Ministère de l'Éducation nationale, de la Jeunesse et des Sports

Session 2021

PE2-21-G2
Repère à reporter sur la copie

CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ÉCOLES

Mardi 13 avril 2021

Deuxième épreuve d'admissibilité

Mathématiques	**Durée : 4 heures** **Épreuve notée sur 40**

Rappel de la notation :

- première partie : **13 points**
- deuxième partie : **13 points**
- troisième partie : **14 points**

5 points au maximum pourront être retirés pour tenir compte de la correction syntaxique et de la qualité écrite de la production du candidat.

Une note **globale égale ou inférieure à 10 est éliminatoire**.

Ce sujet contient 11 pages, numérotées de 1 à 11. Assurez-vous que cet exemplaire est complet.
S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de la calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.

L'usage de tout autre matériel électronique, de tout ouvrage de référence et de tout document est rigoureusement interdit.

N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc.
Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

PREMIÈRE PARTIE (13 points)

Romain et Aya souhaitent étudier quelques caractéristiques d'un terrain de rugby.

PARTIE A

La zone de jeu est un rectangle d'une longueur de 100 m et d'une largeur de 68 m.

1. Calculer l'aire de la zone de jeu.

2. Calculer la longueur de la diagonale de la zone de jeu. Donner la valeur exacte et vérifier qu'elle mesure environ 121 m.

3. Aya parcourt la diagonale de la zone de jeu en 18 secondes. Calculer sa vitesse moyenne en m/s, donner l'arrondi au centième.

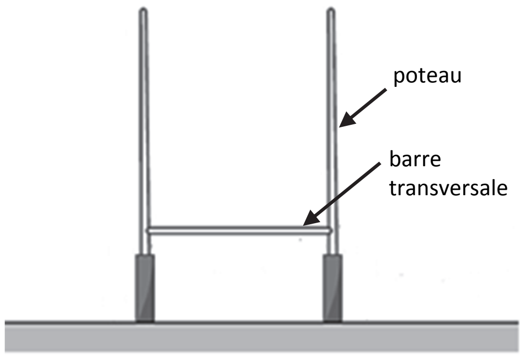
4. Court-elle à une vitesse moyenne supérieure à 30 km/h ? Justifier.

5. La championne Elaine Thompson parcourt 100 m en 10,93 s.

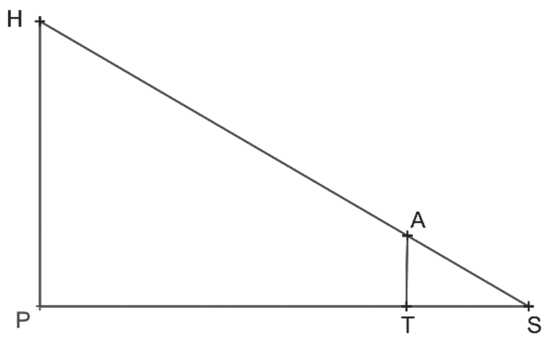
En courant avec la même vitesse moyenne, combien de temps, en seconde, aurait mis Elaine Thompson pour parcourir la même diagonale ? Arrondir au dixième.

PARTIE B

Aya souhaiterait connaitre la hauteur des poteaux de but représentés ci-contre.



Pour ce faire, elle se place en un point T, de telle sorte que l'extrémité S de son ombre [TS] coïncide avec celle de l'ombre [PS] d'un des poteaux. Elle trace le schéma ci-dessous à main levée.



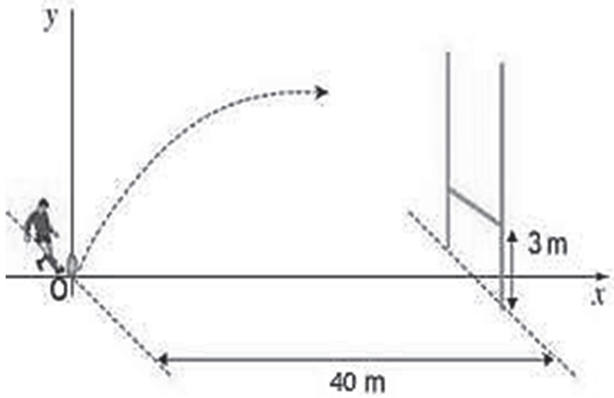
- Aya, représentée par le segment [AT], mesure 1,74 m ; on a AT = 1,74 m.
- Aya est placée à 9,51 m du poteau représenté par le segment [PH] ; on a PT = 9,51 m.
- L'ombre d'Aya mesure 2,78 m ; on a TS = 2,78 m.
- L'ombre du poteau est représentée par le segment [PS].
- On considère que les poteaux et Aya sont orthogonaux au sol.

Déterminer la hauteur HP du poteau. Arrondir le résultat au dixième de mètre.

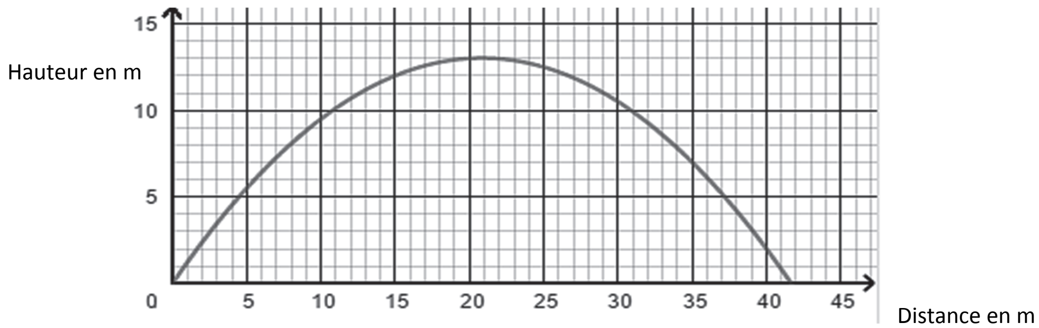
PARTIE C

Romain veut frapper du pied dans le ballon pour le faire passer au-dessus de la barre transversale et entre les poteaux de but. On suppose que le ballon se déplace dans un plan orthogonal au plan du but.

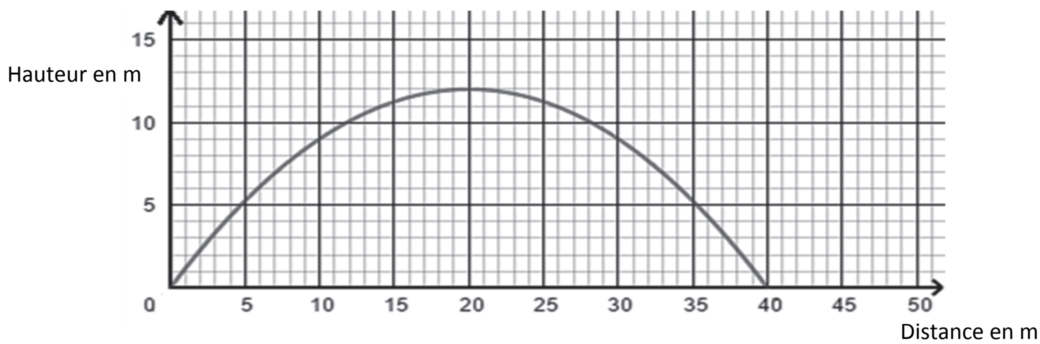
1. Au moment du coup de pied, le ballon se trouve au sol, au point O, face aux poteaux à une distance de 40 m de la ligne de but.
Romain tape trois coups de pied différents illustrés par les trajectoires de ballon données ci-dessous.
Le ballon se déplace dans un plan orthogonal au plan des buts.



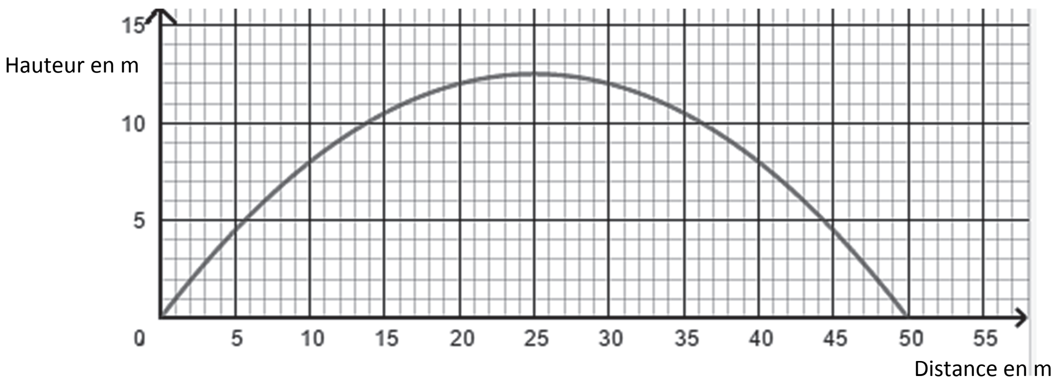
COUP DE PIED A



COUP DE PIED B

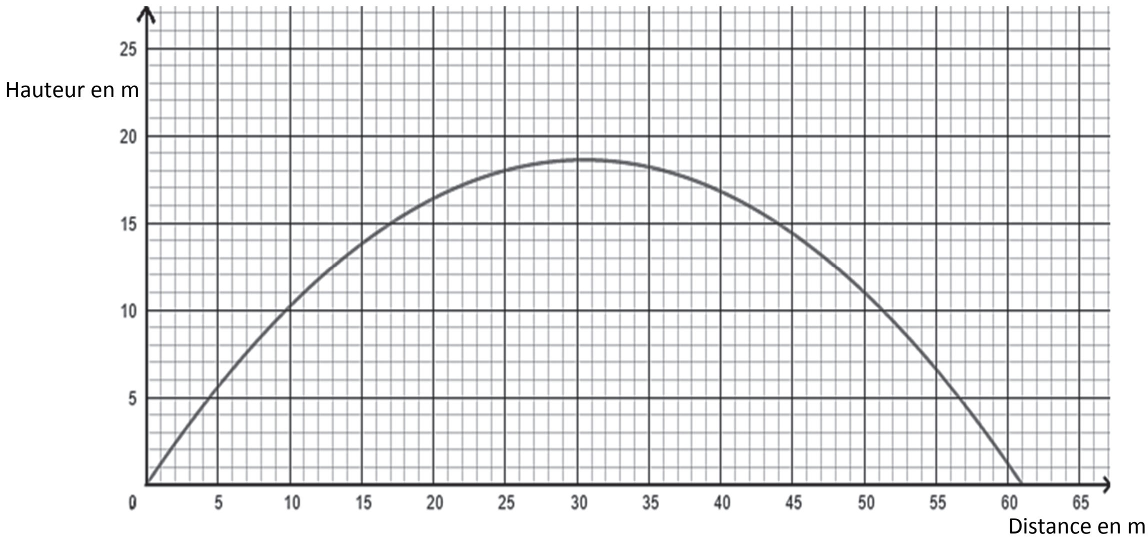


COUP DE PIED C



Quel(s) coup(s) de pied permet(tent) à Romain de faire passer le ballon au-dessus de la barre transversale ? Justifier.

2. Romain se trouve maintenant à une distance de 55 m face au but.
Il tente un coup de pied illustré par la trajectoire de ballon donnée ci-dessous.



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique :

a. Romain a-t-il réussi à faire passer le ballon au-dessus de la barre transversale ? Justifier.

b. À quelle hauteur maximale le ballon s'est-il élevé ?

c. À quelle distance, derrière la ligne de but, le ballon est-il retombé à terre ? Justifier.

Pour la suite du problème, on admet que le ballon suit la trajectoire donnée par la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = -0{,}02x^2 + 1{,}22x$ où $f(x)$ représente la hauteur du ballon en mètre pour une longueur au sol x en mètre.

3. Romain étudie cette fonction f grâce à une feuille de calcul d'un tableur ; voici un extrait du travail obtenu :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	x	1	4	12	20	25	38	40	45	55
2	$f(x)$	1,2	4,56	11,76	16,4		17,48	16,8	14,4	6,6

a. Quelle formule a-t-il entrée dans la cellule B2 puis étirée pour compléter ce tableau ?

b. Quelle valeur devrait-il obtenir dans la cellule F2 ? Justifier.

c. Quelle cellule permet de confirmer que le ballon est bien passé au-dessus de la barre transversale ? Justifier.

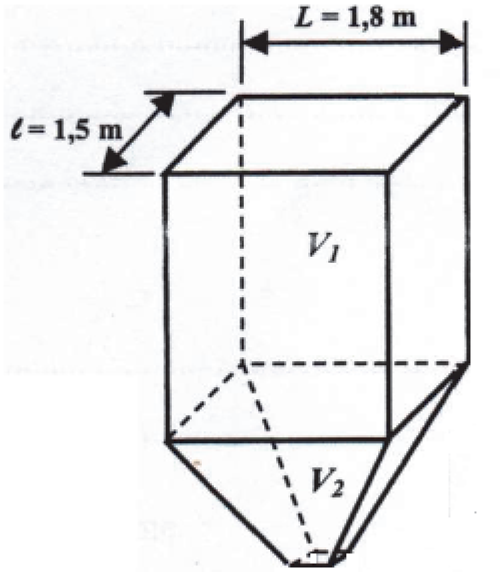
4. Utiliser l'expression algébrique de la fonction f pour déterminer à quelle distance derrière la ligne de but le ballon est retombé à terre.

DEUXIÈME PARTIE (13 points)

Cette partie est composée de quatre exercices indépendants.

EXERCICE 1

La figure ci-dessous représente une vue en perspective d'un silo de stockage.



Le silo est composé de deux parties :
- la partie supérieure est un parallélépipède rectangle de volume V_1 ;
- la partie inférieure est une pyramide tronquée d'une hauteur de 1,2 m et de volume $V_2 = 2\ m^3$.

1. Sachant que le volume total V_T du silo est de 12,26 m^3, calculer la hauteur du parallélépipède rectangle.

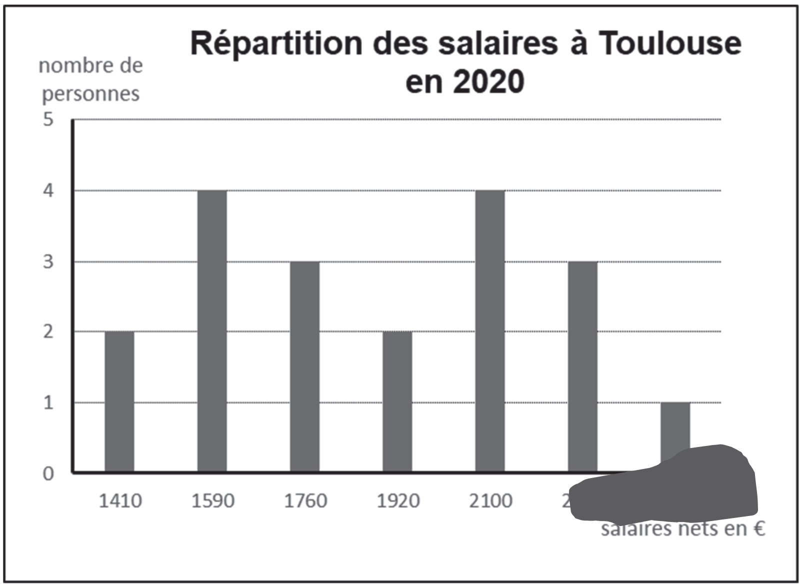
2. En déduire la hauteur totale du silo.

3. Pour un même volume et une même hauteur, quel serait le diamètre d'un silo cylindrique ? Arrondir au dixième de m.
On rappelle que le volume d'un cylindre dont l'aire de la base est B et de hauteur h est égal à B×h.

EXERCICE 2

La cheffe d'une entreprise a commandé à son gestionnaire une étude sur les salaires de ses employés pour l'année 2020.
L'entreprise est installée sur deux sites :
- le site de Toulouse où travaillent 19 employés ;
- le site de Montauban où travaillent 12 employés.

La répartition des salaires nets des employés du site de Toulouse est représentée par le diagramme en barres ci-dessous, les salaires étant rangés dans l'ordre croissant.
Une tasse de café est renversée sur le document réalisé par le gestionnaire et une tache vient masquer certaines informations concernant le site de Toulouse.



Informations sur les salaires à Montauban en 2020 :

Salaire moyen : 1520 €
12 employés
Salaire maximum : 2300 €
Salaire minimum : 1410 €

1. La cheffe d'entreprise affirme que plus de 40 % des personnes travaillant à Toulouse gagnent plus de 2000 €. Est-ce vrai ? Justifier la réponse.

2. Sur le site de Toulouse, l'étendue des salaires est égale à 1890 € et le salaire moyen est de 1935 €.
- **a.** Déterminer la valeur du plus haut salaire de Toulouse.
- **b.** Déterminer la valeur des salaires correspondant à l'avant-dernière barre du graphique présentant la répartition des salaires à Toulouse en 2020.

3. Déterminer le salaire médian des employés de Toulouse.

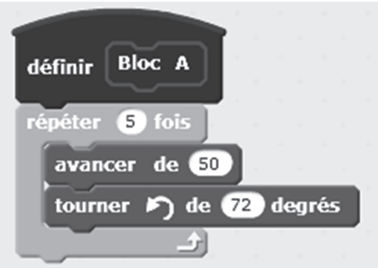
4. Calculer le salaire moyen en 2020 de l'ensemble du personnel de cette entreprise. Arrondir à l'unité.

5. En 2021, la cheffe d'entreprise souhaiterait octroyer une augmentation de 10 % à tous les employés travaillant à Montauban.
- **a.** Quel sera alors le montant du salaire minimum à Montauban en 2021 ?
- **b.** De quel pourcentage aurait-il fallu augmenter les salaires de Montauban pour que le salaire moyen soit le même sur les deux sites ? Justifier. On donnera le résultat arrondi au dixième d'unité de pourcentage.

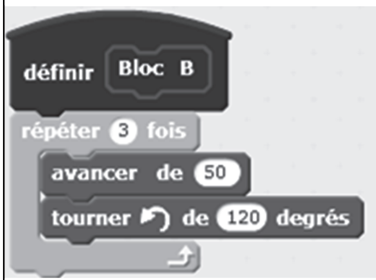
EXERCICE 3

On veut réaliser des dessins constitués de la répétition de motifs décrits dans les blocs de programme suivants.

Bloc A



Bloc B



Bloc C

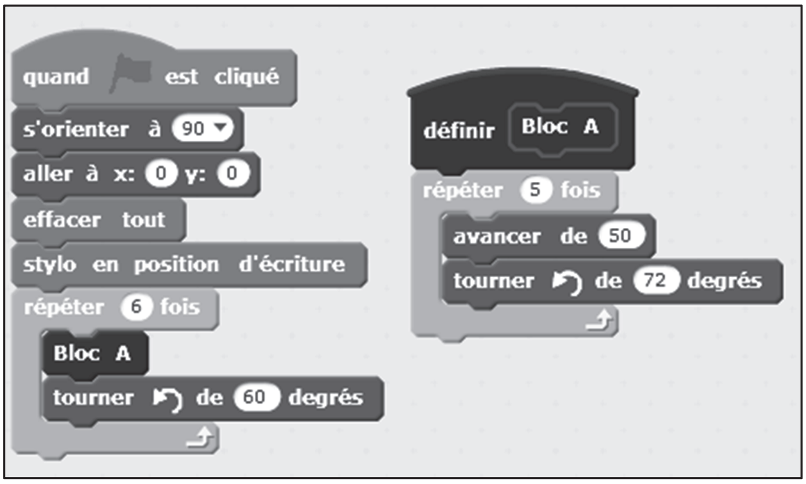
1. Ces blocs ont permis de construire les trois figures ci-dessous.

Dessin n° 1	Dessin n° 2	Dessin n° 3
		

Pour chacun des blocs A, B et C, donner le numéro de la figure correspondant.

2. Recopier et modifier le bloc A pour obtenir un hexagone régulier dont les côtés mesurent 50 pixels.

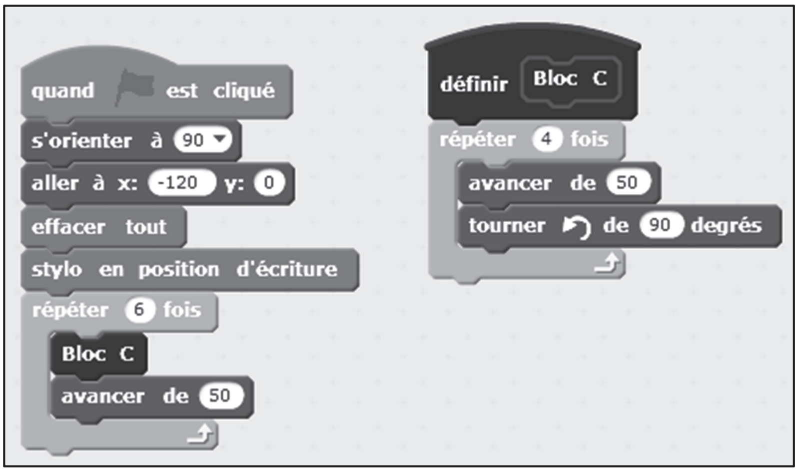
3. Pour réaliser une figure plus complexe, on utilise le programme ci-dessous où le « Bloc A » représente un motif.



a. Quelle transformation géométrique permet de passer d'un motif au suivant ? Préciser les éléments caractéristiques.

b. Combien de motifs « Bloc A » composent cette figure ?

4. On entre le script donné ci-dessous.



Dessiner la figure obtenue en choisissant comme échelle 1 cm pour 20 pixels.

EXERCICE 4

Pour chacune des affirmations suivantes indiquer, en le justifiant, si elle est vraie ou fausse.
Une réponse correcte sans justification ne rapporte aucun point.

1. On lance trois fois une pièce non truquée. On obtient trois fois pile.
Affirmation 1 : « La probabilité d'obtenir face au quatrième lancer est 0,5. »

2. On dispose de deux urnes. Dans chacune d'entre elles, il y a trois boules rouges et une boule verte ; ces boules sont indiscernables au toucher. On tire une boule dans une urne et une boule dans une autre.
Affirmation 2 : « La probabilité d'obtenir deux boules vertes est $\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$ soit $\frac{1}{2}$. »

3. On lance deux dés équilibrés à six faces numérotées de 1 à 6 et on fait la somme des nombres obtenus sur les faces supérieures.
Affirmation 3 : « La probabilité d'obtenir 3 est égale à celle d'obtenir 2. »

TROISIÈME PARTIE (14 points)

Cette partie est constituée de trois situations indépendantes.

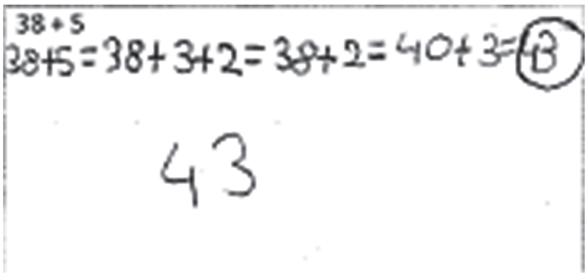
SITUATION 1

Une professeure de CE1 demande à ses élèves d'effectuer les calculs suivants sans poser les opérations.

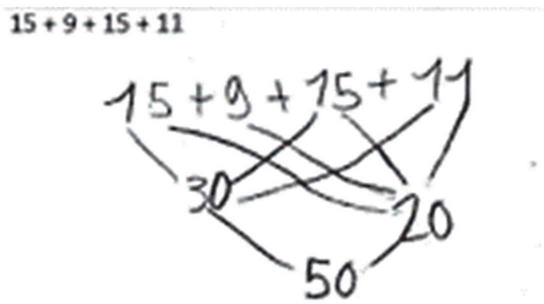
38 + 5 15 + 9 + 15 + 11 32 + 49

Voici les productions de 3 élèves relevées par la professeure :

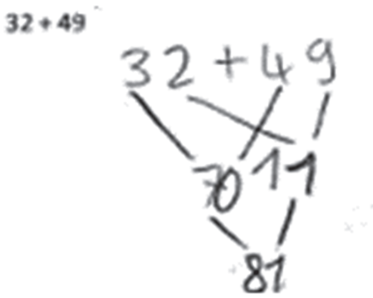
Élève 1



Élève 2



Élève 3



1. Analyser chacune des procédures mises en œuvre par les élèves 1, 2 et 3 en mettant en avant les connaissances qu'elles nécessitent.
2. Proposer deux autres procédures que la professeure pourrait enseigner aux élèves pour calculer 32 + 49.

SITUATION 2

Un enseignant de CM2 propose les exercices suivants.

Enoncé 2	Résultat	Comment as-tu fait ?
Un robot parcourt 50 cm en 14 pas. Quelle distance parcourt-il en 7 pas ?	25 cm	14 ÷ 2 = 7 donc 50 ÷ 2 = 25
Quelle distance parcourt-il en 21 pas ?	75 cm	le résultat de 7 pas et de 14 pas ~~se~~ égale 21 donc on rajoute 25+50 = 75

1. Quelle est la principale notion travaillée dans cet exercice ?

2. Analyser la réponse de l'élève à la première question en précisant la propriété mathématique utilisée.

3. Analyser la réponse de l'élève à la seconde question en précisant la propriété mathématique utilisée.

4. Proposer une autre procédure que les élèves de CM2 pourraient utiliser pour répondre à cette seconde question, en précisant la propriété mathématique utilisée.

5. Un enseignant de CM2 propose l'énoncé suivant :

Un robot parcourt 75 cm en 5 pas. Quelle distance parcourt-il en 3 pas ?

   a. Justifier le choix des nombres de cet énoncé et la procédure que l'enseignant souhaite ainsi encourager.
   b. L'enseignant souhaite que cet exercice serve de référence pour la classe. Il envisage de rédiger la correction qui sera affichée dans la classe. Faire une proposition du contenu de cette affiche.

SITUATION 3

Un enseignant de CM2 travaille avec ses élèves sur la comparaison des nombres décimaux. Ces derniers doivent entourer le nombre qu'ils estiment le plus grand en justifiant leur choix.

1. Voici les réponses de Rose et Ethan concernant la comparaison de 3,12 et 5,2.

Ethan	3,12	5,2	car si tu mais des ZERO c'est le PPus GRand.
Rose	3,12	5,2	5,2 et plus grand que 3,12 car 5 et plus grand que 3

a. Analyser la procédure utilisée par Ethan.
b. En quoi un travail de remédiation utilisant la droite graduée pourrait permettre à Ethan de s'approprier une procédure plus efficace ?
c. Analyser la procédure utilisée par Rose.
d. Proposer deux autres paires de nombres permettant de vérifier que Rose maitrise la compétence « comparer deux nombres décimaux ».

2. Voici les réponses de Louisa, Nolan et Loane concernant la comparaison de 13,01 et 13,001.

Louisa	13,01	13,001	J'ai entouré 13,001 car les millième sont plus grand que les centième.
Nolan	13,01	13,001	il y à deux 0 de plus avant le 1
Loane	13,01	13,001	13,01 est le plus grand car le chiffre des centième est plus grand.

a. En s'appuyant sur la justification donnée, analyser l'erreur de Louisa.
b. En s'appuyant sur la justification donnée, analyser l'erreur de Nolan.
c. L'enseignant souhaite aider Loane à reformuler son explication. Proposer une reformulation attendue.

3. Donner deux représentations erronées que peut avoir un élève de CM2 pour la comparaison des nombres décimaux.