*

5. Exemples d'algorithmes opérant sur des chaînes de caractères.
 6. Exemples de structures de données linéaires implémentées avec des tableaux ou des listes.
- Applications.
7. Exemples d'algorithmes opérant sur un arbre. Applications.
 8. Exemples d'algorithmes opérant sur un graphe. Applications.
 9. Exemples d'algorithmes de tri. Comparaison.
 10. Exemples illustrant l'utilisation de différentes méthodes de résolution de problèmes algorithmiques.
 11. Exemples illustrant l'utilisation de différentes familles de langages de programmation.
 12. Exemples de détermination de la complexité (en temps et dans le pire des cas) d'un algorithme.
 13. Exemples de démarches et de raisonnements prouvant la terminaison et la correction d'un algorithme.
 14. Représentation binaire des nombres : formats, exemples d'applications.
 15. Organisation et utilisation des fichiers, exemples d'algorithmes de gestion.
 16. Programmation événementielle : principe et applications.
 17. Codage et traitement numérique des couleurs.
 18. Exemples d'activités manipulant des images bitmap.
 19. Exemples d'activités manipulant des objets géométriques : jeux vidéo ou simulations.
 20. Exemples d'activités relevant de l'optimisation combinatoire.
 21. Exemples d'activités relevant du traitement automatique des textes.
 22. Exemples d'activités autour de l'internet : structure, indexation et partage des données, sécurité.
 23. Modélisation et utilisation de l'informatique en sciences humaines, économiques et sociales.
 24. Modélisation et utilisation de l'informatique en sciences de la vie et de la Terre.
 25. Modélisation et utilisation de l'informatique en physique ou en chimie.
 26. Problèmes de mathématiques du cycle 4 pouvant être résolus de manière algorithmique.
 27. Problèmes de mathématiques du lycée pouvant être résolus de manière algorithmique.
 28. Exemples d'algorithmes agissant sur des matrices.
 29. Exemples d'algorithmes de chiffrement et de déchiffrement.
 30. Exemples d'algorithmes utilisant un générateur de nombres aléatoires.

229 candidats ont tiré au sort pour l'option informatique. Tous ont passé l'épreuve. Le tableau suivant récapitule le nombre de fois où chaque leçon a été tirée et choisie.

Leçon	Tirées	% tirages	Choisie	% choisie	Choisie/tirée
1	13	5,7%	11	9,6%	84,6%
2	17	7,4%	11	9,6%	64,7%
3	13	5,7%	9	7,9%	69,2%
4	13	5,7%	10	8,7%	76,9%
5	16	7,0%	10	8,7%	62,5%
6	15	6,6%	7	6,1%	46,7%
7	15	6,6%	6	5,2%	40,0%
8	16	7,0%	8	7,0%	50,0%
9	16	7,0%	13	11,4%	81,3%
10	15	6,6%	3	2,6%	20,0%
11	18	7,9%	4	3,5%	22,2%
12	16	7,0%	9	7,9%	56,3%
13	16	7,0%	3	2,6%	18,8%
14	14	6,1%	10	8,7%	71,4%
15	16	7,0%	5	4,4%	31,3%
16	14	6,1%	5	4,4%	35,7%
17	14	6,1%	7	6,1%	50,0%

18	16	7,0%	9	7,9%	56,3%
19	14	6,1%	8	7,0%	57,1%
20	13	5,7%	4	3,5%	30,8%
21	16	7,0%	8	7,0%	50,0%
22	16	7,0%	5	4,4%	31,3%
23	16	7,0%	3	2,6%	18,8%
24	17	7,4%	4	3,5%	23,5%
25	14	6,1%	7	6,1%	50,0%
26	16	7,0%	12	10,5%	75,0%
27	14	6,1%	7	6,1%	50,0%
28	15	6,6%	7	6,1%	46,7%
29	17	7,4%	13	11,4%	76,5%
30	17	7,4%	11	9,6%	64,7%

Option mathématiques : maîtrise de certains contenus mathématiques

Les candidats ont été parfois dans l'embarras pour donner une définition correcte du maximum d'une fonction de variable réelle, et pour distinguer cette notion de celles de majorant ou de borne supérieure. De manière plus générale, le jury ne peut se contenter de réponses vagues et imprécises (« une suite croissante, c'est quand les termes augmentent ») et attend des candidats qu'ils sachent écrire correctement une définition ou un théorème au tableau. Les candidats produisent rarement, et en tous cas pas spontanément, des énoncés correctement quantifiés. Dans certaines circonstances, la justesse de certaines définitions ou propriétés nécessite l'emploi de justificateurs. Il ne s'agit pas, bien entendu, d'introduire des quantificateurs à tout propos, mais simplement de savoir s'en servir au moment opportun.

Il est rappelé que, si les candidats ont le choix du niveau auquel ils placent le cadre de leur leçon (collège, lycée), l'entretien avec le jury doit quant à lui permettre d'évaluer leur recul au niveau M1. Ainsi sur la leçon 21 (Proportionnalité et linéarité), au-delà de calculs de pourcentages, d'échelles et de proportions dans une recette présentés par un candidat au niveau du collège, l'entretien peut déboucher sur une mise en perspective du concept de linéarité dans le cadre d'une dimension supérieure à 1. Ou encore, sur la leçon 6 (intervalles de fluctuation, intervalles de confiance ; applications), le recul au niveau M1 suppose que les candidats aient entendu parler, au cours de leurs études, du théorème de Moivre-Laplace ou du concept de convergence en loi. De même, une épreuve sur dossier portant sur une suite récurrente du type $u_{n+1}=f(u_n)$ peut déboucher sur la stabilité de l'intervalle de définition, ou sur le fait que, si la fonction est continue et si la suite converge, c'est vers un point fixe de f . De façon plus générale, l'entretien avec le jury peut porter sur des méthodes de démonstration qui sortent du cadre des programmes du collège ou du lycée.

Option mathématiques : à propos des six compétences mathématiques

Les documents de référence (disponibles sur [éduscol](https://eduscol.education.fr/)) sur les compétences mathématiques (au collège et au lycée) sont désormais connus de la plupart des candidats. Identifier les compétences mises en jeu dans un exercice ou une activité est assurément utile ; il n'est pas pour autant pertinent de vouloir faire intervenir les six compétences à la fois dans toute situation. Il est didactiquement plus efficace d'identifier une ou deux compétences principalement impliquées dans un exercice particulier.

Option mathématiques : à propos de certaines leçons

— **Leçon 5** (représentation et interprétation de données ; outils statistiques)

Elle peut donner lieu à une liste assez fastidieuse de définitions de toutes sortes, s'éloignant ainsi de l'objectif d'un enseignement vivant en prise avec les réalités physiques, sociales et économiques. Une approche allant des phénomènes aux outils de mesure statistique est certainement plus convaincante, permettant de dégager quelques grandes tendances à partir des données recueillies.

— **Leçon 11** (repérage dans le plan, dans l'espace, sur une sphère)

Si le candidat choisit de se limiter son exposé à la géométrie repérée présentée dans les programmes du lycée, le jury peut quant à lui, lors de l'entretien, l'interroger sur la manière dont cette notion est introduite dès le cycle 3 (avec le modèle du papier quadrillé) et approfondie au cycle 4 : *(Se) repérer sur une droite graduée, dans le plan muni d'un repère orthogonal, dans un parallélépipède rectangle ou sur une sphère. Abscisse, ordonnée, altitude. Latitude, longitude.*

— **Leçon 21** (proportionnalité et linéarité)

Cette leçon permet de revisiter une large part des programmes des cycles 3 et 4, tout en ouvrant des perspectives au niveau du lycée. Au niveau du collège, elle offre de nombreuses opportunités, comme les changements d'unités dans les mesures des grandeurs mentionnées dans le programme de cycle 4 (vitesse, débit, masse volumique, concentration, densité de population, rendement d'un terrain, puissance électrique), ou encore la caractérisation d'une fonction affine par la proportionnalité des accroissements. Au niveau du lycée, il est facile d'exhiber des exemples de fonctions non linéaires.

— **Leçon 22** (systèmes d'équations et d'inéquations. Exemples de résolution)

Son intitulé incite à sortir du cadre linéaire (équations ou inéquations s'y ramenant, mais aussi équations ou inéquations trigonométriques). Les exemples proposés doivent illustrer des méthodes de résolution différentes.

— **Leçon 27** (différents types de raisonnements en mathématiques)

Elle doit être illustrée par des exemples variés et « consistants ». Rappelons que le raisonnement par disjonction de cas, s'il est très fréquent en arithmétique (disjonction selon les restes modulo un entier donné), peut également être invoqué en géométrie (disjonction selon la position relative de deux objets géométriques) ou en algèbre (disjonction selon le signe d'une expression littérale). La présentation au tableau de la rédaction précise d'un raisonnement par récurrence faisant usage de quantificateurs est attendue du jury.

— **Leçon 33** (théorème des valeurs intermédiaires ; applications)

Cette leçon repose sur un théorème dont il convient, avec un recul de niveau M1, d'étudier la démonstration (en s'appuyant par exemple sur l'axiome de la borne supérieure) et d'en apprécier le caractère existentiel et non-constructif. Au-delà du théorème et de ses applications immédiates, apparaît une interrogation sur les images des intervalles par une fonction continue : que peut-on dire selon le type d'intervalle (ouvert, fermé, borné ou non) et le type d'image (directe ou inverse) ?

Option informatique : présentation de la programmation d'un algorithme

Il est attendu que chaque leçon comporte la présentation d'un programme implémentant le cœur d'un des algorithmes présentés, qui ne devrait généralement pas dépasser une page-écran. L'objectif n'est pas nécessairement d'exécuter le programme, mais de discuter du choix des structures de contrôle et de données adaptées à l'algorithme considéré. Un programme en pseudo-langage convient tout à fait.

De nombreuses leçons ont un intitulé qui commence par *Exemples d'algorithmes...* : ce sont bien des algorithmes concrets qui doivent être présentés et non pas de vagues considérations générales. Des remarques analogues peuvent être faites pour les leçons *Exemples d'activités...* ou *Problèmes de mathématiques...*

Option informatique : à propos de certaines leçons

— **Leçon 1** (logique booléenne et instructions conditionnelles : principes et exemples. Applications)

Cette leçon a pour but de présenter les bases de la logique booléenne et l'utilisation d'expressions booléennes dans les structures de choix (*if*) et itération (*for*, *while*). Les deux parties de la leçon doivent donc être fortement liées. Pour la logique booléenne, le candidat peut présenter les principaux opérateurs (négation, conjonction, disjonction, etc.) et l'évaluation d'une expression booléenne construite à l'aide de ces opérateurs ainsi que les principales équivalences qui permettent de simplifier les expressions complexes.

Pour les instructions conditionnelles, les notions ci-dessus peuvent être appliquées à la simplification des compositions de structures. Par exemple, *si b alors P sinon (si b alors Q sinon R)* peut être simplifiée en *si b alors P sinon R*.

De même on peut illustrer la différence entre les opérateurs `&` et `and` de Python, en montrant comment l'un et l'autre pourraient être simulés par des instructions conditionnelles bien écrites.

Un exemple d'algorithme qu'on peut présenter dans le cadre de cette leçon est un algorithme qui teste si une fonction booléenne $f(a, b, c)$ est vraie quelles que soient les valeurs booléennes de a , b et c .

— **Leçon 9** (exemples d'algorithmes de tri. Comparaison)

Cette leçon amène à exposer au moins un algorithme de tri élémentaire comme le tri par sélection, ou par insertion, ou à bulle ; développer longuement chacun de ces trois tris n'est en revanche pas attendu.

Suite à une étude de la complexité de l'algorithme élémentaire choisi, on peut évoquer au moins un algorithme de tri plus performant, comme le tri fusion ou le tri rapide. D'autres algorithmes spécifiques, adaptés quand les données ont une taille particulière, peuvent être aussi évoqués avec intérêt (voir par exemple le tri par base, ou *radix sort*).

Le terme « comparaison » utilisé dans l'intitulé peut renvoyer à la comparaison d'un tri de complexité quadratique à un tri de complexité $O(n \ln n)$, mais peut également conduire le candidat à évoquer la question d'un tri « en place » ou non.

— **Leçon 12** (exemples de détermination de la complexité (en temps et dans le pire des cas) d'un algorithme)

Cette leçon est orientée vers l'utilisation pratique de méthodes d'évaluation de la complexité, avec comme objectif le choix entre plusieurs algorithmes pour résoudre un problème donné. Le candidat précise clairement ce qu'il choisit comme mesure de la complexité : le nombre de comparaisons, le nombre d'appels, etc. Le candidat doit savoir équiper le programme qu'il présente d'un compteur qui permette la mesure expérimentale de sa complexité.

Si le candidat utilise la notion d'ordre de grandeur et la notation de Landau $O(f)$, il doit savoir la définir.

On s'attache particulièrement à mettre en évidence que le comportement d'un algorithme dans un cas donné peut être très variable, et éventuellement très différent de son comportement dans le pire cas. Le choix d'un algorithme ne doit pas être seulement dicté par sa complexité en pire cas, mais aussi par une définition soigneuse de l'espace des cas considérés. Par exemple, certains algorithmes de tri sont très efficaces si le tableau est déjà « presque trié », alors que c'est indifférent pour d'autres.

— **Leçon 13** (exemples de démarches et de raisonnements prouvant la terminaison et la correction d'un algorithme)

Cette leçon doit présenter des utilisations pratiques et concrètes de telles démarches et méthodes en les appliquant à un ensemble d'algorithmes concrets. Le candidat est attentif à la précision et à la diversité des aspects présentés et non à la difficulté des développements théoriques.

Le candidat peut s'appuyer sur l'introduction d'assertions logiques dans la description de son algorithme pour exprimer les propriétés vérifiées aux points de contrôle intéressants.

Dans le cas des itérations non bornées (*while*), on peut présenter les notions de variant et d'invariant, en particulier dans les cas classiques : parcours de tableau, tri, calcul de factorielle, etc.

Pour prouver la correction, le candidat peut montrer, sur des exemples simples, comment dériver la spécification du résultat à partir des assertions, en particulier les invariants de boucle.

Le candidat peut également faire le lien avec la définition de suites récursives $u_{n+1} = f(u_n)$.

— **Leçon 14** (représentation binaire des nombres : formats, exemples d'applications)

Cette leçon est très ouverte, et son contenu peut librement être adapté à la culture du candidat. Cependant, elle doit au moins contenir une description précise des décompositions décimales et binaires d'un nombre entier positif sous la forme d'une somme de puissances de la base b avec des coefficients entiers entre 0 et $b - 1$. Le candidat peut expliquer que la base 10 et la base 2 sont deux cas particuliers usuels, mais que la base 8 ou la base 16 sont intéressantes et que d'autres bases sont aussi utilisées (60 pour la mesure du temps, par exemple).

Le candidat peut écrire un algorithme pour convertir une écriture de base 10 en base 2 et réciproquement. Il peut comparer le nombre de chiffres de la représentation d'un nombre en base 10 et en base 2.

Le candidat peut également présenter des formats pour les entiers signés (bit de signe, complément à 2, etc.), les réels flottants (format IEEE 754, etc.), ou s'intéresser aux entiers en précision arbitraire (Python, OCaml BigNum), etc.

Un exemple d'algorithme adapté à cette leçon est celui qui prend en entrée un entier positif et renvoie la chaîne de caractères qui constitue son écriture hexadécimale.

— **Leçon 16** (programmation événementielle : principe et applications)

Cette leçon est très ouverte, et son contenu peut librement être adapté à la culture du candidat. Il s'agit essentiellement de présenter les principes de programmation d'un système réactif, dont les actions sont déterminées par le comportement de son environnement.

L'environnement Scratch permet d'illustrer assez facilement les événements : contact d'un lutin avec le bord ou avec un autre lutin, appui sur une touche du clavier, réception d'un son fort, etc.

Les questions intéressantes dans ce domaine sont liées à la gestion des événements entrants. Par exemple : Quelle est la nature des événements captés ? Que se passe-t-il si deux événements sont détectés en même temps ? Comment les gérer en tenant compte de leurs priorités ? Que se passe-t-il si un événement est perçu par deux capteurs à la fois ? Par exemple, deux boutons qui se recouvrent en Scratch. Que se passe-t-il si un événement attendu ne se produit pas ? Combien de temps attendre avant de décider qu'il ne viendra jamais ?

Un exemple d'algorithme adapté à cette leçon est une petite tortue Logo en Scratch. Une boucle lit un caractère au clavier et déplace la tortue en fonction des caractères captés. On peut ajouter des caractères pour émettre un miaulement ou encore les événements souris, éventuellement par un processus concurrent.

— **Leçon 17** (codage et traitement numérique des couleurs)

Cette leçon peut être traitée à différents niveaux et illustrée par toutes sortes d'algorithmes. Dans cette leçon, il est judicieux de s'intéresser aux images en niveaux de gris (les algorithmes pertinents sur ces images pouvant être appliqués sur les composantes d'une image en RVB), mais on ne saurait se limiter à celles-ci.

Les notions de synthèse soustractive vs. synthèse additive des couleurs peuvent être illustrées par des exemples concrets.

Le modèle mathématique du cube des couleurs est une base conceptuelle fort utile pour cette leçon.

On peut consulter à ce sujet plusieurs des ressources pédagogiques destinées aux classes de Première STD2A.

— **Leçon 18** (exemples d'activités manipulant des images bitmap)

Il s'agit ici de présenter des activités liées à l'image dans un cadre très simplifié. Une image bitmap peut être considérée comme un tableau bidimensionnel de valeurs prises dans un ensemble fini : 0/1 pour les images binaires, trois nombres entiers entre 0 et 255 pour les images RVB sur 24 bits, etc.

Les candidats peuvent expliquer le lien entre les transformations classiques d'images et les manipulations des tableaux associés. Ces transformations peuvent être faites point à point : extraction de composantes, renforcement de couleur, application d'un filtre, etc. Elles peuvent aussi concerner la géométrie de l'image : rotation, symétrie, dilatation, contraction, rognage, etc. Elles peuvent aussi concerner les objets représentés par l'image : remplissage d'une composante connexe par une couleur, extraction des contours, comptage des composantes connexes, etc.

Les candidats sont bien sûr invités à faire le lien avec leurs expériences de traitement d'images dans les logiciels classiques : Photoshop, Gimp, Paint, etc. Ils peuvent aussi s'intéresser à des

actions qui mettent en jeu plusieurs images, par exemple en considérant la transparence et en superposant les images, etc.

Un exemple d'algorithme adapté à cette leçon est la transformation d'une image carrée par une symétrie centrale, sans utiliser d'image auxiliaire (transformation « en place »).

Dans tous les algorithmes présentés, on veille à faire preuve de rigueur dans la définition des indices de boucles et dans les accès aux pixels de l'image.

— **Leçon 19** (exemples d'activités manipulant des objets géométriques: jeux vidéo ou simulations)

L'objectif de cette leçon est de présenter des algorithmes de gestion d'objets géométriques dans le plan et dans l'espace, avec des applications aux jeux vidéos et à la synthèse d'images. Le matériel mathématique pour ce sujet est donc essentiellement celui des leçons de géométrie en mathématiques.

On peut commencer par s'intéresser au cas des rectangles définis par les coordonnées de deux sommets opposés et à un algorithme de calcul de l'intersection et de l'enveloppe rectangulaire de deux tels rectangles, en s'attachant à la plus grande précision dans le calcul des indices des pixels. On peut étendre au cas 3D et ou à une liste de rectangles, ou encore à d'autres formes, polyèdres ou sphères.

On peut aussi s'intéresser au déplacement d'objets géométriques pour déterminer quelle partie de l'écran doit être redessinée quand on déplace un rectangle dans une pile de rectangles (cette opération est cruciale dans les systèmes de gestion de fenêtres des interfaces graphique). Une autre source d'inspiration est la simulation de phénomènes physiques. Le cas le plus simple est probablement une boule (carrée) qui se déplace sur une table de billard avec une vitesse constante en rebondissant sur les bords, un peu comme dans le jeu Pong. On peut s'intéresser à ce qui se passe si la vitesse est peu à peu amortie, s'il y a plusieurs boules qui s'entrechoquent, si le billard se déforme avec des trous qui apparaissent, etc.

— **Leçon 29** (exemples d'algorithmes de chiffrement et de déchiffrement)

L'objectif de cette leçon est de présenter des systèmes de chiffrement et de déchiffrement simples en insistant sur l'étude de leurs propriétés, plutôt que sur leur efficacité. Le niveau mathématique attendu pour cette leçon est élémentaire. Toute discussion avancée sur l'arithmétique modulaire, les courbes elliptiques ou l'utilisation des technologies quantiques est catégoriquement hors sujet. Comme toute leçon d'exemples, le candidat doit présenter plusieurs exemples effectifs.

On peut d'abord présenter les systèmes de cryptage lettre à lettre (code de César, ROT13...) et discuter de leur utilisation pratique. La question du déchiffrement est aussi intéressante que celle du chiffrement.

On peut ensuite présenter les systèmes de cryptage à clé secrète, en particulier le XOR et quelques-unes de ses multiples variantes. On pourra souligner l'aspect involutif du codage XOR.

Pour chaque système de cryptage lettre à lettre et pour le cryptage symétrique XOR, on peut présenter les algorithmes de manière détaillée en utilisant un tableau de caractères ou de bits. Dans le cas des caractères, on peut détailler comment passer d'un caractère A-Z à un code ASCII, puis à un nombre entre 0 et 25 et réciproquement.

Un algorithme facilement programmable dans cette leçon est le chiffre de César.

On peut éventuellement présenter les systèmes de cryptage à clé publique et la notion de protocole cryptographique, en séparant bien le principe de ces systèmes des particularités des fonctions

cryptographiques utilisées. On peut montrer que ces systèmes peuvent aussi être utilisés pour l'authentification (signature).

Une autre piste de discussion est la stéganographie qui permet de cacher une donnée dans une image. On peut en décrire l'idée générale, puis détailler l'algorithme qui cache un message dans une image bitmap RVB et qui le retrouve ensuite.

4.2 Épreuve sur dossier

La deuxième épreuve d'admission est l'épreuve sur dossier : elle s'appuie sur un dossier fourni par le jury portant sur un thème des programmes de mathématiques du collège ou du lycée général ou technologique. Ce thème est illustré par un exercice qui peut être complété par des productions d'élèves, des extraits des programmes officiels, des documents ressources ou des manuels. L'épreuve commence par l'exposé des réponses aux questions (vingt minutes), comprenant la présentation motivée d'exercices sur le thème du dossier, suivi d'un entretien.

Ici encore, les attentes du jury sont définies par le texte de l'arrêté définissant l'épreuve. Le jury s'attend notamment à ce que le candidat connaisse et sache prendre en compte les compétences attendues des enseignants. Comme pour l'épreuve de mise en situation professionnelle, la posture adoptée par le candidat doit exclure l'arrogance, la provocation et l'impatience. Une très bonne maîtrise de la langue française est attendue. Les éléments qui viennent d'être évoqués entrent pour une part significative dans l'évaluation. On cherche à évaluer la capacité du candidat à engager une réflexion pédagogique pertinente et à communiquer efficacement et clairement.

Par ailleurs, compte tenu de la complexité du métier d'enseignant, les attentes du jury sont multiples et l'évaluation des candidats prend en compte des critères nombreux et variés, plus particulièrement en termes de **maîtrise**, **d'organisation et clarté**, de **pertinence** et de **réactivité**.

Voici quelques remarques sur le déroulement de cette épreuve pour la session 2017. L'objectif est d'aider les candidats à avoir des repères clairs pour la passation elle-même, mais également pour la préparation des prochaines sessions ; ces remarques sont suivies de quelques conseils pour se préparer à cette épreuve orale du concours.

Le dossier proposé par le jury

La plupart du temps, l'exercice du dossier est bien compris et les productions d'élèves plutôt correctement analysées. De nets progrès ont été accomplis dans l'utilisation des compétences comme angle d'analyse (notons que certains candidats s'en sortent fort bien en utilisant une liste de compétences propres aux mathématiques ; on pourra à ce propos consulter avec profit le texte de l'IGEN de mathématiques sur [les compétences mathématiques au lycée](#) ou bien les [nouveaux programmes de collège](#)). Toutefois certains candidats s'obligent à citer les six compétences de l'activité mathématique, parfois un peu à tort et à travers, alors même que deux ou trois d'entre elles sont plus pertinentes que les autres sur le cas étudié, voire une seule.

De nombreux candidats savent dépasser le modèle « correct » / « incorrect » mais il faut bien lire la question posée, tous les dossiers ne demandant pas la même démarche d'analyse. Il conviendrait également d'avoir des idées de pistes de remédiation à proposer en regard de certaines « erreurs » d'élèves ou du manque de maîtrise de certaines compétences. D'ailleurs certains dossiers demandent explicitement de proposer des pistes pour aider les élèves à remédier à leurs erreurs ou à progresser sur les éléments travaillés dans l'exercice.

La correction d'une partie de l'exercice proposé pose aux candidats des difficultés dont ils n'ont pas toujours conscience, notamment en termes de rédaction ou de qualité des justifications : il ne s'agit pas de proposer une « solution d'élève ». De plus, il convient de réfléchir à la présentation d'une correction

« comme devant une classe ». On attend alors clairement des traces écrites analogues à celles qu'un professeur présenterait à ses élèves, accompagnées de toutes les justifications ou précisions nécessaires ; on s'appuiera bien sur les hypothèses ou sur telle ou telle propriété justifiant un « pas déductif » ; on utilisera correctement les connecteurs logiques. Il ne s'agit pas de présenter le « brouillon du professeur », issu directement de ses notes personnelles ou un tableau d'élève ou d'étudiant.

Notons que de nombreux candidats utilisent très bien les logiciels pour illustrer la mise en place des conjectures.

Il est à noter que le passage à vingt minutes de l'exposé par le candidat des réponses aux questions du dossier a entraîné un réel progrès dans cette présentation, nombre de candidats alternant très correctement les phases orales avec un support vidéo projeté et celles écrites au tableau.

Dans la proposition d'un choix d'exercices, le candidat peut se mettre en valeur en présentant des justifications claires d'ordre didactique ou pédagogique, souvent demandées explicitement par le sujet. Le choix proposé est souvent trop pauvre, parfois trop proche de l'exercice du dossier, même s'il peut être intéressant de proposer un exercice de « remédiation » à l'éclairage de difficultés rencontrées dans les productions d'élèves. Cela ne saurait suffire toutefois pour l'illustration d'un thème dans sa généralité. Si les exercices proposés sont souvent pertinents dans leur thématique, le jury regrette le manque de recul des candidats vis-à-vis des manuels utilisés : les exercices sont parfois d'une longueur démesurée et seules une ou deux questions seraient vraiment intéressantes, ou bien en résolvant l'exercice à l'énoncé semblant attrayant on s'aperçoit qu'il est en fait un peu vide de sens, etc. Notons que les modifications d'énoncés, par exemple en présentant une forme « fermée » puis « ouverte », sont appréciées.

De façon générale, il est important de montrer une posture de professeur capable d'animer des séances d'apprentissages préalablement construites. Pour cela, il est important de montrer l'envie de communiquer et de favoriser les interactions avec son public. La prestation d'un candidat regardant essentiellement le tableau ou les murs de la salle, et pas le jury à qui il est censé s'adresser, ne pourra évidemment être valorisée.

Par ailleurs, on dynamisera sa présentation par un langage clair et compréhensible de tous les élèves et en l'accompagnant de supports intelligibles et lisibles.

En guise de conseils de préparation

Dans un premier temps, il est bon de bien connaître le format de l'épreuve pour ne pas le découvrir le jour du passage devant le jury. Gérer de façon efficiente les vingt minutes à disposition du candidat pour présenter ses réponses aux questions posées par le sujet demande un minimum de réflexion et d'entraînement, notamment à alterner les phases écrites et orales.

On ne peut qu'encourager les candidats à assister à quelques planches du concours lorsque cela est possible, et bien sûr à étudier les rapports de jury des sessions précédentes.

S'entraîner à bien gérer le tableau, de façon claire et pédagogique, en alternance ou pas avec des documents vidéo projetés, apprendre à utiliser les manuels numériques, étudier les textes sur les compétences relatives aux mathématiques et les documents ressources en général, représentent bien sûr un atout indéniable pour une bonne préparation.

En amont du concours, s'entraîner régulièrement à résoudre des exercices de tous niveaux dans le cadre des programmes et des thèmes proposés les années précédentes, réfléchir ensuite de façon plus approfondie à quelques exercices par thème, constituent bien sûr un plus indéniable. Pour ces derniers exercices, il s'agit de savoir les résoudre bien évidemment, mais également d'avoir réfléchi aux objectifs didactiques et pédagogiques de leur utilisation avec les élèves, à différentes versions possibles suivant l'objectif visé, etc. Il est à noter que les manuels ne constituent pas la seule source d'inspiration possible ;

les documents d'accompagnement des programmes, les autres ressources disponibles sur le site EDUSCOL, voire les exercices de dossiers proposés les années précédentes peuvent donner bien des idées intéressantes. Se contenter de proposer des captures d'écran de pages d'exercices de manuels numériques sans avoir réfléchi aux contenus de ces exercices est bien évidemment contre-productif.

Missions du professeur, contexte d'exercice du métier, valeurs

L'entretien se termine par un temps d'échange avec le candidat sur les missions du professeur, le contexte d'exercice du métier et les valeurs qui le portent, dont celles de la République. À titre d'exemple, voici quelques questions posées cette année ou les années précédentes :

- Un chef d'établissement demande aux enseignants de travailler sur un projet pour promouvoir les sciences. Que pouvez-vous mettre en place, avec qui ? Pourquoi est-ce important de développer la culture scientifique chez les élèves ?
- Comment améliorer la culture scientifique et technique des élèves pendant leur scolarité ? Est-ce utile, pourquoi ?
- Votre chef d'établissement vous demande de participer à la semaine des Mathématiques ou à la Fête de la Science. Connaissiez-vous ces manifestations et à quoi servent-elles à votre avis ?
- Les élèves issus des milieux socioprofessionnels défavorisés s'orientent très peu vers la première scientifique à l'issue de la seconde. Qu'en pensez-vous et que proposez-vous ?
- Professeur principal en classe de Troisième, les parents d'un élève ne présentant pas de difficultés scolaires particulières, prennent RDV et vous font part de leur souhait de le voir s'orienter vers une formation courte. Ils vous demandent conseil sur le choix de la filière dans laquelle l'engager. Comment réagissez-vous ?
- Lors de votre première réunion parents-professeurs, seuls quatre parents sont présents, alors que vous espériez parler avec un grand nombre d'entre eux. Comment réagissez-vous ?
- Que pouvez-vous mettre en place dans vos pratiques pour que les élèves les plus faibles ne décrochent pas et que les plus à l'aise ne s'ennuient pas ?
- Peut-on donner deux sujets d'évaluation différents dans une même classe ?
- Quelles modalités avez-vous prévu de mettre en place pour évaluer vos élèves ?
- À la rentrée, vous avez en charge une classe de quatrième dans laquelle l'équipe pédagogique a décidé de ne pas mettre de notes. Comment pourrez-vous évaluer les élèves ?
- Le jour de la prérentrée, un collègue vient vous témoigner son inquiétude au sujet de l'un de vos élèves qu'il considérerait en décrochage en fin d'année scolaire précédente. Quels éléments vous permettent de déceler un éventuel cas de décrochage ?
- Que pensez-vous de l'usage du numérique éducatif et comment pensez-vous l'intégrer à vos pratiques ?
- Dans votre collège, le projet sur les classes de sixième prévoit de l'accompagnement personnalisé en mathématiques et en français. Comment pouvez-vous organiser votre enseignement ?
- Dans le cadre du parcours éducation artistique et culturelle, l'équipe de mathématiques de votre collège a décidé de mettre en place diverses activités mathématiques en lien avec la culture. À partir de vos connaissances culturelles et vos goûts personnels, que pourriez-vous proposer ?

- Que peut-on mettre en place comme action à court, moyen et long terme si un élève présente des signes de conduite addictive ?
- Alors que les parents des élèves de sixième viennent en grand nombre aux réunions parents-professeurs organisées par le collège, très peu de ceux des élèves de troisième y assistent. Quelle analyse peut-on faire de cette situation et quelles actions pourraient être mises en œuvre par le collège pour y remédier ?
- Les classes dans lesquelles vous enseignez incluent des élèves en situation de handicap. Que pouvez-vous faire au sein de votre classe et de l'établissement pour faciliter leur scolarité ?
- Vous êtes nommé(e) dans un « petit collège » ; vous proposez aux autres professeurs de mathématiques de travailler en équipe ; ils vous répondent « qu'est-ce qu'on a à y gagner ? ». Que leur proposez-vous comme réponse ?
- Comment utiliser l'outil numérique au quotidien dans son métier d'enseignant. En quoi cela favorise-t-il la réussite des élèves ?
- Suite à un devoir, les résultats sont globalement et inhabituellement faibles. Comment réagissez-vous ? Que signifie pour vous évaluer les progrès et les acquis des élèves ?

En guise de conseils de préparation

Cela semble évident, mais prendre connaissance sur le [site du jury](#) de la liste des thèmes et des documents complémentaires est un préalable. L'expérience a montré que tous les candidats ne l'avaient pas fait.

Certains thèmes supposent une réflexion dépassant une approche uniquement liée à l'enseignement des mathématiques.

Enfin, s'il ne s'agit absolument pas d'un contrôle des connaissances sur le système éducatif, un minimum d'information sur celui-ci est nécessaire, notamment sur le fonctionnement d'un établissement, afin de permettre au bon sens de pouvoir s'exprimer sereinement, **dans le cadre des valeurs de la République.**

5 Avenir du concours

Voici la liste des thèmes qui seront proposés dans le cadre de la première épreuve d'admission lors de la session 2018.

5.1 Option mathématiques

L'ensemble de l'épreuve s'inscrit dans le cadre des programmes de mathématiques du collège et des différentes séries du lycée général et technologique. La capacité du candidat à illustrer le sujet par des exemples sera valorisée.

1. Expérience aléatoire, probabilité, probabilité conditionnelle.
2. Variables aléatoires discrètes.
3. Loi binomiale.
4. Variables aléatoires réelles à densité.
5. Représentation et interprétation de données. Outils statistiques.
6. Intervalles de fluctuation, intervalles de confiance. Applications.
7. Arithmétique des nombres entiers.
8. Forme trigonométrique d'un nombre complexe. Applications.
9. Trigonométrie. Applications.
10. Géométrie vectorielle dans le plan et dans l'espace.
11. Repérage dans le plan, dans l'espace, sur une sphère.
12. Droites dans le plan. Droites et plans dans l'espace.
13. Transformations du plan. Frises et pavages.
14. Relations métriques et angulaires dans le triangle.
15. Solides de l'espace et volumes.
16. Périmètres, aires, volumes.
17. Produit scalaire.
18. Proportionnalité et géométrie.
19. Problèmes de constructions géométriques.
20. Problèmes d'alignement, de parallélisme ou d'intersection.
21. Proportionnalité et linéarité. Applications.
22. Systèmes d'équations et systèmes d'inéquations. Exemples de résolution.
23. Problèmes conduisant à une modélisation par des équations ou des inéquations.
24. Résolution de problèmes à l'aide de graphes orientés ou non orientés.
25. Problèmes conduisant à une modélisation par des matrices.
26. Exemples d'algorithmes.
27. Différents types de raisonnement en mathématiques.
28. Applications des mathématiques à d'autres disciplines.
29. Fonctions polynômes du second degré. Équations et inéquations du second degré. Applications.
30. Suites numériques. Limites.
31. Problèmes conduisant à une modélisation par des suites.
32. Limite d'une fonction réelle de variable réelle.
33. Théorème des valeurs intermédiaires. Applications.
34. Nombre dérivé. Fonction dérivée. Applications.
35. Fonctions exponentielle et logarithme. Applications.
36. Intégrales, primitives.
37. Exemples de calculs d'intégrales (méthodes exactes ou approchées).
38. Problèmes conduisant à une modélisation par des fonctions.

5.2 Option informatique

Les questions d'oral proposées ci-dessous concernent la première épreuve, dite de « leçon ». Elles s'appuient sur les programmes scolaires suivants :

- le thème E (algorithmique et programmation) du programme de cycle 4 ;
- le programme d'algorithmique de la classe de Seconde (et suivantes);
- le programme de l'enseignement de spécialité ISN (classes terminales S) ;
- le programme d'algorithmique appliquée du BTS SIO.

Les exemples traités doivent se placer dans une perspective didactique correspondant aux programmes précités. En particulier, l'activité de programmation reste au service de l'acquisition de compétences par les élèves. Cependant, le candidat doit pouvoir traiter ces questions avec le recul correspondant au niveau M1 du cycle Master.

1. Logique booléenne et instructions conditionnelles : principes et exemples. Applications.
 2. Boucles : principes et exemples.
 3. Récursivité : principes et exemples.
 4. Exemples d'algorithmes de recherche dans un tableau ou une liste.
 5. Exemples d'algorithmes opérant sur des chaînes de caractères.
 6. Exemples de structures de données linéaires implémentées avec des tableaux ou des listes.
- Applications.
7. Exemples d'algorithmes opérant sur un arbre. Applications.
 8. Exemples d'algorithmes opérant sur un graphe. Applications.
 9. Exemples d'algorithmes de tri. Comparaison.
 10. Exemples illustrant l'utilisation de différentes méthodes de résolution de problèmes algorithmiques.
 11. Exemples illustrant l'utilisation de différentes familles de langages de programmation.
 12. Exemples de détermination de la complexité (en temps et dans le pire des cas) d'un algorithme.
 13. Exemples de démarches et de raisonnements prouvant la terminaison et la correction d'un algorithme.
14. Représentation binaire des nombres : formats, exemples d'applications.
 15. Organisation et utilisation des fichiers, exemples d'algorithmes de gestion.
 16. Programmation événementielle : principe et applications.
 17. Codage et traitement numérique des couleurs.
 18. Exemples d'activités manipulant des images bitmap.
 19. Exemples d'activités manipulant des objets géométriques : jeux vidéo ou simulations.
 20. Exemples d'activités relevant de l'optimisation combinatoire.
 21. Exemples d'activités relevant du traitement automatique des textes.
 22. Exemples d'activités autour de l'internet : structure, indexation et partage des données, sécurité.
 23. Modélisation et utilisation de l'informatique en sciences humaines, économiques et sociales.
 24. Modélisation et utilisation de l'informatique en sciences de la vie et de la Terre.
 25. Modélisation et utilisation de l'informatique en physique ou en chimie.
 26. Problèmes de mathématiques du cycle 4 pouvant être résolus de manière algorithmique.
 27. Problèmes de mathématiques du lycée pouvant être résolus de manière algorithmique.
 28. Exemples d'algorithmes agissant sur des matrices.
 29. Exemples d'algorithmes de chiffrement et de déchiffrement.
 30. Exemples d'algorithmes utilisant un générateur de nombres aléatoires.

6 Annexe

Les sujets des épreuves écrites sont disponibles sur le serveur SIAC2.

La liste des sujets de l'épreuve de mise en situation professionnelle est publiée chaque année, bien avant la tenue des épreuves. Cette liste est disponible sur le site du concours, dans la rubrique épreuves orales, puis dans la rubrique archives.

Les sujets de l'épreuve sur dossier ne sont publiés sur le site du concours qu'après la session, en page d'accueil, puis dans la rubrique archives du concours.

Pendant le temps de préparation de chaque épreuve, les candidats ont à leur disposition des ressources numériques de diverses natures : textes réglementaires, ressources d'accompagnement des programmes, logiciels, manuels numériques. On trouvera la liste de toutes ces ressources sur le site du concours, rubrique des épreuves orales.

CAPES 2017

Thème : suites

L'exercice

On définit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ par :

$$\begin{cases} u_0 = 0, \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n^2 + 1. \end{cases}$$

Étudier la monotonie de cette suite.

Les réponses de trois élèves de terminale scientifique

Élève 1

Je note $P_n : « u_{n+1} \leq u_n » (n \in \mathbb{N})$.

Supposons P_n vraie pour tout n . On a donc :

$$\begin{aligned} u_{n+1} &\leq u_n \\ u_{n+1}^2 &\leq u_n^2 \\ \frac{1}{4}u_{n+1}^2 &\leq \frac{1}{4}u_n^2 \\ \frac{1}{4}u_{n+1}^2 + 1 &\leq \frac{1}{4}u_n^2 + 1 \\ u_{n+2} &\leq u_{n+1} \end{aligned}$$

Donc P_{n+1} est vraie.

Par récurrence : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} \leq u_n$.

La suite est donc décroissante.

Élève 2

Avec un tableur, j'ai affiché les 400 premiers termes de la suite : elle est croissante, on dirait qu'elle a pour limite 2, mais elle n'y va pas très vite !

Élève 3

Sur $\mathbb{R}^+$, la fonction $f : x \mapsto \frac{1}{4}x^2 + 1$ est croissante car sa dérivée est positive.

Comme $u_{n+1} = f(u_n)$, la suite (u_n) est croissante.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les productions des élèves selon les trois compétences chercher, raisonner et communiquer.
- 2 – Présentez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3 – Proposez trois exercices sur le thème *suites* dont l'un au moins fait appel à un algorithme. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

Thème : algorithmique et programmation

Exercice

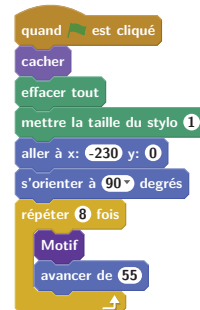


- 1 – Pour réaliser la figure ci-dessus, on a défini un motif en forme de losange et on a utilisé l'un des deux programmes A et B ci-contre.

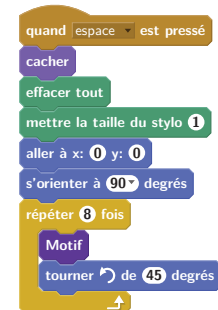
Déterminer lequel et indiquer par une figure à main levée le résultat que l'on obtiendrait avec l'autre programme.



Programme A



Programme B



- 2 – Combien mesure l'espace entre deux motifs successifs ?
3 – On souhaite réaliser la figure ci-dessous :



Pour ce faire, on envisage d'insérer l'instruction  dans le programme utilisé à la question 1. Où faut-il insérer cette instruction ?

éduscol - sujets zéro DNB à compter de la session 2017

Extrait du document ressource algorithmique et programmation, cycle 4

Compétences développées

Cet enseignement a pour objectif de développer chez les élèves les compétences suivantes :

- **décomposition** : analyser un problème compliqué, le découper en sous-problèmes, en sous-tâches ;
- **reconnaissance de schémas** : reconnaître des schémas, des configurations, des invariants, des répétitions, mettre en évidence des interactions ;
- **généralisation et abstraction** : repérer les enchaînements logiques et les traduire en instructions conditionnelles, traduire les schémas récurrents en boucles, concevoir des méthodes liées à des objets qui traduisent le comportement attendu ;
- **conception d'algorithme** : écrire des solutions modulaires à un problème donné, réutiliser des algorithmes déjà programmés, programmer des instructions déclenchées par des événements, concevoir des algorithmes se déroulant en parallèle.

Les modalités de l'apprentissage correspondant peuvent être variées : travail en mode débranché, c'est-à-dire sans utilisation d'un dispositif informatique, individuel ou en groupe, en salle informatique ou en salle banale, sur tablette ou sur ordinateur.

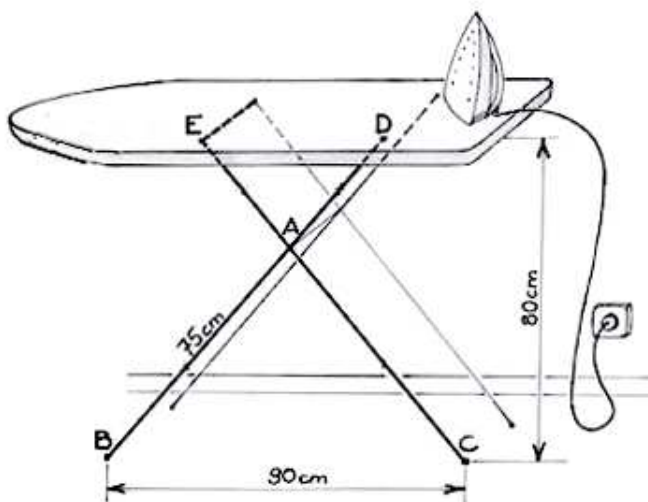
Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Indiquez en quoi cet exercice permet de mettre en valeur les compétences décrites dans l'extrait du document ressource, cycle 4.
- 2 – Proposez une correction complète de cet exercice telle que vous la présenteriez devant une classe de collège de cycle 4.
- 3 – Proposez trois exercices sur le thème *algorithmique et programmation*, dont l'un au moins au niveau lycée. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

Thème : géométrie plane

L'exercice

Par un mercredi pluvieux, le petit Nicolas a décidé de repasser pour faire une surprise à ses parents. Il utilise la table à repasser représentée ci-dessous.



Les tiges $[EC]$ et $[BD]$ de même longueur constante sont articulées en A . La longueur AB est égale à 75 cm. Sous la table, le point D est fixe et le point E peut être déplacé pour ajuster la hauteur. On sait que lorsque BC est égale à 90 cm, la table a une hauteur de 80 cm et est parallèle au sol pour cet écartement.

- 1 – Nicolas voudrait comprendre pourquoi la planche à repasser reste parallèle au sol quelle que soit sa hauteur. Comment pourrais-tu lui expliquer ?
- 2 – Comme Nicolas est plus petit que ses parents, il règle la table pour que la hauteur soit de 60 cm. Calculer alors l'écartement BC .

Les réponses de deux élèves de cycle 4 à la question 1

Élève 1

J'ai réalisé une figure avec un logiciel de géométrie.

Lorsque je déplace le point E la table reste parallèle à (BC) .

J'ai aussi observé que les triangles AED et ABC sont toujours isocèles mais je ne sais pas comment le démontrer.

Élève 2

$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ car les branches $[EC]$ et $[BD]$ sont de même longueur.

D'après le théorème de Thalès, $[ED]$ et $[BC]$ sont parallèles.

Le travail à exposer devant le jury

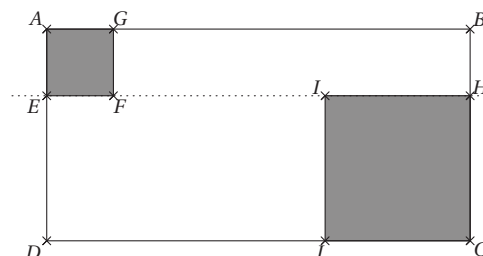
- 1 – Analysez la réponse des deux élèves en mettant en évidence la pertinence de leurs démarches et en précisant les aides que vous pourriez leur apporter.
- 2 – En prenant appui sur les productions des élèves, proposez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de troisième.
- 3 – Présentez deux exercices sur le thème *géométrie plane*, l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée. Vous prendrez soin de motiver vos choix.

CAPES 2017

Thème : problèmes conduisant à l'étude d'une fonction

L'exercice

Sur une parcelle rectangulaire $ABCD$ de 4 mètres par 8 mètres, on veut délimiter deux parterres de fleurs carrés, dans deux coins opposés ($AEFG$ et $CHIJ$, sur le schéma ci-contre) et avec E, F, I et H alignés.



Comment faut-il construire ces deux carrés pour que l'aire de la zone restante soit maximale ?

Extrait du document « Les compétences mathématiques au lycée »

La formation mathématique au lycée général et technologique vise deux objectifs :

- l'acquisition de connaissances et de méthodes nécessaires à chaque élève pour construire son avenir personnel, professionnel et citoyen, et préparer la poursuite d'études supérieures ;
- le développement de compétences transversales (autonomie, prise d'initiative, adaptabilité, créativité, rigueur...) et de compétences spécifiques aux mathématiques :

Chercher[...], Modéliser[...], Représenter[...], Calculer[...], Raisonner[...], Communiquer[...].

Cadre de mise en œuvre

La résolution de problèmes est un cadre privilégié pour développer, mobiliser et combiner plusieurs de ces compétences. Cependant, pour prendre des initiatives, imaginer des pistes de solution et s'y engager sans s'égarer, l'élève doit disposer d'automatismes. En effet, ceux-ci facilitent le travail intellectuel en libérant l'esprit des soucis de mise en œuvre technique et élargissent le champ des démarches susceptibles d'être engagées. L'installation de ces réflexes nécessite la mise en œuvre directe, sur des exercices aux objectifs circonscrits, de procédures de base liées à chacune de ces compétences. Il n'y a pas d'ordre chronologique imposé entre l'entraînement sur des exercices et la résolution de problèmes. Cette dernière peut en effet révéler le besoin de s'exercer sur des tâches simples, d'ordre procédural, et motiver ainsi la nécessité de s'y engager.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Précisez en quoi un tel exercice répond aux objectifs mentionnés dans le document « Les compétences mathématiques au lycée ».
- 2 – Présentez la correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde. Vous mettrez en évidence ce que peut apporter l'utilisation d'outils logiciels.
- 3 – Proposez deux ou trois exercices sur le thème *problèmes conduisant à l'étude d'une fonction*. Vous prendrez soin de motiver vos choix.

CAPES 2017

Thème : optimisation

L'exercice

Le directeur d'une salle de spectacle de 8000 places organise un concert. Il souhaite fixer le prix du billet pour optimiser le montant de sa recette. Une étude de marché lui apprend que :

- ▷ si le prix du billet est de 50 €, il vend 3000 billets ;
- ▷ chaque baisse de 1 € lui permet de vendre 170 billets supplémentaires.

Déterminer le prix du billet pour que la recette soit maximale.

Les réponses de deux élèves de seconde**Élève 1**

Sans aucune baisse la recette s'élève à 150000 €.

Si je fais 5 baisses, le prix du billet est de 45 €, le nombre de billets vendus est de 3850, la recette fait 173250 €.

Si je fais 10 baisses le prix du billet est de 40 €, le nombre de billets vendus est de 4700, la recette fait 188000 €.

Si je fais 20 baisses le prix du billet est de 30 € le nombre de billets vendus est de 6400, la recette fait 192000 €.

Plus on fait de baisses, plus la recette augmente mais la salle contient 8000 places.

Comme $\frac{8000 - 3000}{170} = 29,41$ on peut faire 29 baisses.

Le prix le plus intéressant est donc 21€.

Élève 2

J'ai utilisé ma calculatrice.

J'ai tracé $y = (50 - x)(3000 + 170x)$ et j'ai demandé le maximum.

J'obtiens $x = 16,176470588$ et $y = 194485,29411$.

Il faut donc vendre le billet à 16,18 € environ.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les démarches de chaque élève en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs, ainsi que l'accompagnement que vous pourriez leur proposer pour les aider à progresser.
- 2 – Présentez la correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *optimisation*, dont l'un au moins illustrera l'apport d'un logiciel dans sa résolution. Vous prendrez soin de motiver vos choix.

CAPES 2017

Thème : probabilités

L'exercice

Un restaurateur prépare chaque jour trente crèmes catalanes pour soixante-dix couverts.

Le restaurateur affirme : « En moyenne deux clients sur cinq choisissent une crème catalane en dessert donc je pense que dans plus de 70% des cas j'aurai assez de crèmes catalanes ».

A-t-il raison ?

Les réponses de deux élèves de première scientifique

Élève 1

J'ai reconnu la loi binomiale : $P(X = k) = \binom{n}{k} p^k (1 - p)^{n-k}$ avec $n = 70$, $p = 0,4$ et $k = 30$.

La probabilité est donc environ 0,085.

Donc le restaurateur a tort, il satisfait seulement 8,5% de la demande. Cela me semble peu.

Élève 2

J'ai écrit un algorithme qui calcule le nombre de crèmes catalanes commandées par les soixante-dix clients puis je l'ai répété mille fois pour avoir une moyenne :

```

pour I variant de 1 à 1 000 faire
  pour J variant de 1 à 70 faire
    Affecter à aléa une valeur choisie au hasard parmi 1, 2, 3, 4 ou 5.
    si aléa < 3 alors
      | C prend la valeur C + 1
    fin
  fin
fin
M prend la valeur C / 1 000
Afficher M

```

J'ai lancé 3 fois l'algorithme et j'ai trouvé 27,9 ; 28,1 et 28. En moyenne 28 crèmes catalanes sont commandées par les 70 clients donc ils seront tous satisfaits.

Le travail à exposer devant le jury

1. Analysez les productions de chaque élève en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs, ainsi que l'accompagnement que vous pourriez leur proposer pour les aider à progresser.
2. En vous appuyant sur les productions des élèves, présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première scientifique.
3. En motivant vos choix, proposez deux exercices sur le thème *probabilités* à des niveaux de classe différents.

CAPES 2017

Thème : géométrie de l'espace**L'exercice**

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère, pour tout entier naturel n , les points suivants définis par leurs coordonnées :

$$A(n; 4; 0) \quad B(-n; 0; 0) \quad C(-n; 4; 3) \quad D(n; 0; -3)$$

Démontrer que, quelle que soit la valeur de l'entier naturel n , les droites (AB) et (CD) sont sécantes.

Extrait du programme de mathématiques, classe terminale de la série scientifique**Géométrie dans l'espace**

Dans cette partie, il s'agit, d'une part de renforcer la vision dans l'espace entretenue en classe de première, d'autre part de faire percevoir toute l'importance de la notion de direction de droite ou de plan.

La décomposition d'un vecteur d'un plan suivant deux vecteurs non colinéaires de ce plan, puis celle d'un vecteur de l'espace suivant trois vecteurs non coplanaires, sensibilisent aux concepts de liberté et de dépendance en algèbre linéaire.

Le repérage permet à la fois de placer des objets dans l'espace et de se donner un moyen de traiter des problèmes d'intersection d'un point de vue algébrique. Le concept d'orthogonalité, une fois exprimé en termes de coordonnées dans un repère orthonormé, fournit un outil pour une caractérisation simple des plans de l'espace.

L'objectif est de rendre les élèves capables d'étudier des problèmes d'intersection de droites et de plans, en choisissant un cadre adapté, vectoriel ou non, repéré ou non.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Indiquez en quoi cet exercice répond aux attentes mentionnées dans l'extrait du programme de terminale scientifique. Mettez en évidence deux compétences particulièrement mobilisées dans cet exercice.
- 2 – Présentez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *géométrie de l'espace*, l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

CAPES 2017

Thème : optimisation

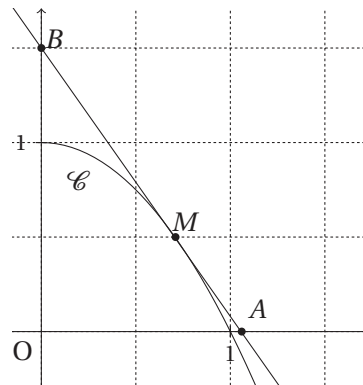
L'exercice

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 1 - x^2.$$

On note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère ortho-normé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

La tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point M de coordonnées $(a; f(a))$, avec $0 < a \leq 1$, coupe l'axe (Ox) en A et l'axe (Oy) en B .



Existe-t-il une position du point M sur la courbe $\mathcal{C}$ rendant l'aire du triangle MBO maximale ?

Les démarches de trois élèves de première scientifique

Élève 1

Dans un logiciel de géométrie dynamique, j'ai tracé la courbe représentative de la fonction f .
J'ai créé un curseur de 0 à 1 puis placé le point M de coordonnées $(a; f(a))$.
J'ai ensuite tracé la tangente en M puis créé le triangle OBM .
En faisant varier le curseur je constate que l'aire du triangle est maximale lorsque M est en A .

Élève 2

L'aire d'un triangle est égale à la moitié de la base multipliée par la hauteur.
Dans le triangle MBO , la hauteur associée à la base OB est maximale lorsque M a pour abscisse 1.
L'aire du triangle OBM est donc maximale pour $a = 1$ et vaut alors $\frac{1}{2} \times 1 \times 1,5 = 0,75$.

Élève 3

L'équation de la tangente au point d'abscisse a est donnée par $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.
On a $f(a) = 1 - a^2$ et $f'(a) = -2a$ ce qui donne $y = -2ax + 2a^2$.
Pour $a = 1$, on obtient $y = -2x + 2$. Le point B a donc pour ordonnée 2.
Le triangle MBO a pour aire $\frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$, ce qui représente son aire maximale.

Le travail à exposer devant le jury

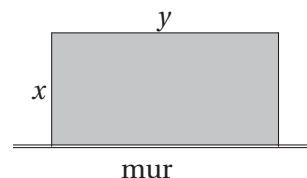
- 1 – Analysez la production de chacun de ces élèves en précisant les compétences mises en jeu et en indiquant comment vous pourriez les aider à corriger leurs erreurs éventuelles.
- 2 – Proposez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première scientifique.
- 3 – Présentez deux exercices sur le thème *optimisation*. Vous prendrez soin de motiver vos choix.

CAPES 2017

Thème : optimisation

L'exercice

Pour respecter une densité maximale labellisée de 6 poules au m^2 , un éleveur construit avec du grillage un enclos rectangulaire d'aire $1\,250\text{m}^2$. Ce terrain est limité par un mur sur lequel il n'y a pas de grillage. On désigne par x et y les dimensions de l'enclos.



Déterminer les dimensions x et y de l'enclos pour que la longueur du grillage utilisé soit minimale.

Les réponses proposées par trois élèves de seconde

Élève 1

1 250 n'est pas divisible par 6. L'éleveur doit choisir un enclos de $1\,248\text{m}^2$ ou de $1\,254\text{m}^2$. La figure optimale pour un rectangle est un carré donc la longueur du grillage utilisé est minimale lorsque l'on a $x = y = \sqrt{1\,248}$ ou lorsque l'on a $x = y = \sqrt{1\,254}$.

Élève 2

J'ai trouvé que la longueur du grillage utilisé en fonction de x est $2x + \frac{1\,250}{x}$.

En traçant à la calculatrice la courbe de cette fonction, j'ai vu qu'elle était décroissante avant $x = 25$ et croissante après $x = 25$.

Donc la longueur est minimale pour $x = 25$.

Élève 3

J'ai essayé avec un tableur.

La longueur de grillage est minimale lorsque $x = 25$ et $y = 50$.

	A	B	C
1	x	$y = 1250/x$	$2x + y$
2	20	62,5	102,5
3	21	59,524	101,524
4	22	56,818	100,818
5	23	54,348	100,348
6	24	52,083	100,083
7	25	50	100
8	26	48,077	100,077
9	27	46,296	100,296
10	28	44,643	100,643

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les démarches de chaque élève en mettant en évidence leurs réussites et l'accompagnez que vous pourriez leur proposer pour les aider à progresser.
- 2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *optimisation* au niveau lycée. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

CAPES 2017

Thème : grandeurs et mesures

L'exercice

Un sablier de hauteur totale 12 cm est constitué de deux cônes de révolution identiques.

La diamètre de chaque base est 5 cm.

Au départ, la hauteur du sable est de 3 cm dans le cône du haut.

Le sable s'écoule régulièrement à raison de $1,6 \text{ cm}^3$ par minute.

Dans combien de temps la totalité du sable sera-t-elle passée dans le cône du bas ?

Donner une valeur approchée à la seconde près.



Exercice issu du manuel Transmaths Cycle 4, 2016

Extraits du programme de mathématiques du cycle 4

Extrait 1 : préambule pour le cycle 4

La mise en œuvre du programme doit permettre de développer les six compétences majeures de l'activité mathématique : chercher, modéliser, représenter, raisonner, calculer, communiquer[...].

Pour ce faire, une place importante doit être accordée à la résolution de problèmes, qu'ils soient internes aux mathématiques, ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines. Le programme fournit des outils permettant de modéliser des situations variées sous forme de problèmes mathématisés.

Extrait 2 : grandeurs et mesures**Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées**

Mener des calculs impliquant des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, en conservant les unités.

Vérifier la cohérence des résultats du point de vue des unités.

- ▶ Notion de grandeur produit et de grandeur quotient
- ▶ Formule donnant le volume d'une pyramide, d'un cylindre, d'un cône ou d'une boule.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Indiquez en quoi cet exercice répond aux attentes mentionnées dans les extraits de programme. Vous préciserez les compétences mathématiques qui peuvent être mises en œuvre dans cet exercice.
- 2 – Proposez une correction de cet exercice telle que vous la présenteriez devant une classe de troisième.
- 3 – Proposez trois exercices sur le thème *grandeurs et mesures*. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

CAPES 2017

Thème : conjecture et démonstration

L'exercice

On considère la suite numérique (u_n) définie pour tout entier naturel n par $u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}$ avec $u_0 = 0$.

La suite (u_n) est-elle convergente ?

Les démarches de deux élèves de terminale scientifique

Élève 1

	A	B
1	n	u_n
2	0	0,000
3	1	0,500
4	2	0,667
5	3	0,750
6	4	0,800
7	5	0,833
...	...	...
102	100	0,990
...	...	...
1 002	1 000	0,999

À l'aide d'un tableur, j'ai construit cette feuille de calcul.

Je conjecture que la suite (u_n) est croissante et converge vers 1.

Je montre que la suite est croissante :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{1}{2 - u_n} - u_n = \frac{1 - 2u_n + u_n^2}{2 - u_n}$$

Je ne sais pas comment conclure.

Élève 2

J'ai calculé les premiers termes de la suite :

$$u_0 = 0, u_1 = \frac{1}{2}, u_2 = \frac{2}{3}, u_3 = \frac{3}{4}.$$

J'en déduis que $u_n = \frac{n}{n+1}$ et donc que la suite (u_n) converge vers 1 car $u_{10000} = \frac{10000}{10001} \approx 1$.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs. Précisez l'aide que vous pourriez leur apporter pour mener à bien leur démarche.
- 2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique en ayant recours à l'outil logiciel.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *conjecture et démonstration*, l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée. Vous motiverez vos choix en précisant les objectifs visés par chacun d'eux.

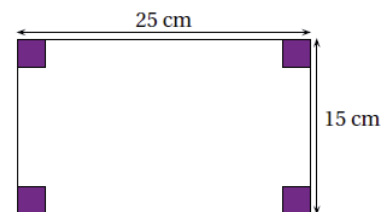
Thème : problèmes conduisant à une modélisation par des fonctions

L'exercice

On dispose d'une feuille rectangulaire cartonnée de 25 cm de long et de 15 cm de large.

Pour former une boîte par pliage, on enlève dans chaque angle un carré de même côté.

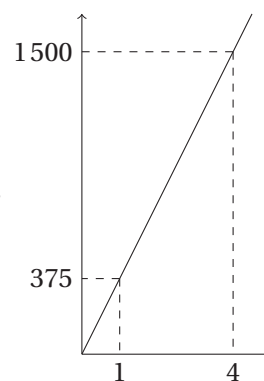
Déterminer une valeur approchée du volume maximum de cette boîte.



Les réponses de trois élèves de seconde

Élève 1

*J'ai posé x le côté du carré et j'ai tracé la courbe $V(x)$ sur le logiciel.
J'ai trouvé qu'il n'y avait pas de volume maximum car la courbe monte de plus en plus quand x augmente.*



Élève 2

Avec le tableur, j'ai calculé le volume pour des valeurs de 0,1 en 0,1. C'est donc pour un carré de 3 cm de côté que le volume est maximal et vaut 513 cm^3 .

	A	B	C	D
1	côté 1	côté 2	côté 3	Volume
28	2,7	9,6	19,6	508,032
29	2,8	9,4	19,4	510,608
30	2,9	9,2	19,2	512,256
31	3	9	19	513
32	3,1	8,8	18,8	512,864
33	3,2	8,6	18,6	511,872

Élève 3

Je pose c le côté du petit carré.

D'après l'énoncé, je sais que quand $c = 0$ et quand $c = 12,5$ le volume vaut 0 donc il y a un maximum pour $c = 6,25$ et je trouve $195,3125 \text{ cm}^3$.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence ses réussites et en indiquant des aides à apporter pour qu'il puisse corriger ses erreurs éventuelles.
- 2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.
- 3 – Proposez deux ou trois exercices sur le thème *problèmes conduisant à une modélisation par des fonctions*. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

CAPES 2017

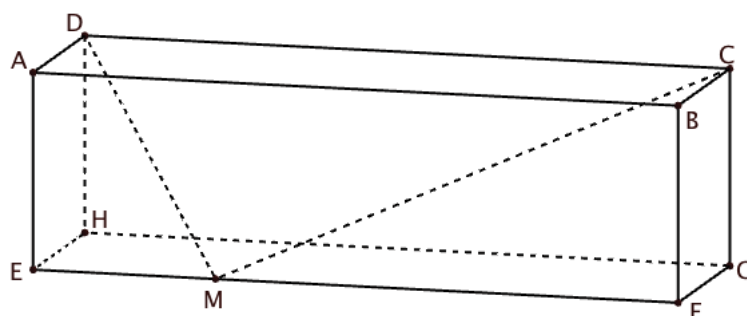
Thème : géométrie dans l'espace

L'exercice

On considère un pavé droit ABCDEFGH tel que : $AB = 10$, $AD = AE = 3$.

Soit M un point du segment [EF].

1. Existe-t-il des positions de M telles que le triangle DMC soit rectangle en M ?
2. Existe-t-il des positions de M telles que le triangle HMG soit rectangle en M ?



Les réponses de deux élèves de terminale STD2A à la question 1

Élève 1

J'ai utilisé un logiciel de géométrie dynamique et j'ai trouvé deux positions pour lesquelles DMC est rectangle en M : lorsque $EM \approx 2,4$ ou $EM \approx 7,6$.

Élève 2

Je vais me placer dans un repère, j'ai choisi $(E; \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EH}, \overrightarrow{EA})$.

$\overrightarrow{DM}$ a pour coordonnées $(x; -1; -1)$.

$\overrightarrow{CM}$ a pour coordonnées $(x-1; -1; -1)$.

Je calcule les longueurs DM et CM.

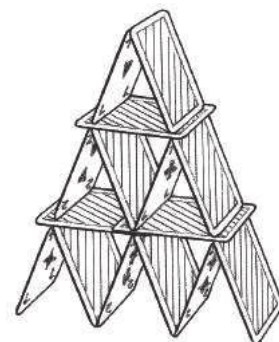
DMC est rectangle en M lorsque $2x^2 - 2x - 95 = 0$.

Cette équation a une seule solution positive $x \approx 7,4$ donc il existe une seule position de M.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites et leurs erreurs éventuelles.
- 2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale STD2A en vous appuyant sur les productions des élèves.
- 3 – Proposez deux ou trois exercices sur le thème *géométrie dans l'espace* dont l'un au moins se situe au niveau collège. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

Thème : problème à prise d'initiative

CAPES 2017
L'exercice

Château de cartes à trois étages.

On se propose de construire un château de cartes selon le modèle ci-contre.

- 1 – Combien de cartes sont utilisées si on construit ainsi dix étages ?
- 2 – Combien d'étages peut-on construire avec 10 000 cartes, et combien restera-t-il de cartes ?

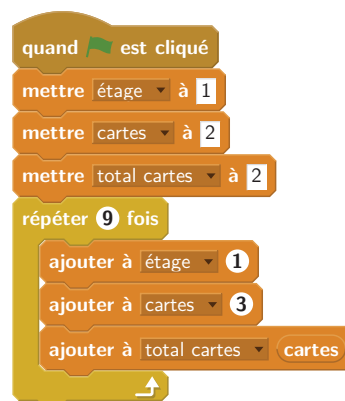
Les réponses de deux élèves

Élève 1 (collège)

1 - À chaque
l'

j'ai trouvé 155 cartes pour dix

2 - En utilisant un programme ressemblant, pour 10 000
cartes, j'ai montré 81 étages et qu'il
restera 118 cartes.



Élève 2 (lycée)

1 - Je note pour n entier naturel, u_n le nombre de cartes utilis $i^{\text{ème}}$ étage.
Comme pour chaque nouvel 3 cartes par rapport
que (u_n) est une suite arithm 3 avec $u_0 = 2$.

$$u_0 + u_1 + \dots + u_{10} = \frac{(2 + 2 + 3 \times 10)}{2} \times 10 = 170, \text{ il faut 170 cartes pour faire dix}$$

2 - Je proc $e u_0 + u_1 + \dots + u_n \leq 10000$.

$$\frac{(2 + 2 + 3 \times n)}{2} \times n \leq 10000$$

$$3n^2 + 4n - 20000 \leq 0.$$

En m'aidant du discriminant, je trouve $n = 80$.

J'ai ainsi utilis $\frac{(2 + 2 + 3 \times n)}{2} \times n = 9760$ cartes. Il en reste donc $10000 - 9760 = 240$.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les démarches de chaque élève en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs, ainsi que l'accompagnement que vous pourriez leur proposer pour les aider à progresser.
- 2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *probl* . Vous motiverez vos choix en précisant les compétences qu'ils permettent de développer chez les élèves.

CAPES 2017

Thème : probabilités

L'exercice

On souhaite savoir si une entreprise exerce une discrimination à l'embauche vis-à-vis du personnel féminin. S'il n'y a pas de discrimination, la proportion de femmes dans cette entreprise doit être représentative de la proportion de femmes dans la population active. On admet que la proportion de femmes dans la population active est 0,5.

1. En utilisant un intervalle de fluctuation au seuil de 95 %, déterminer si on peut affirmer qu'une entreprise comprenant 1 183 femmes sur 2 539 salariés exerce une discrimination à l'égard des femmes.
2. Selon cette méthode, estimer le nombre maximal de femmes en dessous duquel on peut affirmer que l'entreprise exerce une discrimination à l'embauche vis-à-vis du personnel féminin.

Les réponses de deux élèves de seconde à la question 1**Élève 1**

Comme l'échantillon est supérieur à 25, on utilise la formule $\left[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$.

On fait $\left[\frac{1\,183}{2\,539} - \frac{1}{\sqrt{2\,539}}; \frac{1\,183}{2\,539} + \frac{1}{\sqrt{2\,539}} \right] = [0,45; 0,49]$.

Comme 0,5 est supérieur à cet intervalle, l'entreprise exerce une discrimination à l'égard des femmes.

Élève 2

À l'aide d'un tableur, j'ai simulé l'embauche de 2 539 salariés avec la probabilité $p = 0,5$ que la personne recrutée soit une femme.

J'ai compté le nombre de femmes et j'obtiens 1 241 femmes soit une fréquence de 0,49. Si je recalcule la feuille alors parfois la fréquence dépasse 0,5.

Je pense que cela dépend des cas, il faudrait trouver un autre moyen pour savoir.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les réponses de chaque élève en mettant en évidence les compétences mobilisées et les erreurs éventuelles.
- 2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.
- 3 – Proposez trois exercices sur le thème *probabilités*, dont l'un au niveau collège. Vous motiverez vos choix en précisant les compétences qu'ils permettent de développer chez les élèves.

CAPES 2017

Thème : suites

L'exercice

Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) définie par :

$$u_1 = 1 \text{ et } u_{n+1} = \frac{u_n}{\sqrt{u_n^2 + 1}}, \text{ pour tout } n \geq 1.$$

Les réponses de trois élèves de terminale S

Élève 1

Je considère la fonction $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$.

Je calcule la dérivée de la fonction f et j'obtiens $f'(x) = \frac{1}{(x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1}}$.

La fonction f' est clairement positive pour toutes les valeurs de x .

J'en déduis que la fonction f est croissante et, par conséquent, que la suite (u_n) est croissante.

Élève 2

À l'aide de ma calculatrice, j'ai calculé les premiers termes de la suite.

J'ai obtenu $u_2 = 0,71$, $u_3 = 0,58$ et $u_4 = 0,5$.

Je pense donc que la suite (u_n) est décroissante.

$$u_{n+1} - u_n = \frac{u_n}{\sqrt{u_n^2 + 1}} - u_n = \frac{u_n - u_n \times \sqrt{u_n^2 + 1}}{\sqrt{u_n^2 + 1}}, \text{ je n'arrive pas à conclure.}$$

Élève 3

J'ai calculé les premiers termes : $u_1 = 1$, $u_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $u_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ et $u_4 = \frac{1}{\sqrt{4}}$.

On voit que $u_n = \frac{1}{\sqrt{n}}$.

Pour tout entier n non nul, $\sqrt{n} \leq \sqrt{n+1}$ par conséquent $\frac{1}{\sqrt{n+1}} \geq \frac{1}{\sqrt{n}}$.

J'en déduis que la suite (u_n) est décroissante.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – À partir d'une analyse des trois productions d'élèves, précisez une aide à apporter à chacun d'eux pour faire aboutir leur démarche.
- 2 – Présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *suites*, dont l'un fait intervenir un algorithme. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

CAPES 2017

Thème : grandeurs et mesures**L'exercice**

Sur la route des vacances, Audrey a roulé 1 h 30 sur route nationale à une vitesse moyenne de 70 km/h.

Le reste du trajet, effectué sur autoroute à vitesse constante, lui a pris 45 minutes.

À la fin du trajet, le compteur indique que la vitesse moyenne sur l'ensemble du parcours était de 90 km/h.



Audrey a-t-elle respecté la limitation de vitesse sur autoroute, qui était de 130 km/h ?

Les réponses de trois élèves de cycle 4**Élève 1**

Sur autoroute, Audrey a mis deux fois moins de temps, elle est donc allée deux fois plus vite, ce qui fait 140 km/h.

Elle n'a donc pas respecté la limitation de vitesse.

Élève 2

Sur la route nationale, Audrey a parcouru $70 + 35 = 105$ km. Si elle est allée à vitesse maximale sur l'autoroute, elle a parcouru $130 \times 0,45 = 58,5$ km.

En tout cela ferait 163,5 km en 1,75 heures et donc une vitesse supérieure à 90 km/h.

Audrey a donc respecté la limitation de vitesse.

Élève 3

Pour avoir une vitesse moyenne de 90 km/h, il faut avoir une vitesse v sur autoroute telle que :

$$\frac{70 + v}{2} = 90$$

Donc $70 + v = 180$, d'où $v = 110$. Elle a respecté les limitations de vitesse.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les productions de chaque élève en mettant en évidence leurs réussites et leurs éventuelles erreurs, ainsi que l'accompagnement que vous pourriez leur proposer pour les aider à progresser.
- 2 – En vous appuyant sur les productions d'élèves, présentez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de troisième.
- 3 – Proposez trois exercices sur le thème *grandeurs et mesures*. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

Thème : prise d'initiative

L'exercice

Kaprekar est un mathématicien indien contemporain (1905-1986) bien connu pour son habileté en calcul.

Il aimait proposer le jeu suivant :

« Pense à un nombre à trois chiffres, tous différents. Écris le nombre le plus grand que tu peux former avec ces trois chiffres, puis soustrais-lui le nombre le plus petit que tu peux obtenir. Recommence avec le nombre obtenu. Fais cette opération cinq fois. En attendant, j'écris sur un papier le résultat que tu vas trouver. »
Qu'en pensez-vous ?

Source TraAM, académie de Créteil

Les réponses de trois groupes d'élèves

Groupe 1

Nous avons essayé
tous les cas avec un
algorithme.

Nous trouvons
presque toujours 495,
mais des fois on
obtient 0.

pour N variant de 1 à 999 **faire**

pour k variant de 1 à 5 **faire**

a prend la valeur partie entière de $N/100$

b prend la valeur partie entière de $(N - a \times 100)/10$

c prend la valeur $N - 100 \times a - 10 \times b$

d prend la valeur $\max(a, b, c)$

f prend la valeur $\min(a, b, c)$

e prend la valeur $a + b + c - d - f$

N prend la valeur $d \times 100 + e \times 10 + f - f \times 100 - e \times 10 - d$

fin

Afficher N

fin

Groupe 2

Avec 471, 471	$741 - 147 = $ 594	$954 - 459 = $ 495	$954 - 459 = $ 495	$954 - 459 = $ 495
Avec 691, 691	$961 - 169 = $ 792	$972 - 279 = $ 693	$963 - 369 = $ 594	$954 - 459 = $ 495
Avec 879, 879	$987 - 789 = $ 198	$981 - 189 = $ 792	$972 - 279 = $ 693	$963 - 369 = $ 594

On a essayé avec d'autres nombres et on retrouve les nombres 792, 693, 594 et 495.

On a remarqué que pour passer de l'un à l'autre, il faut soustraire 99.

Groupe 3

Si on appelle c le chiffre des centaines, d celui des dizaines et u celui des unités, on a :

$$100 \times c + 10 \times d + u - 100 \times u - 10 \times d - c = 99 \times c - 99 \times u = 99 \times (c - u).$$

Comme c et u sont des chiffres, on ne peut obtenir que 8 résultats.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les productions de chaque groupe en mettant en évidence leurs réussites et leurs erreurs éventuelles, ainsi que l'accompagnement que vous pourriez leur proposer pour les aider à progresser.
- 2 – Présentez la correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *prise d'initiative*. Vous motiverez vos choix en indiquant les compétences que vous cherchez à développer chez les élèves.

CAPES 2017

Thème : prise d'initiative**L'exercice**

On se place dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et on considère la parabole $\mathcal{P}$ d'équation $y = x^2 + x + 1$ ainsi que la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = -3x + p$, où p est un paramètre réel.

Existe-t-il des valeurs de p pour lesquelles $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$ admettent des points d'intersection à coordonnées entières ? Si oui, déterminer toutes les valeurs de p qui conviennent.

Les réponses de deux élèves de première scientifique**Élève 1**

Avec un logiciel de géométrie dynamique, j'ai tracé la parabole $\mathcal{P}$ et différentes droites $\mathcal{D}$ en prenant différentes valeurs pour p .

Ensuite, j'ai demandé les points d'intersection.

Je trouve que p peut prendre les valeurs : $-3 ; -2 ; 1 ; 6 ; 13 ; 22 \dots$

En fait, pour trouver les p , il faut rajouter les nombres impairs.

Élève 2

On choisit un entier a et on considère le point de $\mathcal{P}$ d'abscisse a .

Ensuite, on cherche la valeur de p pour que la droite $\mathcal{D}$ passe par ce point.

On a alors : $a^2 + a + 1 = -3a + p$ et donc $p = a^2 + 4a + 1$.

Il existe donc une infinité de valeurs de p qui marchent.

Le travail à exposer devant le jury

- 1 – Analysez les productions de ces deux élèves en mettant en évidence leurs réussites et en mentionnant les conseils que vous pourriez leur apporter.
- 2 – Présentez une correction de cet exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de première scientifique.
- 3 – Proposez deux exercices sur le thème *prise d'initiative*, l'un au niveau collège, l'autre au niveau lycée. Vous motiverez vos choix en précisant les objectifs visés par chacun d'eux.