

SESSION 2022

CRPE Externe Créteil - Versailles

Concours de recrutement de professeurs des écoles

Deuxième épreuve écrite

Mathématiques

L'épreuve est constituée d'un ensemble d'au moins trois exercices indépendants, permettant de vérifier les connaissances du candidat.

Durée : 3 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé dans les conditions relevant de la circulaire du 17 juin 2021 BOEN du 29 juillet 2021.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique (y compris les montres connectées) est rigoureusement interdit.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.

Tournez la page S.V.P

Ce sujet est composé de quatre exercices indépendants.

EXERCICE 1

Une enseignante construit pour ses élèves un jeu de 80 cartes, avec 20 cartes de chacune des quatre couleurs : rouge, bleu, jaune et vert. Pour chaque couleur, les cartes sont numérotées de 0 à 9 et chaque numéro apparaît sur deux cartes. L'enseignante donne une carte du jeu au hasard à Déborah.

1. Quelle est la probabilité :
 - a. que la carte de Déborah soit bleue ?
 - b. que la carte de Déborah porte le numéro 2 ?
 - c. que la carte de Déborah soit bleue et porte le numéro 2 ?
 - d. que la carte de Déborah soit bleue ou porte le numéro 2 ?

2. L'enseignante décide d'ajouter des cartes *Joker* à son jeu. Combien doit-elle ajouter de cartes *Joker* pour que la probabilité que Déborah reçoive une carte *Joker* soit de $\frac{1}{6}$?

EXERCICE 2

Partie A

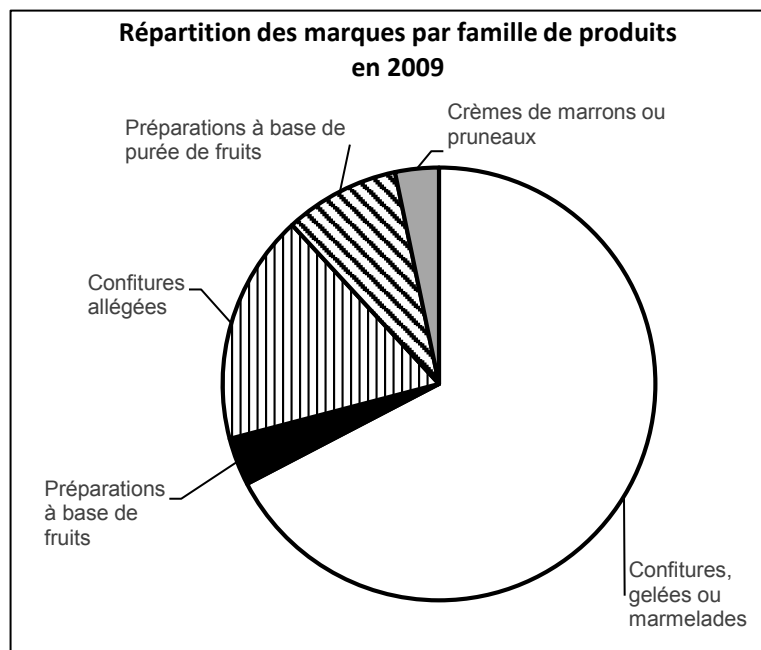
Une enquête réalisée dans le secteur des confitures (ensemble des produits de type confitures à base de fruits) a permis d'étudier l'évolution de l'offre entre 2009 et 2017.

Le tableau ci-dessous présente la répartition par année des différentes familles de produits. Les effectifs indiqués correspondent au nombre de marques. Par exemple, en 2009, il y avait sur le marché 227 marques différentes proposant des produits du type « confitures, gelées ou marmelades ».

FAMILLES DE PRODUITS	2009	2017
Confitures, gelées ou marmelades	227	452
Préparations à base de fruits	12	103
Confitures, gelées ou marmelades allégées	58	121
Préparations à base de purée de fruits	29	73
Crèmes de marrons ou pruneaux	11	32
TOTAL	337	781

Source : https://www.oqali.fr/content/download/3607/34342/version/1/file/OQALI_2019_Rapport_evolution_Confitures.pdf

- On sait qu'entre 2009 et 2010 le nombre de marques de la famille « **Confitures, gelées ou marmelades allégées** » a augmenté de 58,6 %. Calculer le nombre de marques dans cette catégorie en 2010 ; on arrondira à l'entier.
 - On sait qu'entre 2010 et 2017 le nombre de marques de la famille « **Confitures, gelées ou marmelades** » a augmenté de 52,7 %. Quel était le nombre de marques dans cette catégorie en 2010 ? On arrondira le résultat à l'entier.
- Calculer l'augmentation, en pourcentage, du nombre de marques des « **Crèmes de marrons ou pruneaux** » entre 2009 et 2017. On donnera le résultat arrondi au dixième d'unité de pourcentage.
- Le diagramme circulaire ci-dessous représente la répartition des marques par familles de produits en 2009. Calculer la mesure, au degré près, de l'angle correspondant aux « **Confitures, gelées ou marmelades** ».



Partie B

Un micro-entrepreneur se lance dans la fabrication artisanale de confitures de fruits. On appelle **préparation** le mélange avant cuisson de fruits et de sucre ajouté. La masse des autres ingrédients pouvant intervenir dans la recette sera négligée.

1. Il souhaite choisir une recette dont la préparation a une proportion de sucre ajouté comprise entre 20 % et 30 % pour obtenir une consistance satisfaisante après cuisson.

Préparation 1 : 240 g de sucre ajouté pour 1 kg de fruits.

Préparation 2 : $\frac{3}{4}$ de fruits et $\frac{1}{4}$ de sucre ajouté.

Préparation 3 : 330 g de sucre ajouté pour 1,5 kg de préparation

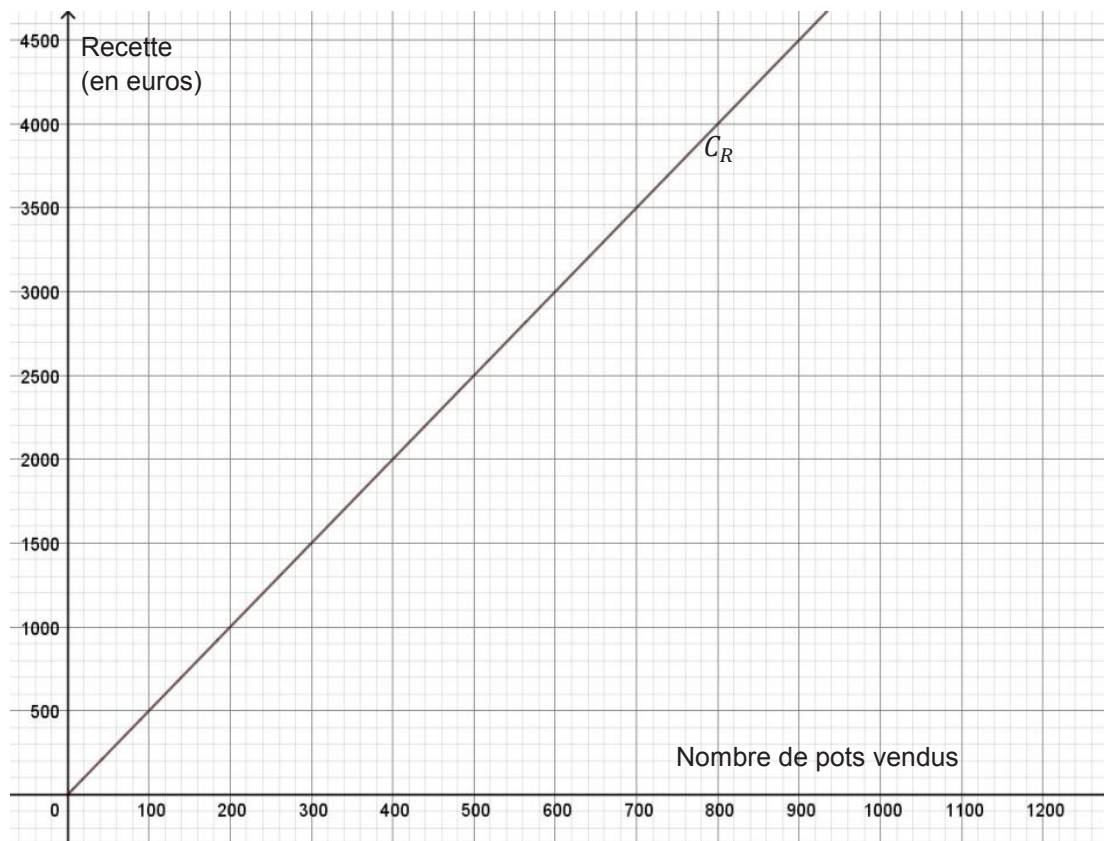
Parmi ces trois préparations, laquelle ou lesquelles peut-il choisir pour respecter son choix ? Justifier.

2. Le micro-entrepreneur choisit la préparation 2.
 - a. Pour 1 kg de fruits quelle masse de sucre, arrondie au gramme, devra-t-il ajouter ?
 - b. Il doit indiquer sur les étiquettes des pots de confitures : « *préparé avec ... g de fruits pour 100 g de produit fini* », le produit fini étant la confiture après cuisson. Le micro-entrepreneur estime que 100 g de préparation donneront 83 g de produit fini. Que devra-t-il inscrire sur son étiquette ? Justifier. On arrondira la masse au gramme.
 - c. Pour connaître la proportion exacte de sucre avant cuisson, il faut tenir compte aussi du sucre naturellement présent dans les fruits. En considérant que les fruits utilisés contiennent naturellement 10 % de sucre, montrer qu'avec la recette retenue, le pourcentage de sucre dans la préparation est égal à 32,5 %.

Partie C

Le micro-entrepreneur s'intéresse dans cette partie à la rentabilité de son entreprise.

1. La courbe ci-dessous est la représentation graphique C_R de la fonction R qui modélise la recette obtenue (en euros) en fonction du nombre de pots vendus.



- a. Quelle est la nature de cette fonction ? Justifier.
 - b. En utilisant le graphique, estimer le prix auquel le micro-entrepreneur a décidé de vendre un pot de confiture.
2. On considère que tous les pots fabriqués sont vendus.
Les coûts de fabrication sont estimés par le micro-entrepreneur à 3,25 € par pot de confiture, auxquels s'ajoute une charge fixe mensuelle de 500 €. On note x le nombre de pots vendus et $F(x)$ le coût mensuel de production (intégrant les coûts de fabrication et les charges fixes) en fonction de x .
 - a. Exprimer $F(x)$ en fonction de x .
 - b. Reproduire sur la copie la courbe C_R et représenter graphiquement dans le même repère la fonction F .
 - c. Par lecture graphique, estimer le nombre de pots vendus à partir duquel le micro-entrepreneur dégage un bénéfice.
 - d. Trouver le résultat exact par un calcul.

Partie D

On rappelle la formule suivante :

Volume d'un prisme ou d'un cylindre : $V = B \times h$,
où B désigne l'aire de la base du prisme ou du cylindre et h sa hauteur.

Les confitures produites sont conditionnées dans des pots. Les pots sont remplis au maximum à 90 % de leur volume.

1. Le pot n° 1 est un cylindre, de hauteur 8 cm et de diamètre 7 cm.
 - a. Déterminer le volume du pot n° 1, en centimètre cube, arrondi à l'entier.
 - b. Quel volume maximum de confiture, en centimètre cube, arrondi à l'entier, peut-il contenir ?

2. Le pot n° 2 est un prisme (figure A) dont la base (figure B) est un hexagone régulier de centre O . Sa hauteur est de 8 cm et les côtés de l'hexagone régulier mesurent 4 cm.

Figure A : pot n° 2

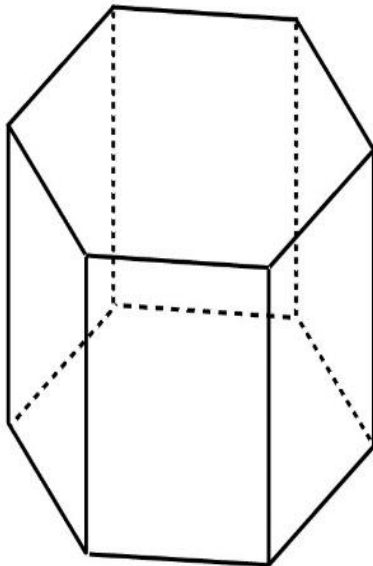
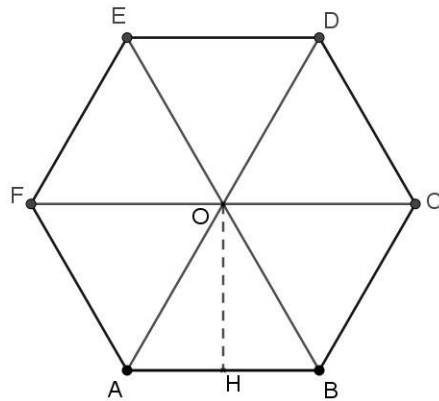


Figure B : base du pot



On admet que les six triangles OAB , OBC , OCD , ODE , OEF et OFA sont des triangles équilatéraux. On admet également que l'aire d'un triangle équilatéral ayant des côtés de longueur x est $\frac{\sqrt{3}}{4} x^2$.

- a. Montrer que l'aire de l'hexagone $ABCDEF$ est égale à $24\sqrt{3}$ cm².
- b. En déduire le volume du pot n° 2, en centimètre cube, arrondi à l'entier.
- c. Quel volume maximum de confiture, en centimètre cube, arrondi à l'entier, peut-il contenir ?

EXERCICE 3

Le problème suivant est proposé en classe de cycle 3 :

Vincent achète 24 cartes à jouer pour compléter sa collection. Certaines coûtent 1,25 € pièce et d'autres le double. Sa dépense totale s'élève à 48,75 €. Combien de cartes de chaque type a-t-il achetées ?

1. Un enseignant souhaite utiliser un tableur pour effectuer les calculs. Il propose la feuille de calcul suivante :

	A	B	C	D	E
1					
2	Nombre de cartes à 1,25 €	Coût des cartes à 1,25 €	Nombre de cartes à 2,50 €	Coût des cartes à 2,50 €	Somme totale dépensée (€)
3	0	0,00	24	60,00	60,00
4	1	1,25	23	57,50	58,75
5	2	2,50	22	55,00	57,50
6	3	3,75	21	52,50	56,25
7	4	5,00	20	50,00	55,00
8	5	6,25	19	47,50	53,75
9	6	7,50	18	45,00	52,50
10	7	8,75	17	42,50	51,25
11	8	10,00	16	40,00	50,00
12	9	11,25	15	37,50	48,75
13	10	12,50	14	35,00	47,50
14	11	13,75	13	32,50	46,25
15	12	15,00	12	30,00	45,00
16	13				
17	14	17,50	10	25,00	42,50
18	15	18,75	9	22,50	41,25
19	16	20,00	8	20,00	40,00
20	17	21,25	7	17,50	38,75
21	18	22,50	6	15,00	37,50
22	19	23,75	5	12,50	36,25
23	20	25,00	4	10,00	35,00
24	21	26,25	3	7,50	33,75
25	22	27,50	2	5,00	32,50
26	23	28,75	1	2,50	31,25
27	24	30,00	0	0,00	30,00

- a. En observant la feuille de calcul ci-dessus, donner la solution du problème.
b. Recopier et compléter la ligne 16 de la feuille de calcul.
c. Quelles formules ont pu être écrites dans les cellules B3, C3, D3 et E3, pour être ensuite recopiées dans les autres lignes ?
2. Une élève de CM2 propose la résolution suivante :

$$24 \times 2,50 \text{ €} = 60 \text{ €}$$
$$60 \text{ €} - 48,75 \text{ €} = 11,25 \text{ €}$$
$$1 \text{ carte à } 2,50 \text{ €} = 2 \text{ cartes à } 1,25 \text{ €}$$
$$11,25 \div 1,25 = 9$$
$$24 - 9 = 15$$

Vincent achète donc 9 cartes à 1,25 € et 15 cartes à 2,50 €.

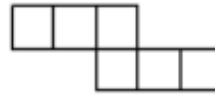
Expliquer le raisonnement de cette élève.

3. Répondre au problème en résolvant un système de deux équations à deux inconnues, en notant x le nombre de cartes à 1,25 euros et y le nombre de cartes à 2,50 euros.

EXERCICE 4

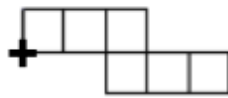
Une enseignante travaille la notion de patron de solides avec ses élèves. Elle souhaite leur faire construire des dés cubiques, de 3 cm de côté.

1. Un élève propose d'utiliser ce patron du cube :



À l'aide du logiciel *Scratch*, on souhaite écrire un algorithme permettant de construire ce patron. Le *Lutin* est initialement orienté vers la droite et 1 pas de *Lutin* mesurera 0,05 cm.

- a. Recopier et compléter, avec les trois nombres manquants, le bloc « carré » ci-contre, permettant de construire le premier carré de gauche, en partant du sommet inférieur gauche.

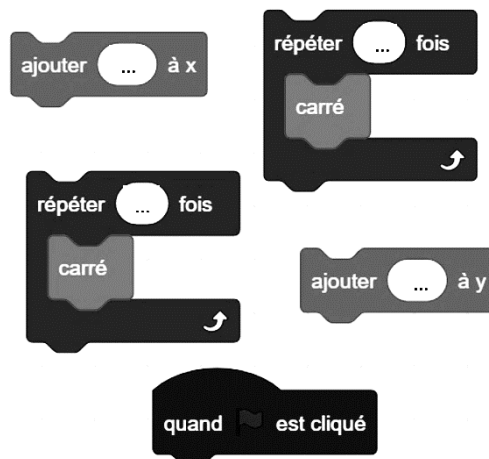


Position initiale du lutin



- b. Reproduire le patron et indiquer la position du stylo, à la fin de ce bloc « carré ».

- c. Le bloc « carré » étant défini, ordonner, recopier et compléter les instructions ci-contre pour que l'algorithme permette de construire ce patron de cube.



2. L'algorithme ci-contre permet de représenter un nouveau patron de cube. Dessiner ce patron à main levée.



Deuxième épreuve écrite du CRPE Supplémentaire

Épreuve écrite disciplinaire de mathématiques

Concours Externe - Créteil

	Code concours	épreuve	matière
Public	EXT CRE PU	102	9418

Concours Externe - Versailles

	Code concours	épreuve	matière
Public	EXT VER PU	102	9418

Information aux candidats : les codes doivent être reportés sur les rubriques figurant en en-tête de chacune des copies que vous remettrez.

