Secrétariat Général

Direction générale des ressources humaines

Sous-direction du recrutement

MINISTÈRE
DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Concours du second degré – Rapport de jury

Session 2012

CAPES Externe de MATHÉMATIQUES

Rapport présenté par M. Xavier SORBE, président du jury

Conseil aux futurs candidats

Il est recommandé aux candidats de s'informer sur les modalités du concours.

Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'éducation nationale (système d'information et d'aide aux concours du second degré) :

http://www.education.gouv.fr/pid63/siac2.html

Le jury du CAPES externe de Mathématiques met à disposition des candidats et des formateurs un site spécifique :

http://capes-math.org

Les épreuves écrites de la session 2012 se sont déroulées les 17 et 18 novembre 2011.

Les épreuves orales se sont tenues du 23 juin au 9 juillet 2012,
dans les locaux du lycée Jean Lurçat, Paris 13e.
Que soient ici remerciés Madame le Proviseur et l'ensemble des personnels du lycée
pour la qualité de leur accueil ainsi que pour leur très aimable disponibilité.

Table des matières

1 PRÉSENTATION DU CONCOURS 2012

1.1 Composition du jury

AGUER Bernard, vice-président	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
ALARIC Bernard	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
AMMAR KHODJA Farid	maître de conférences
BARACHET Françoise	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
BARNET Christophe	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
BARRIÉ Mireille	professeur agrégé
BAUDU Jean-Charles	professeur agrégé
BENZIDIA Abdelaziz	professeur agrégé
BLOND Elisabeth	professeur agrégé
BLUTEAU-DAVY Véronique	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
BOUCHEL Olivier	professeur agrégé
BOUDARN Dalia	professeur agrégé
BOURDEAU Marie-Françoise	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
BOURHRARA Mostafa	professeur agrégé
BOZON Marie-Pierre	professeur agrégé
BRANDEBOURG Patrick	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
BRETONNIÈRE Laurent	professeur agrégé
BRISOUX François	professeur agrégé
CANTINEAU Christine	professeur agrégé
CAPY François	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
CHARPENTIER-TITY Charles	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
CORTEZ Aurélie	maître de conférences
DEBARGE Régis	professeur agrégé
DESROUSSEAUX Pierre-Antoine	professeur agrégé
DOMBRY Clément	maître de conférences
DUBOULOZ Georges	professeur agrégé
DUDOGNON Marylène	professeur agrégé
DUSSART Delphine	professeur agrégé
EL AMRANI Mohammed	maître de conférences
FAURE Christian	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
FERACHOGLOU Robert	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
FEVOTTE Philippe	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
FOISSY Loïc	maître de conférences
GARCIA Gilles	professeur agrégé
GAUCHARD Xavier	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
GERARD Danièle	professeur agrégé
GIRAULT Dominique	professeur agrégé
GOSSE Michel, vice-président	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
GOUY Michel	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
GRILLOT Michèle	maître de conférences
GRUNER Ilme	professeur agrégé
HEZARD David	professeur agrégé
HUBERT Nicolas	professeur agrégé
HUNAULT Ollivier	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
JACQUES Isabelle	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
JACQUIN Martine	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional

LA FONTAINE François	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
LAFARGUE Benoît	professeur agrégé
LAMPLE Hélène	professeur agrégé
LAOUES Mourad	professeur agrégé
LASSALLE Olivier	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
LAURENT REIG Céline	professeur agrégé
LE GALL Pol	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
LEGROS Stéphane	professeur de chaires supérieures
LEGRY Ludovic	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
LORIDON Geneviève	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
LOUVRIER Pascale	professeur agrégé
LUCAS Edouard	professeur agrégé
MAGNIN Nicolas	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
MALLEGOL Pascale	professeur agrégé
MALLET Nathalie	professeur agrégé
MANESSE Sophie	professeur agrégé
MARCUS Sophie	professeur agrégé
MAROTTE Fabienne	maître de conférences
MARQUIER Soisick	professeur agrégé
MARTEAU Jean Luc	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
MARTINEZ-LABROUSSE Isabelle	professeur agrégé
MASSELIN Vincent	professeur agrégé
MÉDARD-CHALAYE Natacha	professeur agrégé
MEGARD Marie, vice-présidente	inspecteur général de l'éducation nationale
MELET Séverine	professeur agrégé
MESSEANT Véronique	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
MICHAU Nadine	professeur agrégé
MOUCAUD Michèle	professeur agrégé
MOURLAN Sandrine	professeur agrégé
NADIR Hachemi	professeur agrégé
NOE Laurent	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
NOGUES Maryse	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
OBERT Marie-Christine	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
OLLIVIER Gilles	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
PAGOTTO Eric	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
PASSAT Isabelle	professeur agrégé
PASSERAT Stéphane	professeur agrégé
PAYET Willy	professeur de chaires supérieures
PETIT Francis	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
PICAMOLES Xavier	professeur agrégé
PICARD Sandrine	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
POMAGEOT Loïc	professeur agrégé
RASKINE Anne	professeur agrégé
RENIER Guillaume	professeur agrégé
RICOMET Vincent	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
RODOZ-PLAGNE Sophie	professeur agrégé
ROIGNAN SOARES Nathalie	professeur agrégé
ROLAND Audrey	professeur agrégé
ROUDNEFF Evelyne	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
SABBAN Chloé	professeur agrégé

SALVI Karine	professeur agrégé
SERRA Eric	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
SIDOKPOHOU Olivier, vice-président	professeur agrégé
SIGWARD Eric	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
SINTUREL Émile	professeur agrégé
SLAMA Caroline	professeur agrégé
SORBE Xavier, président du jury	inspecteur général de l'éducation nationale
SOROSINA Eric	professeur agrégé
STRAUB Odile	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
SZWARCBAUM Elia	professeur agrégé
TRAYNARD Alice	professeur agrégé
TRUCHAN ALAIN	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
TUDESQ Christian	professeur agrégé
VANTROYS Fanny	professeur agrégé
ZARRABI Mohamed	maître de conférences
ZWERTVAEGHER Karine	professeur agrégé

1.2 Définition des épreuves

Arrêté du 28 décembre 2009 fixant les sections et les modalités d'organisation des concours du certificat d'aptitude au professorat du second degré (MENH0931286A)

Section mathématiques

A. — Épreuves d'admissibilité

1° Première composition écrite (durée : cinq heures, coefficient 3).
2° Deuxième composition écrite (durée : cinq heures, coefficient 3).
Le sujet de chaque composition est constitué d'un ou de plusieurs problèmes.
Le programme de ces épreuves est constitué des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des classes post-baccalauréat du lycée (STS et CPGE).
L'usage de calculatrices scientifiques est autorisé selon la réglementation en vigueur.

B. — Épreuves d'admission

1° Leçon portant sur les programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs.
Durée de la préparation : deux heures et demie ; durée de l'épreuve : une heure ; coefficient 3.
Le candidat choisit un thème, parmi deux qu'il tire au sort.
Dans un premier temps (quinze minutes maximum), le candidat expose un plan d'étude détaillée du sujet qu'il a choisi.
Dans un second temps (quinze minutes maximum), le candidat développe une partie de ce plan d'étude, choisie par le jury.
L'épreuve se termine par un entretien avec le jury portant sur ce développement, puis sur d'autres aspects relevant du sujet choisi par le candidat.
Pendant le temps de préparation et lors de l'interrogation, le candidat bénéficie du matériel informatique mis à sa disposition. Il a également accès aux ouvrages de la bibliothèque du concours et peut, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels.

2° Epreuve sur dossier comportant deux parties : 14 points sont attribués à la première partie et 6 points à la seconde. Durée de la préparation : deux heures et demie ; durée totale de l'épreuve : une heure ; coefficient 3.
Première partie : épreuve d'exercices ; durée : quarante minutes.
L'épreuve permet au candidat de montrer :

- sa culture mathématique et professionnelle ;
- sa connaissance des contenus d'enseignement et des programmes ;
- sa réflexion sur l'histoire et les finalités des mathématiques et leurs relations avec les autres disciplines.

L'épreuve s'appuie sur un dossier fourni par le jury, portant sur un thème des programmes de mathématiques du collège, du lycée ou des sections de techniciens supérieurs. Ce thème est illustré par l'énoncé d'un exercice, pouvant être complété par des extraits de manuels, des productions d'élèves ou des passages des programmes officiels. Le dossier comprend des questions permettant d'apprécier la réflexion pédagogique du candidat. Ces questions portent sur l'énoncé de l'exercice et sa résolution ou d'autres aspects pédagogiques liés au contenu du dossier.
Pendant vingt minutes, le candidat expose ses réponses aux questions posées dans le dossier et propose, en motivant ses choix, plusieurs exercices s'inscrivant dans le thème du dossier.
Cette première partie se termine par un entretien avec le jury, portant sur l'exposé du candidat, en particulier sur les exercices qu'il a proposés, aussi bien en ce qui concerne leur résolution que les stratégies mises en œuvre.
Pendant le temps de préparation et lors de l'interrogation, le candidat bénéficie du matériel informatique mis à sa disposition. Il a également accès aux ouvrages de la bibliothèque du concours et peut, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels.
Le programme de cette première partie d'épreuve est constitué des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs.
Seconde partie : interrogation portant sur la compétence Agir en fonctionnaire de l'Etat et de façon éthique et responsable. (Présentation dix minutes, entretien avec le jury : dix minutes.)
Le candidat répond pendant dix minutes à une question, à partir d'un document inclus dans le dossier qui lui a été remis au début de l'épreuve, question pour laquelle il a préparé les éléments de réponse durant le temps de préparation de l'épreuve. La question et le document portent sur les thématiques regroupées autour des connaissances, des capacités et des attitudes définies, pour la compétence désignée ci-dessus, dans le point 3 « les compétences professionnelles des maîtres » de l'annexe de l'arrêté du 19 décembre 2006.
L'exposé se poursuit par un entretien avec le jury pendant dix minutes.

1.3 Programme

Bulletin officiel spécial n°1 du 27 janvier 2011

Épreuves écrites
Le programme est constitué de la réunion des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des classes post-baccalauréat du lycée (STS et CPGE) en vigueur au titre de l'année scolaire 2011-2012 et de ceux en vigueur au titre de l'année scolaire 2010-2011.

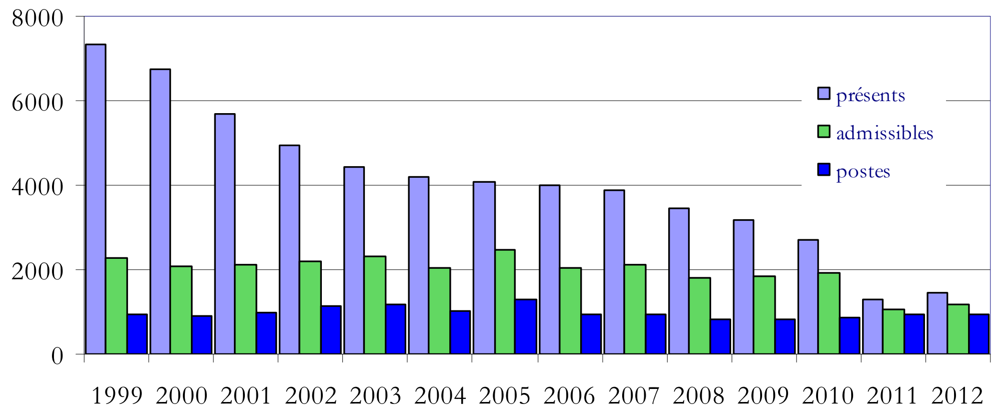
Épreuves orales
Le programme est constitué de la réunion des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs en vigueur au titre de l'année scolaire 2011-2012 et de ceux en vigueur au titre de l'année scolaire 2010-2011.

2. QUELQUES STATISTIQUES

2.1 Historique

Malgré une légère hausse du nombre de présents aux épreuves écrites (179 de plus qu'en 2011), le CAPES externe de Mathématiques reste marqué par un effectif insuffisant en regard du nombre de postes offerts. La session 2012 n'a pas permis de surmonter l'effondrement vécu en 2011, résultant notamment de l'évolution des conditions d'inscription (décret 2009-915 du 28 juillet 2009).
Ainsi, avec une configuration très éloignée de celle que l'on connaissait il y a dix ans, le concours a été comme l'an dernier extrêmement ouvert. Le jury, conscient des besoins des académies en enseignants titulaires, a prononcé l'admission de 45% des candidats présents aux épreuves écrites.

CAPES	postes	présents aux deux épreuves écrites	admissibles	admis		présents / postes	admis / présents
1999	945	7332	2274	945		7,8	13%
2000	890	6750	2067	890		7,6	13%
2001	990	5676	2109	990		5,7	17%
2002	1125	4948	2213	1125		4,4	23%
2003	1195	4428	2328	1195		3,7	27%
2004	1003	4194	2040	1003		4,2	24%
2005	1310	4074	2473	1310		3,1	32%
2006	952	3983	2043	952		4,2	24%
2007	952	3875	2102	952		4,1	25%
2008	806	3453	1802	806		4,3	23%
2009	806	3160	1836	806		3,9	26%
2010	846	2695	1919	846		3,2	31%
2011	950	1285	1047	574		1,4	45%
2012	**950**	**1464**	**1176**	**652**		**1,5**	**45%**



Pour le CAFEP, le ratio a été de 4,3 candidats présents par poste.

CAFEP	postes	présents aux deux épreuves écrites	admissibles	admis
1999	210	847	107	57
2000	206	1030	145	78
2001	215	889	200	113
2002	230	745	192	118
2003	230	636	214	116
2004	177	658	205	103
2005	177	644	279	139
2006	135	689	283	126
2007	160	693	267	123
2008	155	631	200	90
2009	109	633	268	109
2010	155	554	308	119
2011	90	276	198	90
2012	**75**	**319**	**214**	**75**

2.2 Répartition des notes

Les données suivantes concernent les concours CAPES et CAFEP confondus.
Sauf mention contraire, les notes indiquées sont sur 20.

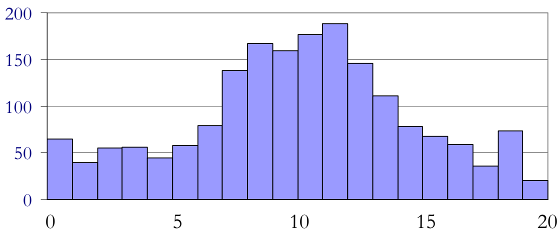
2.2.1 Épreuves d'admissibilité

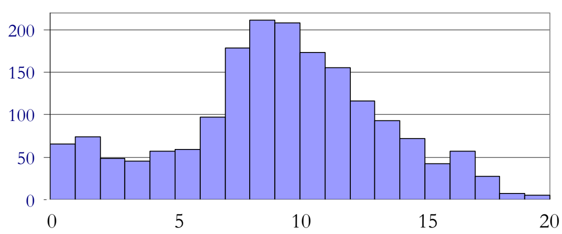
Première composition

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
10,05	4,49	7,42	10,26	12,97

Deuxième composition

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
9,15	4,12	7,10	9,32	11,83

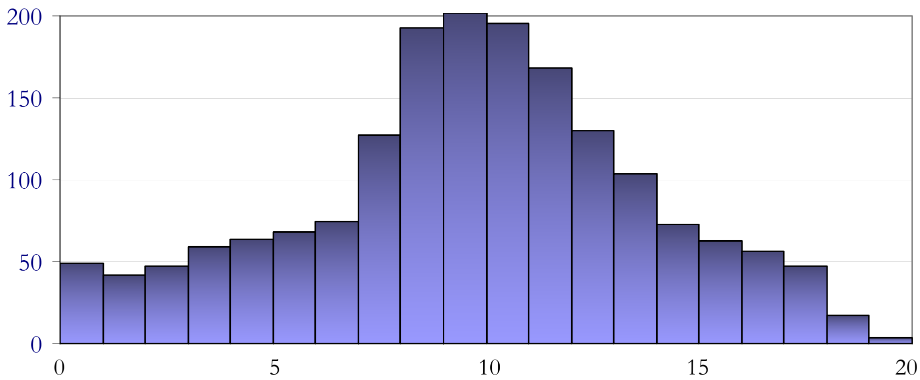




Le coefficient de corrélation linéaire entre les notes des deux épreuves écrites est 0,87.

Moyenne écrit

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
9,67	4,12	7,45	9,83	12,37

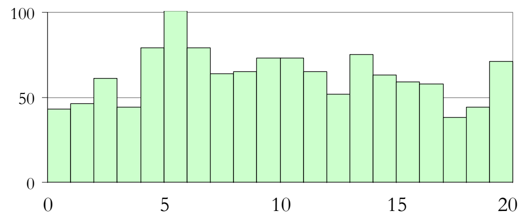


La barre d'admissibilité a été fixée à 6,75 sur 20.

2.2.2 Épreuves d'admission

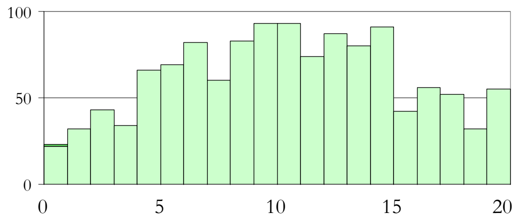
Leçon

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
9,61	5,47	5,20	9,40	14,00



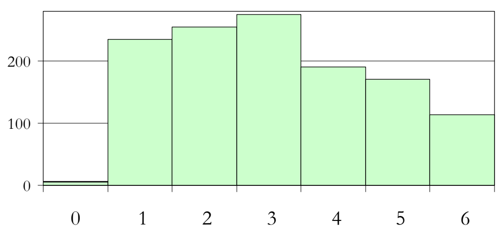
Dossier / Exercice

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
10,14	4,94	6,00	10,00	14,00



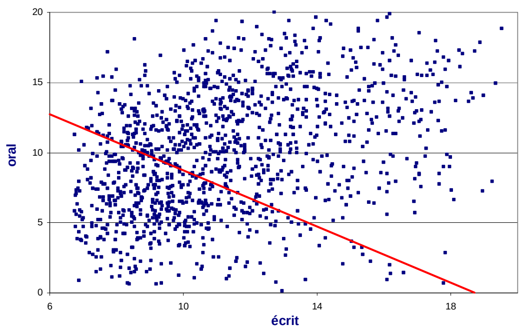
Dossier / Agir en fonctionnaire (notes sur 6)

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
2,71	1,43	2	3	4



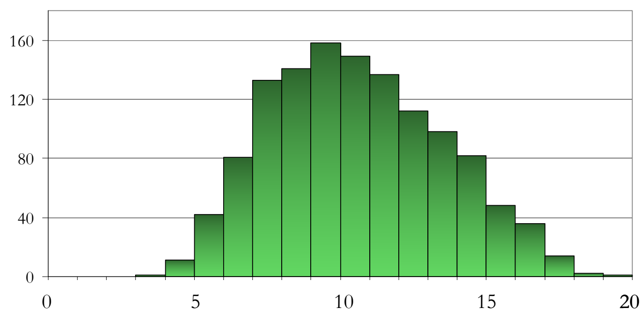
La note sur 20 de l'épreuve sur dossier est constituée de la partie « Exercice » sur 14 (représentée ici sur 20) et de la partie « Agir en fonctionnaire » sur 6.

Le nuage ci-dessous donne une répartition des candidats en fonction de leurs moyennes à l'écrit et à l'oral.



Moyenne générale (écrit et oral)

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
10,6	2,96	8,41	10,43	12,76



La barre d'admission (représentée plus haut en rouge, sans tenir compte des notes 0 éliminatoires) a été fixée à 9,40 sur 20.
L'exigence de qualité que requiert le recrutement de professeurs certifiés n'a pas permis, pour la deuxième année consécutive de pourvoir l'ensemble des postes ouverts.

Tous les postes du CAFEP ont été pourvus (barre à 11,00 sur 20).

2.3 Autres données

Les données suivantes concernent les concours CAPES et CAFEP confondus, en distinguant les candidats présents aux épreuves écrites, les admissibles et les admis (CAPES : 652 admis et deux à titre étranger, CAFEP : 75 admis). Elles ont été établies à partir des renseignements fournis par les candidats au moment de leur inscription.

Sexe	présents		admissibles		admis	
Femmes	819	46%	648	47%	376	48%
Hommes	964	54%	742	53%	353	52%
	1783		1390		729	

Âge	présents		admissibles		admis	
entre 20 et 25 ans	569	32%	552	40%	401	55%
entre 25 et 30 ans	573	32%	468	34%	231	32%
entre 30 et 35 ans	210	12%	125	9%	37	5%
antre 35 et 40 ans	178	10%	106	8%	27	4%
entre 40 et 45 ans	100	6%	60	4%	15	2%
entre 45 et 50 ans	90	5%	51	4%	13	2%
plus de 50 ans	63	4%	28	2%	5	1%

Académie d'inscription	présents		admissibles		admis	
AIX-MARSEILLE	107	6%	77	6%	35	5%
AMIENS	40	2%	29	2%	17	2%
BESANCON	43	2%	36	3%	18	2%
BORDEAUX	79	4%	65	5%	39	5%
CAEN	40	2%	33	2%	15	2%
CLERMONT-FERRAND	26	1%	22	2%	11	2%
CORSE	3	0%	2	0%	2	0%
DIJON	25	1%	23	2%	14	2%
GRENOBLE	60	3%	54	4%	34	5%
GUADELOUPE	26	1%	13	1%	7	1%
GUYANE	3	0%	1	0%	0	0%
LA REUNION	35	2%	26	2%	13	2%
LILLE	141	8%	112	8%	61	8%
LIMOGES	19	1%	17	1%	9	1%
LYON	73	4%	61	4%	42	6%
MARTINIQUE	22	1%	12	1%	7	1%
MAYOTTE	4	0%	2	0%	0	0%
MONTPELLIER	56	3%	39	3%	17	2%
NANCY-METZ	60	3%	49	4%	28	4%
NANTES	103	6%	68	5%	38	5%
NICE	52	3%	47	3%	21	3%
NOUVELLE CALEDONIE	13	1%	9	1%	6	1%
ORLEANS-TOURS	48	3%	39	3%	17	2%
PARIS -CRETEIL-VERSAILLES	342	19%	260	19%	121	17%
POITIERS	46	3%	41	3%	27	4%
POLYNESIE FRANCAISE	14	1%	9	1%	3	0%
REIMS	37	2%	30	2%	20	3%
RENNES	107	6%	86	6%	42	6%
ROUEN	43	2%	32	2%	14	2%
STRASBOURG	46	3%	41	3%	20	3%
TOULOUSE	70	4%	55	4%	31	4%

Catégorie	présents		admissibles		admis	
étudiants	975	55%	907	65%	588	81%
maitre-auxiliaire	88	5%	41	3%	6	1%
contractuel 2d degré	181	10%	95	7%	24	3%
vacataire du 2d degré	41	2%	26	2%	9	1%
assistant d'éducation	68	4%	45	3%	17	2%
autres (éducation nationale ou supérieur)	148	8%	79	6%	17	2%
cadres du secteur privé	53	3%	37	3%	13	2%
sans emploi	163	9%	120	9%	47	6%
autres	66	4%	40	3%	8	1%

Une enquête réalisée par le jury auprès d'un échantillon de candidats admissibles (ceux convoqués aux oraux à partir du 1er juillet) montre par ailleurs que 60% ont préparé un master d'enseignement et 12% un master de recherche. Ils sont 23% à avoir eu une expérience d'enseignement supérieure à un an.

3. ANALYSES ET COMMENTAIRES

Les épreuves, définies par l'arrêté du 28 décembre 2009 et mises en œuvre depuis la session 2011 du concours, ont sensiblement renforcé la prise en compte de la dimension professionnelle en vue du recrutement d'enseignants.

En particulier, la conception des épreuves orales place le candidat dans une situation voisine de celle de l'enseignant en train de préparer un cours.

3.1 Épreuves écrites

Le sujet de la **première épreuve** était composé de trois problèmes : un d'analyse (continuité uniforme), un d'analyse et probabilités (marches aléatoires sur une droite) et un d'arithmétique (équation de Pell-Fermat).

Le jury a prêté une attention particulière aux compétences suivantes :

- nier une proposition (40% des candidats ayant composé ont répondu correctement à la question 1 du problème 1) ;
- élaborer une démonstration « faisant intervenir des ε et des η » (64% des candidats ont traité correctement au moins une des questions 2, 4.2, 5.1 et 8.1 du problème 1) ;
- écrire un algorithme (11% des candidats ont répondu correctement à la question 2 du problème 3) ;
- rédiger un raisonnement par récurrence (15% des candidats ont rédigé correctement au moins un raisonnement par récurrence sur l'ensemble du sujet).

Ces constats doivent orienter la préparation des futurs candidats :

- un travail sur la nature d'une implication ou d'une équivalence et sur l'importance des quantificateurs est absolument nécessaire ;
- les concepts de limite ou de continuité semblent relativement maîtrisés par la plupart des candidats, mais des erreurs inquiétantes témoignent de lacunes encore importantes ;
- l'algorithmique est une composante essentielle de l'activité mathématique au lycée ; à ce titre, elle doit faire l'objet d'une préparation spécifique, cette démarche ayant une place naturelle dans de nombreux domaines du programme ;
- le raisonnement par récurrence donne lieu chaque année à des rédactions très approximatives, alors que la maîtrise de cette forme classique de raisonnement constitue à l'évidence un attendu exigible de la part de futurs professeurs.

Dans le premier problème, on trouve beaucoup d'erreurs de logique (les ε et η dépendent de x et y, ε est choisi en fonction de η, etc.). De plus, les manipulations sur les inégalités ne sont pas dominées : on multiplie sans précaution les deux membres d'une inégalité par un réel, on soustrait membre à membre des inégalités, etc.
Le théorème de Bolzano-Weierstrass est souvent évoqué (question 8.2) mais le recours à des sous-suites aboutit rarement ; en particulier la nécessité d'extraire successivement deux sous-suites n'apparaît qu'à un nombre infime de candidats.
Ce problème de « questions de cours » est le plus abordé, mais il est mal traité faute d'une maîtrise des quantificateurs.

La partie A du deuxième problème est assez bien réussie mais les parties B et C sont peu abordées et les probabilités élémentaires posent visiblement des problèmes de rédaction. Peu de candidats font référence à la loi binomiale. Un effort reste à faire autour des probabilités enseignées dans le secondaire ou dans les sections de technicien supérieur.

Dans le troisième problème, beaucoup de candidats se contentent d'essayer de « grappiller » des points. Quand elle est abordée, la construction de l'algorithme montre des lacunes importantes.

Les correcteurs ont enregistré un effort de soin dans la présentation, qu'il conviendra d'étendre à la rigueur des raisonnements.

Le sujet de la **deuxième épreuve** était composé de deux problèmes : l'un d'arithmétique (anneau $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$) et l'autre de géométrie (isométries du plan et de l'espace).

Le jury a prêté une attention particulière aux compétences suivantes :

- reproduire une démonstration du cours (32% des candidats ont rédigé correctement la démonstration de la question 1 du problème 1) ;
- écrire un algorithme (35% des candidats ont traité correctement au moins une des questions du problème 1 où l'on demandait un algorithme) ;
- démontrer une équivalence (28% des candidats ont su établir la propriété de la question A1 du problème 2) ;
- mettre en œuvre des connaissances élémentaires sur les isométries (26% des candidats ont répondu correctement à la question B1.2 du problème 2, 74% à la question B5 du problème 2).

Les correcteurs ont déploré une rédaction souvent imprécise et peu claire, des difficultés de logique, notamment une mauvaise maîtrise de l'équivalence, que ce soit pour l'établir ou pour la réinvestir, ainsi qu'une connaissance trop approximative du cours.

On note des confusions entre :

- un entier et sa classe dans le problème 1 ;
- l'inclusion et l'appartenance ;
- la démonstration d'une égalité d'ensemble et celle d'une inclusion ;
- « être globalement invariant par f » et « être ensemble de points invariants » ;
- le caractère bijectif de φ et celui de Φ dans la partie A du problème 2 ;
- les applications f et $\vec{f}$ dans la partie C.

Une part importante des candidats n'aborde pas le premier problème.
Certains pensent que $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z},\times)$ est un groupe. La plupart des candidats ayant abordé ce problème savent donner au moins une procédure correcte. En revanche, on constate des lacunes importantes en arithmétique avec des assertions telles que : « si n divise n_1n_2 n divise n_1 ou n divise n_2 ».

La partie A du deuxième problème se révèle délicate pour une majorité de candidats. La démonstration de « être un sous-groupe » est souvent partielle. Quand la question 5 est traitée, la disjonction des cas est souvent éludée.
Dans la partie B, de nombreux candidats considèrent que les éléments de $\mathrm{Is}^-(P)$ sont tous des réflexions. Cette incompréhension du problème est très pénalisante pour le début de cette partie.
La caractérisation du milieu d'un segment est fréquemment incomplète. Les résultats de la question 6 sont très souvent exacts mais leur utilisation dans la question 7 est régulièrement mal justifiée et rédigée de façon incorrecte sans mettre en valeur l'utilisation de la question 3 de la partie A. Pour la fin de la partie B, on rencontre des candidats ayant des difficultés à utiliser des propriétés de géométrie vues en collège et à se détacher d'une figure pour produire une démonstration rigoureuse. Un petit nombre de candidats continue à utiliser pour la fin de la partie B les valeurs données à a et b pour la figure en question 8.
Dans la partie C, la question 1.2 est rarement bien traitée et pour la 1.3 il manque souvent l'argument : « la base est orthonormale ». Pour les questions 2 et 3, on lit parfois que $|\det(A)| = 1$ suffit pour que la matrice A soit orthogonale.
Pour la description des transformations de l'espace, on constate la difficulté des candidats à reconnaître la nature de ces transformations simples et à préciser clairement leur(s) élément(s) caractéristique(s).
Les parties D et E sont rarement abordées et, lorsqu'elles le sont, la rédaction est floue.

De façon générale, on attend d'un futur professeur qu'il maîtrise parfaitement les connaissances au programme de l'enseignement secondaire et qu'il soit capable d'exposer de façon claire des raisonnements rigoureux.

3.2 Épreuve de leçon

L'épreuve de leçon consiste en un travail de synthèse des connaissances sur un sujet relevant de l'enseignement secondaire ou des sections de technicien supérieur, selon trois temps :

- *le plan*, clairement structuré, ne doit pas être détaillé à l'extrême mais contient les énoncés des définitions et propriétés, ainsi que des illustrations ; il offre des pistes pour le choix d'un développement par le jury ;
- *le développement* d'une partie du plan choisie par le jury atteste de la maîtrise du sujet traité et de la bonne compréhension des éléments exposés dans le plan, à travers la démonstration d'un théorème, la résolution d'un exercice, la mise en œuvre d'un logiciel, etc. ;
- *l'entretien* est un moment interactif qui permet au candidat de préciser certains éléments du plan, de revenir sur le développement et de valoriser ses connaissances en prenant du recul par rapport au thème abordé.

Il est important de rappeler que l'élaboration d'un plan ne s'improvise pas le jour de l'interrogation sur la base de ressources découvertes pendant le temps de préparation. Celles-ci ne peuvent se substituer à des connaissances personnelles solides.
Un plan de qualité se caractérise par sa cohérence d'ensemble, la richesse des contenus (notamment la présence d'exemples ou contre-exemples et d'applications) ainsi qu'une bonne articulation entre eux.
Une présentation hiérarchisée conduit à distinguer ce que l'on va dire et ce que l'on devra écrire.
Un plan qui, tel un formulaire, se limite à une succession de titres est fortement pénalisé.
Il est essentiel de faire pendant l'année un effort de préparation et de mémorisation afin de ne pas s'en remettre à des manuels consultés au dernier moment. La recopie de quelques passages prélevés ici ou là ne peut faire illusion et ne résiste pas aux questions posées lors de l'entretien. Une réflexion préalable garantissant la maîtrise des contenus est indispensable. Cette recommandation vaut particulièrement pour les sujets « transversaux » – qui ont davantage été choisis que l'an dernier – nécessitant une synthèse sur différents niveaux ou chapitres.
De même, il est indispensable d'anticiper sur des développements possibles pour les préparer avec soin.

Afin de gérer convenablement le temps imparti (quinze minutes pour le plan), il convient de prendre en compte ces recommandations. À l'inverse, il est illusoire d'espérer tromper le jury en « jouant la montre » ou en se limitant à un plan très succinct pour éviter des questions dérangeantes.

De nombreux candidats ont su tirer profit du matériel informatique pour assurer une présentation dynamique et efficace, sans pour autant s'égarer dans la mise en forme du document, afin de mettre en valeur le contenu mathématique qui demeure évidemment l'aspect principal.
Lorsque le sujet s'y prête, le jury apprécie que le candidat ait préparé une illustration convaincante au moyen d'un logiciel de géométrie ou d'un tableur et qu'il ait réfléchi aux apports de ces outils. Concernant la géométrie, il s'agit bien d'apporter une vision dynamique des problèmes en faisant varier la position des points considérés plutôt que de se contenter d'une figure statique.
Très peu de candidats ont recours à un logiciel de calcul formel.

L'aisance dans la communication est un élément primordial pour l'ensemble des épreuves orales.
En premier lieu, la capacité à écouter et à comprendre les questions posées par le jury est essentielle. De plus, il convient d'utiliser clairement le tableau, de s'exprimer avec conviction et de manière intelligible dans une langue correcte, en adoptant une posture ouverte laissant présager des relations constructives avec une classe.

Enfin, rappelons qu'un candidat trop dépendant du contenu de ses notes ou d'un manuel produit une impression très négative. Cette attitude peu propice au dialogue et ce manque d'assurance sont préjudiciables dans la perspective d'assurer la responsabilité d'un service d'enseignement.

3.3 Épreuve sur dossier

3.3.1 Exercice

La partie *Exercice* de l'épreuve sur dossier s'inscrit dans l'approche professionnelle d'un concours de recrutement en vue d'enseigner devant des élèves :

- l'analyse de productions d'élèves, d'extraits des programmes officiels ou des compétences visées par un énoncé, amène à porter un regard pédagogique conforme aux exigences du métier d'enseignant ;
- la capacité à corriger un exercice comme on le ferait en situation oblige à anticiper sur certaines difficultés prévisibles ;
- le choix d'exercices sur un thème donné conduit à s'interroger sur les critères retenus en fonction d'objectifs donnés.

Un effort a visiblement été fait afin de s'inscrire dans la durée impartie pour répondre aux questions posées (vingt minutes). Si quelques rares candidats semblent encore découvrir lors de cette épreuve le fonctionnement d'un logiciel de géométrie dynamique, l'utilisation à bon escient du vidéoprojecteur, qui favorise une présentation efficace, s'est visiblement développée.
Cependant, certains candidats ne trouvent malheureusement pas le temps de présenter leurs exercices.

Les questions portant sur les compétences développées chez les élèves, davantage contextualisées cette année, ont donné lieu à des réponses plus directes et précises, davantage dans l'esprit de ce qui est attendu, conformément aux objectifs des programmes officiels ou du socle commun.

L'analyse des productions d'élèves, qui ne doit pas se résumer pas à une énumération des erreurs ni s'attacher à des détails de rédaction insignifiants, est réussie par les candidats qui savent détecter les aspects positifs des démarches et raisonnements proposés. Un professeur doit en effet repérer et corriger les erreurs, mais aussi valoriser les connaissances et compétences mises en œuvre par les élèves.

Bien qu'il soit toujours d'un niveau élémentaire, la correction de l'exercice du jury met en difficulté quelques candidats, dont certains ne parviennent pas à s'écarter des pistes données dans le dossier par la solution d'un élève.
La consigne de correction « comme vous l'exposeriez devant une classe » n'est pas toujours respectée.
Il est pourtant attendu un effort particulier de clarté et d'explication, tel que devraient en bénéficier des élèves. Une démarche partiellement « expérimentale » est aussi envisageable lorsque la question s'y prête.
Le candidat a tout intérêt à manifester ses qualités de communication. Recopier ses notes en murmurant face au tableau est à l'opposé des attentes du jury.
Par ailleurs, c'est une erreur de penser que l'ajout de questions intermédiaires est la seule façon d'aider les élèves.

La proposition d'exercices par le candidat obéit à plusieurs impératifs :

- en nombre suffisant et de nature variée (distincts de celui du jury !), ils doivent présenter un intérêt mathématique allant au-delà d'applications triviales, s'inscrire dans le thème indiqué (présenter des problèmes pouvant conduire à la résolution d'équations ne consiste pas à donner des équations à résoudre) et couvrir de préférence plusieurs niveaux ;
- leur présentation au jury ne consiste pas à copier les énoncés au tableau, mais à en préciser l'objet de façon vivante, à motiver ses choix pédagogiques en explicitant les compétences que l'on souhaite développer et à prévoir d'éventuels aménagements de leur contenu ;
- enfin, il va sans dire que le candidat doit impérativement se montrer capable de résoudre sans difficulté les exercices qu'il propose, faute de quoi son choix se trouve largement discrédité.

Pour réussir cette étape essentielle, il est nécessaire d'assurer régulièrement en amont des épreuves orales un travail de préparation en temps limité.
Il n'est pas sérieux de prétendre faire un choix éclairé en se contentant d'adopter au hasard des exercices découverts dans des manuels quelques minutes avant l'interrogation. Il n'est pas non plus responsable de rejeter la faute sur le manuel utilisé lorsque l'exercice présenté est de peu d'intérêt ou contient une erreur !

3.3.2 Agir en fonctionnaire de l'État

Chaque sujet de la partie *Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable* repose sur une étude de cas complétée par un ou plusieurs documents (extraits de textes officiels, analyses statistiques, articles, etc.). Les thèmes abordés lors de cette session concernaient l'évaluation des élèves, l'accompagnement personnalisé, la maîtrise de la langue, l'intégration des TICE, l'orientation vers les filières scientifiques, l'éducation prioritaire, l'intégration d'un élève handicapé, les relations avec les parents, la liaison école-collège, la vie scolaire.

Cette partie de l'épreuve sur dossier, qui a un fort impact sur les résultats, permet d'apprécier si le candidat a conscience des obligations d'un enseignant et s'est approprié les principales valeurs du service public. Elle lui donne l'occasion d'exprimer sa conception du travail en équipe ou des relations hiérarchiques et de faire part de sa vision des missions du professeur.
Si l'on ne peut exiger qu'il maîtrise dans les détails le fonctionnement de l'institution scolaire, il est attendu d'un futur enseignant une certaine connaissance de l'organisation des établissements ainsi que des grands enjeux du système éducatif.

Le jury a apprécié que les candidats soient dans l'ensemble nettement mieux préparés à cette partie de l'épreuve que lors de la session précédente. Nombreux sont ceux qui valorisent l'expérience acquise durant leurs stages en établissements, font preuve de bon sens et témoignent de leur capacité à s'impliquer, tout en étant conscients que la mission d'un enseignant comprend un rôle d'éducateur.
On doit cependant déplorer que quelques candidats ne s'intéressent pas aux élèves, n'ont aucune conscience des missions au-delà de l'acte d'enseignement, ni aucune idée de l'organisation du système éducatif. Une telle attitude, qui ne serait pas acceptable de la part de professionnels de l'éducation, est sanctionnée par des notes très faibles.
Les examinateurs ont aussi dénoncé le travers consistant à se répéter ou à paraphraser les documents fournis. Par ailleurs, il va de soi que certaines questions posées par la commission n'appellent pas forcément une réponse type. Elles peuvent conduire à envisager différents cas et à donner des arguments en faveur de plusieurs réponses possibles.
Enfin, il est attendu du candidat qu'il s'engage en tant qu'enseignant, sans renvoyer systématiquement les problèmes posés vers les autres acteurs (chef d'établissement, CPE, infirmière, etc.).

Comme pour les autres épreuves, outre qu'il est indispensable de lire attentivement le sujet, il est vivement recommandé de structurer suffisamment son exposé.
Réciter un catalogue de sigles ou d'instances ou vouloir à tout prix placer des éléments sans rapport avec le sujet ne présente aucun intérêt.

Les stages réalisés dans le cadre d'un master offrent l'occasion d'enrichir la connaissance du système. Ils doivent contribuer à un certain équilibre entre des réflexions générales et des considérations plus concrètes.

Au-delà de la compétence *agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable* les candidats sont vivement encouragés à s'approprier les dix compétences professionnelles des maîtres publiées au bulletin officiel n°29 du 22 juillet 2010.

4. ÉNONCÉS

4.1 Énoncés des épreuves écrites

4.1.2 Première composition

ministère éducation nationale jeunesse vie associative

EBE MAT 1
Repère à reporter sur la copie

SESSION 2012

CAPES
CONCOURS EXTERNE
TROISIEME CONCOURS
ET CAFEP CORRESPONDANTS

Section :
MATHÉMATIQUES
Section :
LANGUES RÉGIONALES : BRETON

PREMIÈRE COMPOSITION

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : *Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.*

Problème 1 : continuité uniforme

Étant donnée une fonction f de variable réelle définie sur un intervalle I d'intérieur non vide, on dit que f est uniformément continue sur I lorsque :

$$\forall \varepsilon > 0\,,\ \exists \eta > 0\,,\ \forall (x,y) \in I^2\,,\ \Big(|x-y| \leqslant \eta \Rightarrow |f(x)-f(y)| \leqslant \varepsilon \Big)$$

1. Écrire à l'aide de quantificateurs la proposition « f n'est pas uniformément continue sur I ».
2. On rappelle qu'une fonction f est lipschitzienne de rapport k, où k est un réel strictement positif, si pour tout couple (x,y) d'éléments de I on a :

$$|f(x)-f(y)| \leqslant k|x-y|$$

   Montrer que toute fonction lipschitzienne sur I est uniformément continue sur I.

3.
   3.1. Montrer que pour tous réels x et y on a :

$$\Big| |y| - |x| \Big| \leqslant |y-x|$$

   3.2. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{1+|x|}$$

   Montrer que f est uniformément continue sur $\mathbb{R}$.

4.
   4.1. Montrer que pour tous réels positifs x et y on a :

$$\sqrt{x+y} \leqslant \sqrt{x} + \sqrt{y} \qquad \text{et} \qquad \Big|\sqrt{x} - \sqrt{y}\Big| \leqslant \sqrt{|x-y|}$$

   4.2. Montrer que la fonction $g\,:\,x \mapsto \sqrt{x}$ est uniformément continue sur $\mathbb{R}^+$.

   4.3. Montrer que la fonction g n'est pas lipschitzienne sur $\mathbb{R}^+$.

5.
   5.1. En considérant les deux suites de réels $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies pour tout entier n par $x_n = \sqrt{n+1}$ et $y_n = \sqrt{n}$, montrer que la fonction $h\,:\,x \mapsto x^2$ n'est pas uniformément continue sur $\mathbb{R}$.

   5.2. La fonction h est-elle lipschitzienne sur $\mathbb{R}$?

6. Soit F un application uniformément continue de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}$. On se propose de montrer qu'il existe deux réels a et b tels que, pour tout $x \in \mathbb{R}^+$:

$$F(x) \leqslant ax + b$$

   6.1. Justifier l'existence d'un réel η_1 strictement positif tel que :

$$\forall (x,y) \in (\mathbb{R}^+)^2,\ \Big(|x-y| \leqslant \eta_1 \Rightarrow |F(x)-F(y)| \leqslant 1 \Big)$$

   Soit $x_0 \in \mathbb{R}^+$.

   6.2. Soit n_0 le plus petit entier tel que $\dfrac{x_0}{n_0} \leqslant \eta_1$; justifier l'existence de n_0 et exprimer n_0 en fonction de x_0 et de η_1.

6.3. Montrer que :

$$|F(x_0) - F(0)| \leqslant \sum_{k=0}^{n_0-1} \left| F\left(\frac{(k+1)x_0}{n_0}\right) - F\left(\frac{kx_0}{n_0}\right) \right|$$

6.4. Conclure.

7.

7.1. Les fonctions polynômes de degré supérieur ou égal à 2 sont-elles uniformément continues sur $\mathbb{R}$?

7.2. La fonction exponentielle est-elle uniformément continue sur $\mathbb{R}$?

8. **Théorème de Heine**

Soit $I = [a; b]$ $(a < b)$ un segment de $\mathbb{R}$. On se propose de démontrer le théorème de Heine[1] : *si une fonction G est continue sur I alors elle est uniformément continue sur I.*

On suppose dans la suite que G est une fonction continue sur $I = [a; b]$ et que G n'est pas uniformément continue sur I.

8.1. Justifier qu'il existe un réel $\varepsilon > 0$ et deux suites $(x_n)_{n\geqslant 1}$ et $(y_n)_{n\geqslant 1}$ d'éléments de I tels que pour tout entier $n \geqslant 1$:

$$|x_n - y_n| \leqslant \frac{1}{n} \quad \text{et} \quad |G(x_n) - G(y_n)| > \varepsilon$$

8.2. Justifier qu'il existe deux sous-suites $(x_{\sigma(n)})_{n\geqslant 1}$ et $(y_{\sigma(n)})_{n\geqslant 1}$ convergentes telles que pour tout entier $n \geqslant 1$:

$$|x_{\sigma(n)} - y_{\sigma(n)}| \leqslant \frac{1}{n} \quad \text{et} \quad |G(x_{\sigma(n)}) - G(y_{\sigma(n)})| > \varepsilon$$

8.3. Montrer que :

$$\lim_{n\to+\infty} x_{\sigma(n)} = \lim_{n\to+\infty} y_{\sigma(n)}$$

8.4. Conclure.

9. Soit J un intervalle d'intérieur non vide. Si une fonction G est uniformément continue sur tout intervalle $[a; b]$ inclus dans J, G est-elle nécessairement uniformément continue sur J ?

Problème 2 : marches aléatoires

Partie A : quelques résultats d'analyse

1. On considère la suite $(H_n)_{n\geqslant 1}$ définie par :

$$H_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$$

1.1. Montrer que pour tout entier $k \geqslant 1$:

$$\frac{1}{k+1} \leqslant \int_k^{k+1} \frac{1}{t}\,\mathrm{d}t \leqslant \frac{1}{k}$$

1.2. En déduire que pour tout $n \geqslant 1$:

$$\ln(n+1) \leqslant H_n \leqslant 1 + \ln(n)$$

puis que

$$H_n \underset{+\infty}{\sim} \ln(n)$$

1. Eduard Heine (1821-1881), mathématicien allemand

2. On considère la suite $(K_n)_{n\geqslant 1}$ définie par :

$$K_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2}$$

Montrer, à l'aide des outils de terminale scientifique, que la suite $(K_n)_{n\geqslant 1}$ converge ; on notera K la limite de cette suite (on ne demande pas de calculer K).

3. On pose pour tout entier naturel n non nul :

$$a_n = \frac{\sqrt{n}}{4^n}\binom{2n}{n}$$

On admet la formule de Stirling [2] :

$$n! \underset{+\infty}{\sim} \left(\frac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$$

Montrer que la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ converge vers $\dfrac{1}{\sqrt{\pi}}$

4. Montrer que, pour tout entier n non nul, on a :

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} - 1 = \frac{\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)^2}{2\sqrt{n}\sqrt{n+1}}$$

5. En déduire que la suite $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est croissante et que pour tout entier $n \geqslant 1$:

$$a_n \leqslant \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

6.

6.1. Montrer que pour tous réels a et b on a : $(a+b)^2 \geqslant 4ab$.

6.2. En déduire que, pour tout entier naturel n non nul :

$$\left(\sqrt{n+1}-\sqrt{n}\right)^2 \leqslant \frac{1}{4\sqrt{n(n+1)}}$$

7.

7.1. Montrer que pour tout entier $n \geqslant 1$:

$$0 \leqslant a_{n+1} - a_n \leqslant \frac{1}{8n(n+1)\sqrt{\pi}}$$

7.2. Montrer que pour tout entier $k \geqslant 1$ et tout entier $p \geqslant k$:

$$0 \leqslant a_p - a_k \leqslant \frac{1}{8k\sqrt{\pi}}$$

7.3. En déduire que, pour tout entier k non nul :

$$0 \leqslant \frac{1}{\sqrt{\pi}} - a_k \leqslant \frac{1}{8k\sqrt{\pi}}$$

2. James Stirling (1692-1770) mathématicien écossais

Partie B : marche aléatoire sur une droite

Soit $(O;\vec{\imath})$ un axe gradué. Dans la suite du problème, tous les instants considérés sont des nombres entiers naturels.

Une particule située sur un point d'abscisse $k \in \mathbb{Z}$ saute à chaque instant sur le point d'abscisse $k+1$ ou sur le point d'abscisse $k-1$, avec la même probabilité.
Chaque saut est indépendant du précédent.

La particule est à l'origine à l'instant $t = 0$.
On note O_k la variable aléatoire égale à 1 si la particule est à l'origine à l'instant $t = k$ et 0 sinon et U_n la variable aléatoire égale au nombre de passages en O de la particule entre les instants 1 et $2n$ $(n \geqslant 1)$.

1. Exprimer la variable U_n en fonction des variables O_k.
2. Pour tout $k \geqslant 1$, montrer que :
   2.1. $P(O_{2k+1} = 1) = 0$;
   2.2. $P(O_{2k} = 1) = \dfrac{1}{4^k}\dbinom{2k}{k} = \dfrac{a_k}{\sqrt{k}}$.
3. Calculer l'espérance mathématique $E(U_n)$ de la variable aléatoire U_n et montrer que, pour tout entier $n \geqslant 1$:
$$E(U_n) = \frac{(2n+1)}{4^n}\binom{2n}{n} - 1$$
4. En déduire un équivalent de $E(U_n)$ lorsque n tend vers $+\infty$.

Partie C : marche aléatoire sur un plan

Un plan est rapporté à un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Une particule située sur un point de coordonnées $(k,\ell) \in \mathbb{Z}^2$ saute à chaque instant sur l'un des points de coordonnées $(k+1,\ell+1)$, $(k+1,\ell-1)$, $(k-1,\ell+1)$ ou $(k-1,\ell-1)$ avec la même probabilité (c'est-à-dire qu'à chaque étape, la particule se déplace selon la diagonale d'un carré).
Chaque saut est indépendant du précédent.

La particule est à l'origine à l'instant $t = 0$.
On note O_k la variable aléatoire égale à 1 si la particule est à l'origine à l'instant $t = k$ et 0 sinon et U_n la variable aléatoire égale au nombre de passages en O de la particule entre les instants 1 et $2n$ $(n \geqslant 1)$.

1. Exprimer la variable U_n en fonction des variables O_k.
2. Pour tout $k \geqslant 1$, calculer $P(O_{2k+1} = 1)$ et $P(O_{2k} = 1)$.
3. Montrer que l'espérance de U_n est donnée par :
$$E(U_n) = \sum_{k=1}^{n} \frac{a_k^2}{k}$$
4. Montrer que pour tout entier $k \geqslant 1$ on a :
$$\frac{1}{\pi k} - \frac{1}{4\pi k^2} \leqslant \frac{a_k^2}{k} \leqslant \frac{1}{\pi k}$$
5. En déduire un équivalent de $E(U_n)$ lorsque n tend vers $+\infty$.

Problème 3 : équation de Pell-Fermat

On se propose de déterminer s'il existe des entiers strictement positifs m et n $(m < n)$ vérifiant l'égalité :

$$\sum_{k=1}^{m} k = \sum_{k=m}^{n} k$$

1. Montrer que ce problème peut se ramener à la recherche d'entiers x, y, m et n $(0 < m < n)$ tels que :

$$\begin{cases} x = 2n + 1 \\ y = 2m \\ x^2 - 2y^2 = 1 \end{cases}$$

On note dans ce qui suit (E) l'équation $x^2 - 2y^2 = 1$ d'inconnue $(x, y) \in (\mathbb{N}^*)^2$. On range les solutions de (E) dans l'ordre croissant des y.

2. Écrire un algorithme permettant d'obtenir les solutions de (E) pour $y \leqslant 100$.
3. Déterminer la plus petite (au sens de l'ordre choisi) solution de (E).
4.
   - 4.1. Montrer qu'il existe deux suites d'entiers $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ et $(y_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ telles que, pour tout entier n non nul :
   $$(3 + 2\sqrt{2})^n = x_n + y_n\sqrt{2}$$
   - 4.2. Exprimer x_{n+1} et y_{n+1} en fonction de x_n et y_n.
   - 4.3. Montrer que les suites $(x_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ et $(y_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ sont strictement croissantes et tendent vers $+\infty$.
5. Montrer que, pour tout entier $n \geqslant 1$, (x_n, y_n) est solution de (E).

On se propose de montrer que l'ensemble $S = \{(x_n, y_n), n \in \mathbb{N}^*\}$ est l'ensemble des solutions de l'équation (E).

On suppose qu'il existe des couples (x, y) d'entiers positifs solutions de (E) n'appartenant pas à S et on note (X, Y) le plus petit (au sens de l'ordre choisi) de ces couples.

6. Montrer qu'il existe un unique entier N tel que $y_N < Y < y_{N+1}$.
7. Justifier à l'aide de l'algorithme que $N \geqslant 2$.
8. Montrer que :
$$x_N + y_N\sqrt{2} < X + Y\sqrt{2} < x_{N+1} + y_{N+1}\sqrt{2}$$
9. En déduire que :
$$x_{N-1} + y_{N-1}\sqrt{2} < (3X - 4Y) + (3Y - 2X)\sqrt{2} < x_N + y_N\sqrt{2}$$
10. Montrer que :
    - 10.1. $3X - 4Y > 0$;
    - 10.2. $3Y - 2X > 0$;
    - 10.3. $3Y - 2X < Y$;
    - 10.4. $(3X - 4Y, 3Y - 2X)$ est solution de (E).
11. Conclure.
12. Donner les cinq premiers couples d'entiers (x, y) (au sens de l'ordre choisi) solutions de (E) puis les valeurs correspondantes de m et n .

4.1.3 Deuxième composition

ministère éducation nationale jeunesse vie associative

EBE MAT 2
Repère à reporter sur la copie

SESSION 2012

CAPES
CONCOURS EXTERNE
ET CAFEP

Section : MATHÉMATIQUES

DEUXIÈME COMPOSITION

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : ***Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.***

Problème 1 : anneau $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +, \times)$

Notations :

* Pour un ensemble fini F, on note $\mathrm{card}(F)$ son cardinal.
* Pour $n \in \mathbb{N}$ tel que $n > 1$, on note $\mathcal{I}_n$ l'ensemble des éléments inversibles de l'anneau $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +, \times)$ et $\mathcal{N}_n$ l'ensemble des éléments non inversibles.
* Pour a et $b \in \mathbb{Z}$, "a divise b" est noté $a|b$, ce qui équivaut à : $\exists k \in \mathbb{Z},\ b = ka$.
* Pour a et $b \in \mathbb{Z}$, le plus grand commun diviseur dans $\mathbb{N}$ de a et b est noté $a \wedge b$.
* Pour $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}^*$, on désigne par $\overline{a}$ la classe de a dans l'ensemble quotient $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$.

Rappels : on considère $(G, .)$ un groupe fini d'élément neutre 1_G.

* Soit $a \in G$. On appelle ordre de a, que l'on note $\omega(a)$, le plus petit élément de l'ensemble $\left\{k \in \mathbb{N}^* \,/\, a^k = 1_G\right\}$.

  On a alors : $0 < \omega(a) \leqslant \mathrm{card}(G)$ et $a^{\omega(a)} = 1_G$.
* Le groupe G est cyclique si et seulement si il existe $a \in G$ tel que $\mathrm{card}(G) = \omega(a)$.

Éléments inversibles de l'anneau $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +, \times)$

1. Soient $a \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$ tels que $n > 1$. Démontrer que $\overline{a}$ est inversible dans $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +, \times)$ si et seulement si $a \wedge n = 1$.
2. Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n > 1$. Montrer que $(\mathcal{I}_n, \times)$ est un groupe commutatif.
3. Sans justification, énumérer, dans un tableau ayant deux rangées, les éléments de $\mathcal{I}_{10}$ avec leurs ordres. Ce groupe $(\mathcal{I}_{10}, \times)$ est-il cyclique ?
4. Sans justification, énumérer, dans un tableau ayant deux rangées, les éléments de $\mathcal{I}_{12}$ avec leurs ordres. Ce groupe $(\mathcal{I}_{12}, \times)$ est-il cyclique ?
5. Pour les algorithmes demandés, on utilisera uniquement les opérations $\times, +, \wedge$ et la fonction de deux variables `reste` où `reste(a,b)` donne le reste de la division euclidienne de a par b pour $a \in \mathbb{N}$ et $b \in \mathbb{N}^*$.

   On pourra également utiliser des boucles de type

   - `for`
   - `while`
   - et la construction `if...then...else...`.

   On précisera le logiciel de calcul formel ou le modèle de calculatrice utilisé.

   5.1. Écrire une procédure `Test( , )` ayant comme arguments deux entiers naturels k et n avec $n > 1$ affichant "1" si $\overline{k} \in \mathcal{I}_n$ et "0" sinon.

   5.2. Écrire une procédure `Card( )` ayant comme argument un entier n avec $n > 1$ affichant le cardinal de $\mathcal{I}_n$.

   5.3. Écrire une procédure `Ord( , )` ayant comme arguments deux entiers naturels k et n avec $n > 1$ affichant la valeur de $\omega\left(\overline{k}\right)$, l'ordre de $\overline{k}$ dans $(\mathcal{I}_n, \times)$, si $\overline{k} \in \mathcal{I}_n$ et `"Erreur"` sinon.

Éléments non inversibles de l'anneau $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +, \times)$

Soit $n \in \mathbb{N}$. On dit que n est primaire lorsqu'il existe un nombre premier p et $\alpha \in \mathbb{N}^*$ tels que $n = p^\alpha$.

6. Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n > 1$ et n ne soit pas primaire.

   6.1. Établir qu'il existe deux entiers, que l'on notera n_1 et n_2, tels que $n = n_1 n_2$, $1 < n_1 < n$ et $n_1 \wedge n_2 = 1$.

   On pourra utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers de n.

   6.2. Montrer alors que $(n_1 + n_2) \wedge n = 1$.

6.3. Établir également que : $\overline{n_1} \notin \mathcal{I}_n$ et $\overline{n_2} \notin \mathcal{I}_n$

7. On considère p un nombre premier et $\alpha \in \mathbb{N}^*$.
   Soit $k \in \mathbb{Z}$. Prouver que : $\overline{k} \in \mathcal{N}_{p^\alpha} \iff p|k$.

8. Soit $n \in \mathbb{N}$ tel que $n > 1$.
   Démontrer que $\mathcal{N}_n$ est un sous-groupe de $(\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}, +)$ si et seulement si n est primaire.

Problème 2 : isométries du plan et de l'espace

On considère $E = \mathbb{R}^n$ (avec $n \in \{2, 3\}$) muni de sa structure canonique d'espace vectoriel euclidien.
Rappels et notations :

- Pour un ensemble fini F, on note $\operatorname{card}(F)$ son cardinal.
- E est muni canoniquement d'une structure affine.
- Une application affine de E est une application $f : E \longrightarrow E$ telle qu'il existe une application linéaire $\varphi : E \longrightarrow E$ vérifiant : pour tout $(A, B) \in E^2$, $\overrightarrow{f(A)f(B)} = \varphi\left(\overrightarrow{AB}\right)$.

  f étant donnée, l'application φ est unique, elle est appelée *partie linéaire* de f et on la note $\overrightarrow{f}$.
- Une isométrie de E est une application $f : E \longrightarrow E$ vérifiant :

$$\text{pour tout } (A, B) \in E^2, \quad f(A)f(B) = AB$$

- Une isométrie de E est une application affine de E.
- Si f est une isométrie de E, on dit que f est un déplacement de E lorsque $\det\left(\overrightarrow{f}\right) > 0$.
- On note $Is(E)$ l'ensemble des isométries de E, $Is^+(E)$ l'ensemble des déplacements et $Is^-(E) = Is(E) \setminus Is^+(E)$.
- L'image d'une droite (resp. d'un plan) de E par une isométrie de E est une droite (resp. un plan).
- Une isométrie de E est une bijection de E sur E.
- $(Is(E), \circ)$ est un groupe et $Is^+(E)$ est un sous-groupe de $(Is(E), \circ)$.
- Si $f \in Is^-(E)$ et $g \in Is^-(E)$, alors $f \circ g \in Is^+(E)$.
- Si $f \in Is^+(E)$ et $g \in Is^-(E)$, alors $f \circ g \in Is^-(E)$.
- Pour une isométrie f de E, on note $f^0 = \mathrm{Id}_E$ l'application identité de E, $f^1 = f$, $f^2 = f \circ f$ et f^{-1} la bijection réciproque de f.
- On considère F une partie non vide de E. On note $G(F)$ (respectivement $G^+(F)$) l'ensemble des isométries (respectivement déplacements) de E laissant globalement invariant l'ensemble F.
  Ainsi pour tout $f \in Is(E)$ on a : $f \in G(F) \iff f(F) = F$.
  De plus, on a : $G^+(F) = G(F) \cap Is^+(E)$.
  On définit enfin $G^-(F) = G(F) \setminus G^+(F)$.

Partie A : généralités

1. Soit $f \in Is(E)$.
   Établir que $f \in G(F)$ si et seulement si pour tout $M \in F$, on a $\begin{cases} f(M) \in F \\ f^{-1}(M) \in F \end{cases}$.

2. Montrer que $G(F)$ et $G^+(F)$ sont des sous-groupes de $(Is(E), \circ)$.

3. Soit $s \in Is(E)$ telle que s soit une symétrie.
   Établir que $s \in G(F)$ si et seulement si pour tout $M \in F$, on a $s(M) \in F$.
   On rappelle qu'une symétrie σ de E est une application affine telle que $\sigma \circ \sigma = \mathrm{Id}_E$.
4. On suppose qu'il existe $\varphi \in G^-(F)$. On note $\Phi : \left\{ \begin{array}{ccc} G^+(F) & \longrightarrow & G^-(F) \\ f & \longmapsto & \varphi \circ f \end{array} \right.$.
   4.1. Justifier que Φ est une application bien définie.
   4.2. Montrer que Φ est une bijection.
5. Démontrer que si $G(F)$ est fini alors $\mathrm{card}\,(G(F)) = \mathrm{card}\,(G^+(F))$ ou $\mathrm{card}\,(G(F)) = 2\,\mathrm{card}\,(G^+(F))$.

Partie B : exemples dans le plan euclidien

Dans cette partie, on se place dans le cas où $n = 2$ et on désigne par $\mathcal{P}$ le plan $\mathbb{R}^2$ orienté.
On rappelle que $Is^+(\mathcal{P})$ est constitué des rotations et des translations et que les réflexions (symétries orthogonales par rapport à des droites) sont des éléments de $Is^-(\mathcal{P})$.

Un singleton
Soit Ω un point du plan $\mathcal{P}$.

1. On considère une application $f \in Is^-(\mathcal{P})$ telle que $f(\Omega) = \Omega$.
   1.1. Justifier qu'il existe $I \in \mathcal{P}$ tel que $f(I) \neq I$. On appelle r la réflexion ayant pour axe la médiatrice de $[I, f(I)]$.
   1.2. Montrer que $r(\Omega) = \Omega$ puis que $r \circ f = \mathrm{Id}_{\mathcal{P}}$.
   1.3. En déduire que f est une réflexion.
2. Démontrer que les éléments de $G(\{\Omega\})$ sont les rotations de centre Ω et les réflexions d'axe passant par Ω.

Une paire
On considère une paire de points du plan, $\mathcal{U} = \{P_1, P_2\}$ où $P_1 \neq P_2$.
On note I le milieu du segment $[P_1, P_2]$.

3. Soit $f \in G(\mathcal{U})$. Montrer que $f(I) = I$.
4. Soit $f \in G^+(\mathcal{U})$ tel que $f \neq \mathrm{Id}_{\mathcal{P}}$. Prouver que f est la symétrie centrale de centre I.
5. Montrer alors que $G(\mathcal{U})$ est formé de quatre éléments : $\mathrm{Id}_{\mathcal{P}}$, la symétrie centrale de centre I et deux réflexions.

Une ellipse
On munit le plan $\mathcal{P}$ d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. Les axes de coordonnées sont notés : (Ox) et (Oy).
On considère l'ellipse Γ d'équation : $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ avec $0 < b < a$.
On note $A(a, 0)$ et $A'(-a, 0)$ les sommets principaux de l'ellipse Γ. On note s la symétrie centrale de centre O, r_1 la réflexion d'axe (Ox) et r_2 la réflexion d'axe (Oy), de sorte que, d'après de qui précède :

$$G(\{A, A'\}) = \{\mathrm{Id}_{\mathcal{P}}, s, r_1, r_2\}$$

6. Soit $M \in \mathcal{P}$ de coordonnées (x, y). Donner les coordonnées des points $s(M), r_1(M)$ et $r_2(M)$.
7. Montrer alors que $G(\{A, A'\}) \subset G(\Gamma)$.

On note $\Delta = \{M \in \mathcal{P} \,/\, OM \leqslant a\}$ le disque fermé de centre O et de rayon a et Λ le cercle de centre O et de rayon a.

8. Pour $a = \sqrt{3}$ et $b = 1$, représenter sur un même graphique l'ellipse Γ et le cercle Λ.
9. Établir que $\Gamma \subset \Delta$.
10. Montrer que $\Gamma \cap \Lambda = \{A, A'\}$.
11. Soient P et P' deux points de Γ.
    (a) Montrer que : $PP' \leqslant 2a$.
    (b) Établir de plus que : $PP' = 2a \Longleftrightarrow \{P, P'\} = \{A, A'\}$.
12. En déduire que : $G(\Gamma) = G(\{A, A'\})$.

Partie C : étude d'isométries de l'espace

Pour la fin du problème, on se place dans le cas où $n = 3$. On désigne par $\mathcal{E}$ l'espace $\mathbb{R}^3$ orienté muni d'un repère orthonormé direct : $\mathcal{R} = (O; \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}, \overrightarrow{k})$. Les axes de coordonnées sont notés $(Ox), (Oy)$ et (Oz).
On rappelle qu'un automorphisme u de $\mathcal{E}$ est orthogonal si et seulement si pour tout $\overrightarrow{x} \in \mathcal{E}$: $\|u(\overrightarrow{x})\| = \|\overrightarrow{x}\|$ où $\|.\|$ désigne la norme euclidienne de $\mathcal{E}$.
$O(\mathcal{E})$ désigne l'ensemble des automorphismes orthogonaux de $\mathcal{E}$.
On rappelle qu'une matrice $A \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ est orthogonale si et seulement si ${}^tAA = I_3 = A\,{}^tA$ où ${}^tA$ désigne la transposée de la matrice A.
L'ensemble des matrices orthogonales (resp. orthogonales de déterminant 1) est noté $O_3(\mathbb{R})$ (resp. $SO_3(\mathbb{R})$).

1. Soit $f \in Is(\mathcal{E})$.
   1.1. Montrer que $\overrightarrow{f} \in O(\mathcal{E})$.
   On note alors A la matrice de $\overrightarrow{f}$ dans la base orthonormale directe $(\overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}, \overrightarrow{k})$, X, X' et B les matrices colonnes respectives des coordonnées des points $M(x, y, z), M'(x', y', z')$ et $f(O)(\alpha, \beta, \gamma)$ dans le repère $\mathcal{R}$.
   1.2. Montrer que : $f(M) = M' \iff X' = AX + B$.
   (C'est l'expression analytique de f relativement au repère $\mathcal{R}$.)
   1.3. Montrer que : $A \in O_3(\mathbb{R})$ puis que : $f \in Is^+(\mathcal{E})$ si et seulement si $A \in SO_3(\mathbb{R})$.

Pour $i \in \{0, 1, 2, 3\}$ on considère les matrices carrées :
$$A_0 = I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A_1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ et } A_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Justifier que pour $i \in \{0, 1, 2, 3\}$, on a $A_i \in O_3(\mathbb{R})$.
3. Pour quelles valeurs de $i \in \{0, 1, 2, 3\}$, a t-on $A_i \in SO_3(\mathbb{R})$?

Soit $\lambda \in \mathbb{R}$. On considère la matrice colonne $B_\lambda = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \lambda \end{pmatrix}$ et on définit les applications t_λ, v_λ, s et r de $\mathcal{E}$ dans $\mathcal{E}$ par leur expression analytique :

$$t_\lambda : X' = X + B_\lambda, \qquad v_\lambda : X' = A_1X + B_\lambda, \qquad s : X' = A_2X, \qquad r : X' = A_3X$$

De plus, on note $v = v_0$.
On rappelle que $Is^+(\mathcal{E})$ est constitué des translations, des rotations axiales et des vissages. Les réflexions de $\mathcal{E}$ (symétries orthogonales par rapport à un plan) sont des éléments de $Is^-(\mathcal{E})$.

4. Sans justification, donner la nature des transformations t_λ, v, s et r ainsi que leur(s) élément(s) caractéristique(s).
5. Montrer que $v_\lambda = v \circ t_\lambda = t_\lambda \circ v$ et reconnaître cette transformation en précisant ses éléments caractéristiques.
   On pourra utiliser un calcul matriciel.
6. Soient γ et $\delta \in \mathbb{R}$. Montrer que $v_\gamma \circ v_\delta = t_{\gamma+\delta}$ et que $t_\gamma \circ v_\delta = v_{\gamma+\delta}$.

Partie D : un cylindre à base elliptique

On considère deux réels strictement positifs a et b tels que $a > b$.
On considère le cylindre $\mathcal{C}$ d'équation $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$

On considère Π le plan d'équation $z = 0$ et Γ l'intersection du cylindre $\mathcal{C}$ et du plan Π.

On remarque que la courbe Γ est l'ellipse d'équation : $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ dans $(O;\overrightarrow{\imath},\overrightarrow{\jmath})$ repère orthonormé du plan Π.

Pour $\theta\in\mathbb{R}$ fixé, on considère la droite d_θ de $\mathcal{E}$ d'équations : $\left\{\begin{array}{lcl} x & = & a\cos(\theta) \\ y & = & b\sin(\theta) \end{array}\right.$.

On va montrer que les éléments de $G(\mathcal{C})$ peuvent s'écrire en composant certaines isométries de la partie précédente.

1. Soit $\lambda\in\mathbb{R}$. Montrer que t_λ, v_λ, s et r sont des éléments de $G(\mathcal{C})$.
2. Montrer que $\mathcal{C}=\displaystyle\bigcup_{\theta\in\mathbb{R}} d_\theta$.
3. Soit $\mathcal{D}$ une droite non parallèle à d_0.
   - 3.1. Établir que $\mathcal{D}$ admet un vecteur directeur $\overrightarrow{u}(\alpha,\beta,\gamma)$ tel que α et β ne sont pas simultanément nuls.
     On pourra commencer par donner un vecteur directeur de d_θ pour $\theta\in\mathbb{R}$.
   - 3.2. On note $M_0(x_0,y_0,z_0)$ un point de $\mathcal{D}$.
     Donner une équation paramétrique de la droite $\mathcal{D}$ obtenue à l'aide de $\overrightarrow{u}$ et de M_0.
   - 3.3. Montrer alors que $\mathcal{D}$ coupe $\mathcal{C}$ en au plus deux points.
4. Soit $f\in G(\mathcal{C})$. Déduire de la question précédente que $f(d_0)$ est parallèle à la droite d_0.
5. Soit $f\in G(\mathcal{C})$. Montrer que $\overrightarrow{k}$ est un vecteur propre de $\overrightarrow{f}$.
6. Soit $\varphi\in O(\mathcal{E})$ admettant $\overrightarrow{k}$ comme vecteur propre.
   - 6.1. Établir que φ admet dans la base $(\overrightarrow{\imath},\overrightarrow{\jmath},\overrightarrow{k})$ une matrice de $O_3(\mathbb{R})$, donnée par blocs, de la forme $\begin{pmatrix} \multicolumn{2}{c}{\multirow{2}{*}{M}} & 0 \\ & & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \end{pmatrix}$ où $M\in O_2(\mathbb{R})$ et $\varepsilon\in\{-1,1\}$.
   - 6.2. Vérifier que $\varepsilon=\det(\varphi)\det(M)$.
7. Soit $f\in G^+(\mathcal{C})$ tel que $f(O)\in\Pi$. On admet que $f(\Pi)=\Pi$.
   On peut donc définir $g:\left\{\begin{array}{lcl} \Pi & \longrightarrow & \Pi \\ M & \longmapsto & g(M)=f(M) \end{array}\right.$, application induite par f sur Π.
   - 7.1. Établir que g est une isométrie de Π vérifiant $g(\Gamma)=\Gamma$.
   - 7.2. À l'aide de la partie B, énoncer les quatre possibilités pour g puis en déduire que $f(O)=O$.
   - 7.3. Écrire les quatre possibilités pour la matrice de $\overrightarrow{g}$ dans la base $(\overrightarrow{\imath},\overrightarrow{\jmath})$.
   - 7.4. Vérifier alors que l'on peut trouver i et $j\in\{0,1\}$ tels que $f=v^j\circ s^i$.
     On pourra utiliser l'expression analytique de f et la question 6.
8. Soit $f\in G^+(\mathcal{C})$ tel que $f(O)\notin\Pi$
   On note O' le projeté orthogonal de $f(O)$ sur le plan Π, t la translation de vecteur $\overrightarrow{f(O)O'}$ et $h=t\circ f$.
   - 8.1. Montrer que $h\in G^+(\mathcal{C})$ et $h(O)\in\Pi$.
     On pourra commencer par justifier que t peut s'écrire $t=t_\mu$ avec $\mu\in\mathbb{R}^*$ et utiliser la question 1.
   - 8.2. Montrer que l'on peut trouver $\lambda\in\mathbb{R}^*$, i et $j\in\{0,1\}$ tels que $f=t_\lambda\circ v^j\circ s^i$.
9. Soit $f\in G^-(\mathcal{C})$.
   - 9.1. Établir que $r\circ f\in G^+(\mathcal{C})$.
   - 9.2. En déduire qu'il existe $\lambda\in\mathbb{R}$, i et $j\in\{0,1\}$ tels que $f=r\circ t_\lambda\circ v^j\circ s^i$.

Partie E : une hélice.

On reprend dans cette partie les notations de la partie précédente.

On considère l'arc paramétré $M : \left\{ \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathcal{E} \\ t & \longmapsto & M(t)\,(a\cos(t), b\sin(t), t) \end{array} \right.$

On note $\mathcal{H}$ la trajectoire de cet arc paramétré.

1. Montrer que $\mathcal{H} \subset \mathcal{C}$.
2. Soit $\mathcal{D}$ une droite telle que $\mathcal{D}$ coupe la courbe $\mathcal{H}$ en au moins trois points.
   Montrer alors qu'il existe $\theta \in \mathbb{R}$ tel que $\mathcal{D} = d_\theta$.
   On pourra utiliser les questions 2. et 3. de la partie D.
3. Soit $\theta \in \mathbb{R}$. Montrer que $d_\theta \cap \mathcal{H} = \{M(\theta + 2k\pi) \,/\, k \in \mathbb{Z}\}$.
4. Soient $f \in G(\mathcal{H})$ et $\theta \in \mathbb{R}$. Montrer qu'il existe $\omega \in \mathbb{R}$ tel que $f(d_\theta) = d_\omega$.
5. En déduire que $G(\mathcal{H}) \subset G(\mathcal{C})$.
6. Soit $k \in \mathbb{Z}$. Montrer que $t_{2k\pi} \in G(\mathcal{H})$.
7. Soit $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $t_\lambda \in G(\mathcal{H})$. Prouver qu'il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $\lambda = 2k\pi$.
   On pourra utiliser le fait que $t_\lambda\,(M(0)) \in \mathcal{H}$.
8. Justifier brièvement que s et $v_{-\pi} \in G(\mathcal{H})$.
9. Soit $\lambda \in \mathbb{R}$ tel que $v_\lambda \in G(\mathcal{H})$. Prouver qu'il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $\lambda = (2k+1)\pi$.
   On pourra utiliser le fait que $v_\lambda\,(M(0)) \in \mathcal{H}$.
10. Soit f une isométrie de $\mathcal{E}$. Démontrer que :

$$f \in G^+(\mathcal{H}) \Longleftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z},\ \exists i \in \{0,1\}\,,\ \begin{cases} f = t_{2k\pi} \circ s^i \\ \quad \text{ou} \\ f = v_{(2k+1)\pi} \circ s^i \end{cases}$$

11. On veut montrer que $G(\mathcal{H}) = G^+(\mathcal{H})$.
    Pour cela, on suppose que $G(\mathcal{H}) \neq G^+(\mathcal{H})$.
    - 11.1. Démontrer qu'il existe $\lambda \in \mathbb{R}$, i et $j \in \{0,1\}$ tels que $r \circ t_\lambda \circ v^j \circ s^i \in G^-(\mathcal{H})$.
    - 11.2. En déduire que l'on peut trouver un réel noté μ tel que $r \circ t_\mu \in G^-(\mathcal{H})$.
    - 11.3. Calculer les coordonnées du point $r \circ t_\mu\,(M\,(0))$.
    - 11.4. En déduire que l'on peut trouver $m \in \mathbb{Z}$ tel que $r \circ t_{2m\pi} \in G^-(\mathcal{H})$.
    - 11.5. En déduire que $r \in G^-(\mathcal{H})$.
    - 11.6. Calculer les coordonnées du point $r\left(M\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$.
    - 11.7. Conclure.

4.2 Sujets de l'épreuve de leçon

L'ensemble de l'épreuve s'inscrit dans le cadre des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de technicien supérieur. La capacité du candidat à illustrer le sujet par des exemples est valorisée.

1. Résolution de problèmes à l'aide de graphes.
2. Dénombrement.
3. Expérience aléatoire, probabilité, probabilité conditionnelle.
4. Variable aléatoire discrète.
5. Loi binomiale.
6. Loi de Poisson, loi normale.
7. Variable aléatoire réelle à densité.
8. Statistique descriptive à une variable.
9. Séries statistiques à deux variables numériques.
10. Échantillonnage.
11. Estimation, ponctuelle ou par intervalle de confiance, d'un paramètre, tests d'hypothèse.
12. Multiples, diviseurs, division euclidienne.
13. PGCD, PPCM de deux entiers naturels.
14. Égalité de Bézout.
15. Nombres premiers, décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers.
16. Congruences dans Z.
17. Équations du second degré à coefficients réels ou complexes.
18. Module et argument d'un nombre complexe.
19. Transformations planes et nombres complexes.
20. Exemples d'utilisation des nombres complexes.
21. Algèbre linéaire en section de technicien supérieur.
22. Proportionnalité et linéarité.
23. Pourcentages.
24. Systèmes d'équations et systèmes d'inéquations.
25. Droites du plan.
26. Droites et plans de l'espace.
27. Droites remarquables du triangle.
28. Le cercle.
29. Solides de l'espace.
30. Barycentre.
31. Produit scalaire.
32. Théorème de Thalès.
33. Trigonométrie.
34. Relations métriques et trigonométriques dans un triangle.
35. Produit vectoriel, produit mixte.
36. Homothéties et translations.
37. Isométries planes.
38. Similitudes planes.
39. Problèmes de constructions géométriques.
40. Problèmes de lieux géométriques.
41. L'orthogonalité.
42. Suites monotones.
43. Convergence de suites réelles.
44. Suites arithmétiques, suites géométriques.
45. Suites de terme général a^n, n^p et $\ln n$ ($a \in \mathrm{R}^{+*}$; $p \in \mathrm{N}$; $n \in \mathrm{N}^*$).
46. Suites de nombres réels définies par une relation de récurrence.
47. Problèmes conduisant à l'étude de suites.

48. Limite d'une fonction réelle de variable réelle.
49. Théorème des valeurs intermédiaires.
50. Dérivabilité.
51. Fonctions polynômes du second degré.
52. Fonctions logarithmes.
53. Fonctions exponentielles.
54. Croissance comparée des fonctions réelles $x \mapsto \mathrm{e}^x$, $x \mapsto x^a$, $x \mapsto \ln x$.
55. Courbes planes définies par des équations paramétriques.
56. Intégrales, primitives.
57. Techniques de calcul d'intégrales.
58. Équations différentielles.
59. Problèmes conduisant à la résolution d'équations différentielles.
60. Problèmes conduisant à l'étude de fonctions.
61. Développements limités.
62. Séries numériques.
63. Séries de Fourier.
64. Transformation de Laplace.
65. Courbes de Bézier.
66. Exemples d'études de courbes.
67. Aires.
68. Exemples d'algorithmes.
69. Exemples d'utilisation d'un tableur.
70. Les différents types de raisonnement en mathématiques.
71. Applications des mathématiques à d'autres disciplines.

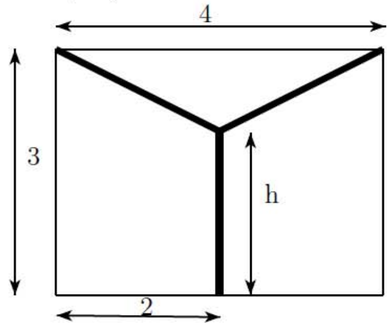
4.3 Énoncés de l'épreuve sur dossier

4.3.1 Exercice

Thème : optimisation

L'exercice

On souhaite mettre en place un système de collecte des eaux de pluie sur la façade d'une maison. Sur cette façade de forme rectangulaire, deux tuyaux obliques doivent récupérer les eaux de pluie pour les déverser dans un tuyau vertical aboutissant à un réservoir. Ci-dessous le plan de cette façade ainsi que quelques dimensions, exprimées en mètre. Les trois tuyaux apparaissent en gras.



On cherche pour quelle hauteur h du tuyau vertical la longueur totale de tuyau à acheter est minimale.

1. Calculer en fonction de h la longueur $L(h)$ totale de tuyau nécessaire.
2. On considère la fonction g définie par : $g(h) = \sqrt{h^2 - 6h + 13} + 2h - 6$. Étudier le signe de cette fonction.
3. Étudier les variations de la fonction L et conclure.

La réponse d'un élève à la question 2

$\sqrt{h^2 - 6h + 13} + 2h - 6 = 0$
$\sqrt{h^2 - 6h + 13} = -(2h - 6)$
$\sqrt{h^2 - 6h + 13} = 6 - 2h$
$h^2 - 6h + 13 = 36 - 24h + 4h^2$
$3h^2 - 18h + 23 = 0$
Les solutions sont $h_1 = 3 - \frac{2}{3}\sqrt{3}$ *et* $h_2 = 3 + \frac{2}{3}\sqrt{3}$
Donc le signe de la fonction g *est :*
$g \geqslant 0$ *pour* $h \in]-\infty; h_1] \cup [h_2; +\infty[$
$g \leqslant 0$ *pour* $h \in [h_1, h_2]$

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la production de l'élève en mettant en évidence ses connaissances et savoir-faire dans la résolution d'équations et d'inéquations.

2- Proposez une correction de la question 3 telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *optimisation*, dont l'un au moins amène les élèves à émettre une conjecture.

Thème : problèmes avec prise d'initiative

L'exercice

Sur l'autoroute, une voiture se trouve juste derrière un camion au moment où elle décide de s'arrêter sur une aire de repos. Le conducteur prend une pause de 10 minutes puis repart et règle son régulateur de vitesse sur 110 km/h. Le camion, quant à lui, roule à une vitesse constante de 90 km/h tout au long de son trajet. Au bout de combien de temps (et de combien de kilomètres) la voiture rattrapera-t-elle le camion ?

La solution proposée par trois élèves

Élève 1

La vitesse de la voiture est de 110 km/h, celle du camion de 90 km/h. On en déduit une fonction $f(x)$ qui calcule la distance parcourue par la voiture et une fonction $g(x)$ qui calcule celle du camion. Soit $f(x) = \frac{110}{60}x$ et $g(x) = \frac{90}{60}x$, où x est le temps en minutes. Sachant que la voiture fait une pause de 10 minutes, le camion prend alors une avance de $g(10) = 15km$. Or d'après le tableur :

min	$f(x)$	$g(x)$
45	$82,5$	$67,5$

Il y a exactement 15 km d'écart entre les deux véhicules au bout de 45 minutes. Il a donc fallu 45 minutes et $82,5$ km à la voiture pour rattraper le camion.

Élève 2

Quelle distance parcourt le camion en 10 minutes ?

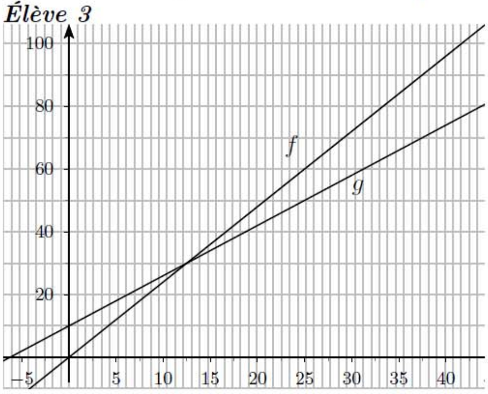
$\frac{10}{60} = 0,16$. $d = v \times t = 90 \times 0,16 = 15$ *km. Donc en 10 minutes, il parcourt 15 km.*

En combien de temps la voiture va-t-elle parcourir les 15 km pour rattraper le camion ?

$t = \frac{d}{v} = \frac{115}{110} = 0,13.$ *On convertit les heures en minutes* $: 0,13 = 8,18$ *min.*

La voiture met $8,18$ minutes en 15 km pour rattraper le camion.

Élève 3



f représente l'évolution en km de la voiture dans le temps et g celle du camion. On remarque qu'au bout de $12,5$ minutes la voiture rattrape le camion et que ça fait à peu près 30 km.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence ses réussites et en indiquant l'origine possible de ses éventuelles erreurs.

2- Corrigez cet exercice comme vous le feriez devant une classe de seconde.

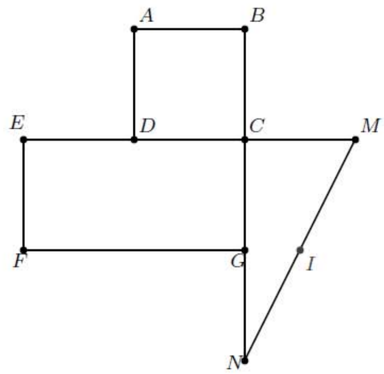
3- Proposez deux ou trois *problèmes avec prise d'initiative* dont l'un au moins pourrait être proposé en collège.

Thème : géométrie analytique

L'exercice

Dans la figure ci-contre :
- $ABCD$ est un carré ;
- $ECGF$ est un rectangle ;
- les points B, C, G, N sont alignés ;
- les points E, D, C, M sont alignés ;
- $DC = DE = EF = CM = GN$.
- I est le milieu du segment $[MN]$.

Les droites (AM) et (EI) sont-elles parallèles ?
On pourra se placer dans le repère (D, C, A).



Les réponses proposées par quatre élèves

Élève 1

Les droites ne se croisent pas sur le dessin, sauf si on les prolonge. Donc, oui elles sont parallèles.

Élève 2

On a $\overrightarrow{AM}\,(2; -1)$ *et* $\overrightarrow{EI}\,(2,5; -1)$.
Les vecteurs ne sont pas égaux, donc les droites ne sont pas parallèles.

Élève 3

$AM = \sqrt{5}$ *et* $IE = \sqrt{(-1 - 1,5)^2 + (0 + 1)^2} = \sqrt{7,25}$.
Les longueurs sont différentes, donc les droites ne sont pas parallèles.

Élève 4

Pour (AM), *on avance de deux et on descend de 1, alors que pour* (EI), *quand on avance de deux, on descend de moins de 1, donc les droites ne sont pas parallèles.*

Le travail à exposer devant le jury

1- Analyser les productions des élèves, en précisant les connaissances et savoir-faire mis en œuvre dans le domaine de la géométrie analytique.

2- Proposer une correction de cet exercice telle que vous la présenteriez devant la classe, en tenant compte des différentes réponses obtenues.

3- Proposez deux ou trois exercices de géométrie analytique.

Thème : algorithmique

L'exercice

On s'intéresse à l'algorithme suivant.

```
Entrer un entier naturel non nul n
    Tant que n ≠ 20 faire
        Si n < 20 alors faire n ← 2 × n
                sinon faire n ← n − 4
        Fin Si
    Fin Tant que
Afficher n
```

1) Tester l'algorithme sur plusieurs entiers.
2) Émettre une conjecture concernant cet algorithme et la prouver.
3) Modifier l'algorithme pour qu'il affiche le nombre de boucles effectuées.

Des réponses proposées par trois élèves

Elève 1

1) J'ai testé avec 4, j'ai obtenu 8, avec 32, j'ai obtenu 28 et avec 10, j'ai obtenu 20.

Elève 2

2) L'algorithme finit toujours par afficher 20, même si ça prend du temps avec les grands nombres. En fait, pour les grands nombres, on enlève toujours 4, on finit donc par revenir vers des nombres qu'on a déjà testé avant. J'ai testé 1,2,3,...jusqu'à 20. Cela suffit pour montrer que la conjecture est en fait un théorème.

Elève 3

3) J'ai rajouté après le "fin si" l'instruction $k \leftarrow k+1$, et j'ai demandé l'affichage de k après celui de n, mais ça me donne des résultats bizarres. C'est peut-être un bug de la machine.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence ses compétences dans le domaine de la logique et de l'algorithmique.

2- Proposez une correction de la question 2 telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.

3- Présentez deux ou trois exercices faisant intervenir un algorithme.

Thème : arithmétique

L'exercice

1. On considère l'équation (E) : $17x - 24y = 9$ où x et y sont des entiers relatifs.
   a) Vérifier que le couple $(9; 6)$ est solution de l'équation (E).
   b) Résoudre l'équation (E).
2. Le 1er juin 2012, les participants d'un club d'astronomie ont observé le corps céleste $\mathcal{A}$, qui apparaît tous les 51 jours.
   Le 28 juin 2012, ils ont observé le corps céleste $\mathcal{B}$, qui apparaît tous les 72 jours.
   a) À quelle date devront-ils fixer une nouvelle réunion pour observer simultanément les deux corps ?
   b) Un membre du club, qui ne pourra pas être présent à cette date, aura-t-il la possibilité d'observer une nouvelle conjonction des deux corps avant fin 2016 ?

La solution proposée par un élève aux questions 1.b) et 2.a)

1.b) D'après 2.a), on a : $17x - 24y = 17 \times 9 - 24 \times 6$, *soit* $17(x-9) = 24(y-6)$.
Ainsi, 17 *divise* $24(y-6)$, *or* 17 *et* 24 *sont premiers, donc* 17 *divise* $y - 6$, *avec Gauss.*
D'où l'existence d'un entier k *tel que* $y - 6 = 17k$.
On trouve de même l'existence d'un entier k *tel que* $x - 9 = 24k$.
Donc les solutions de E sont des couples de la forme $(9 + 24k, 6 + 17k)$, *où* k *est un entier.*

2.a)Le corps céleste $\mathcal{B}$ *est observé* 27 *jours plus tard, d'où* $t = 51x = 72y + 27$ *et* $17x - 24y = 9$.
De plus d'après 1.a), on a $x = 9$ *et* $y = 6$. *Comme le PPCM de* 9 *et* 6 *vaut* 18, *on pourra observer simultanément les deux corps le* 16 *juillet* 2012.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez le raisonnement de l'élève dans chacune de ses réponses.

2- Proposez une correction de la question 2 telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème de l'arithmétique, dont l'un au moins fait appel à la mise en œuvre d'un algorithme.

Thème : optimisation

L'exercice

À partir de l'extrait de manuel donné ci-dessous, un professeur a proposé à ses élèves l'exercice suivant :

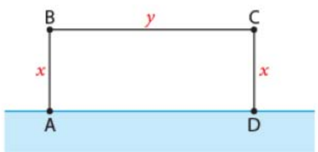
On note f la fonction définie sur $[1;100]$ par $f(x) = 2x + \dfrac{1800}{x}$ et, pour tout réel x de $[1;100]$, on pose : $g(x) = f(x) - f(30)$.

1. Montrer que l'on peut écrire $g(x) = \dfrac{h(x)}{x}$
2. Déterminer une forme développée de $h(x)$.
3. Déterminer alors une forme factorisée de $h(x)$. (On pourra commencer par mettre 2 en facteur dans la forme développée précédente puis on factorisera la partie restante.)
4. En déduire le signe de $g(x)$ pour tout réel x de $[1;100]$.
5. Montrer alors que f admet un minimum sur $[1;100]$ dont on donnera la valeur. Préciser aussi pour quelle valeur de x ce minimum est atteint.

Un extrait de manuel

On veut réserver une zone rectangulaire d'aire 1 800 m² pour créer une cressonnière au bord d'une rivière.
On souhaite l'entourer de grillage sauf le long de la rivière.

Problème étudié
Quelles sont les dimensions de la zone qui nécessitent le moins de grillage possible ? ■



Extrait de math'x seconde

Le travail à exposer devant le jury

1- Comparer les compétences développées par les deux versions de l'exercice (professeur/manuel).

2- Proposez une correction des questions 3 et 5 de l'exercice du professeur telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème optimisation.

Thème : équations différentielles

L'exercice suivant a été donné en section de technicien supérieur (STS).

L'exercice

Soit (E) l'équation différentielle $y' + y = 1 - \mathrm{e}^{-x}$.

1) Résoudre l'équation différentielle (E_1) $y' + y = 0$.
2) Déterminer une fonction u définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x) = u(x)\mathrm{e}^{-x}$ soit une solution de (E).
3) Déterminer l'ensemble des solutions de (E).
4) Déterminer la fonction g, solution particulière de (E), vérifiant la condition initiale $g'(0) = 0$.
5) Déterminer les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$.
6) Déterminer les variations de g.
7) Construire la courbe représentative de g dans le plan muni d'un repère orthonormal.

Un extrait des programmes de BTS

Équations différentielles

On s'attachera à relier les exemples étudiés avec les enseignements de physique, mécanique et technologie, en faisant saisir l'importance de l'étude de phénomènes continus définis par une loi d'évolution et une condition initiale, et en faisant ressortir la signification ou l'importance de certains paramètres ou phénomènes : stabilité, oscillation, amortissement, fréquences propres, résonance,...
a) Résolution des équations linéaires du premier ordre $a(t)x'(t) + b(t)x(t) = c(t)$.
On se placera dans le cas où a, b, c sont des fonctions dérivables à valeurs réelles et on cherchera les solutions sur un intervalle où a ne s'annule pas.
b) Résolution des équations linéaires du second ordre à coefficients réels constants, dont le second membre est une fonction exponentielle-polynôme $t \mapsto \mathrm{e}^{at}P(t)$, où $a \in \mathbb{C}$.

Travaux pratiques

1° Résolution d'équations différentielles linéaires du premier ordre.
2° Résolution d'équations différentielles linéaires du second ordre.
Pour les TP 1° et 2° :
toutes les indications permettant d'obtenir une solution particulière seront données. [...]

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez dans quelle mesure cet exercice correspond au référentiel du BTS.
2- Proposez une correction des questions 2), 3) et 4) telle que vous la proposeriez à des élèves de BTS.
3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *équations différentielles*, dont l'un au moins au niveau BTS.

Thème : utilisation d'un tableur

L'exercice

Voici un problème proposé par Leonhardt Euler dans son ouvrage *Introduction à l'analyse infinitésimale* (1748, traduction de J-B.Labey,1796).
Un particulier doit 400 000 florins, dont il est convenu de payer tous les ans l'intérêt à 5 pour cent ; il acquitte tous les ans 25 000 florins ; on demande après combien d'années la dette sera entièrement éteinte.

Les comptes rendus de trois élèves de lycée

Élève 1

Les intérêts représentent chaque année 20000 florins. Sur les 25000 florins acquittés chaque année, 5000 florins servent au remboursement. 400 000÷5 000=80, la dette sera éteinte au bout de 80 ans.
Vous m'avez demandé si j'étais bien sûr, mais je pense que c'était un piège, je pense que j'ai la bonne réponse.

Élève 2

J'ai utilisé le tableur. En B2, j'ai rentré $\boxed{=400000}$. *En C2, j'ai rentré* $\boxed{=25000}$, *en D2,* $\boxed{=0,05*B2}$, *en E2,* $\boxed{=C2\text{-}D2}$ *et en B3,* $\boxed{=B2\text{-}E2}$. *Après j'ai utilisé la poignée de recopie.*
Je m'aperçois qu'au début de la 34° année, la somme restant à payer est négative. Le particulier remboursera donc pendant 33 ans, et il aura un petit bonus la dernière année.

Élève 3

En cherchant avec le tableur, j'ai vu que la somme payée par le particulier qui n'est pas mangée par les intérêts forme une suite géométrique de raison 1,05 !!! J'ai vérifié en faisant le quotient pour les dix premiers termes et en demandant 12 chiffres d'affichage (avec plus, cela aurait marché aussi).
J'ai ensuite utilisé la formule du cours, et ça m'a amené à :

$$5000 \times \frac{1,05^n - 1}{1,05 - 1} = 400\,000$$

et je suis resté bloqué là, même si vous m'avez dit de réfléchir, je n'ai pas trouvé.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les productions d'élèves au regard des programmes officiels, en mettant notamment en évidence leur capacité à *chercher, expérimenter, modéliser, raisonner* et *démontrer.*

2- Proposez une démonstration aboutie telle que vous la présenteriez devant une classe, dont vous préciserez le niveau.

3- Proposez deux ou trois problèmes où l'utilisation d'un tableur est pertinente.

Thème : probabilités

L'exercice

On lance deux dés équilibrés à 6 faces, l'un est rouge et l'autre est noir. On s'intéresse à la somme des nombres qui apparaissent sur la face du dessus.
Le dé rouge porte sur ses faces les numéros : $1; 1; 2; 3; 4; 4$.
Le dé noir porte sur ses faces les numéros : $2; 2; 3; 4; 5; 5$.

1) Combien y-a-t-il d'issues ? Sont-elles équiprobables ?
2) Obtient-on plus souvent une somme supérieure ou égale à 7 ou bien une somme inférieure ou égale à 7 ?

La solution proposée par trois élèves

Élève 1

1) Il y a 36 issues équiprobables car les deux dés ont 6 faces chacun.
2) "la somme est supérieure à 7" est le contraire de l'événement "la somme est inférieure à 7". Ainsi $p(S < 7) = 1 - p(S > 7)$ *et donc* $p(S < 7) = p(S > 7) = 0,5$.

Elève 2

1)

Dé rouge	1	1	2	3	4	4
Dé noir	2	2	3	4	5	5
Somme	3	3	5	7	9	9

Les sommes probables sont donc $3, 5, 7$ *et* 9.
Il n'y a pas équiprobabilité car 3 *arrive 2 fois et* 5 *une fois.*
2) On obtient plus souvent une somme inférieure ou égale à 7 *(dans 4 cas) qu'une somme supérieure ou égale à* 7 *(dans 3 cas).*

Elève 3

1) Il y a 7 issues probables : $3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$. *La loi de probabilité est équirépartie car les dés sont équilibrés.*
2) À l'aide d'un arbre, je vois qu'on obtient plus souvent une somme inférieure ou égale à 7 *(dans 28 cas) qu'une somme supérieure ou égale à* 7 *(dans 13 cas).*

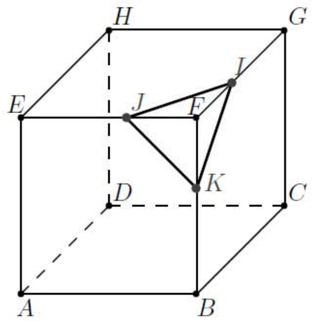
Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence les compétences acquises dans le domaine des probabilités et en précisant l'origine de ses éventuelles erreurs.
2- Proposez une correction de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de seconde.
3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *probabilités*, dont l'un au moins nécessite la mise en œuvre d'une simulation à l'aide d'un tableur.

Thème : géométrie dans l'espace

L'exercice

Soit $ABCDEFGH$ un cube dont l'arête mesure 1 cm, On place les points I, J et K respectivement sur les arêtes $[FG], [FE]$ et $[FB]$ tels que $FI = FJ = FK = x$ où x est un réel donné strictement positif inférieur à la longueur de l'arête du cube.



1) Quelle est la nature du triangle IJK ?
2) Déterminer en fonction de x le volume du tétraèdre $FIJK$.
3) La perpendiculaire menée par F au plan (IJK) coupe ce plan au point M. La hauteur FM du tétraèdre $IJKF$ est-elle proportionnelle à la mesure de la longueur FI ?

La réponse de trois élèves à la question 3)

Elève 1

La hauteur FM augmente avec le côté FI, donc elle est proportionnelle.

Elève 2

Je pense que le point M se trouve au centre du triangle équilatéral IJK.
Je calcule la longueur FM lorsque $x = 1$. Le triangle GEB est équilatéral de côté $\sqrt{2}$.
$GM = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{2}$*cm. Le triangle FMG est rectangle en M. On a donc : $FG^2 = FM^2 + GM^2$. J'obtiens*
$FM^2 = 1 - \frac{6}{9} = \frac{1}{3}$. *D'où* $FM = \sqrt{\frac{1}{3}}$

Si je prends $x = 0,5$ alors j'obtiens une figure deux fois plus petite et donc $FM = \frac{1}{2} \times \sqrt{\frac{1}{3}}$ *donc c'est proportionnel.*

Elève 3

J'ai utilisé un logiciel de géométrie. J'ai construit M, le projeté orthogonal de F sur le plan IJK et j'ai fait afficher la longueur FM En faisant varier la longueur FI, j'obtiens le tableau suivant

x	1	0,5	0,8
FM	0,58	0,29	0,46

Ce tableau est un tableau de proportionnalité donc la réponse est oui

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez et commentez les raisonnements des trois élèves.
2- Proposez une correction de la question 3) telle que vous la présenteriez à des élèves de seconde.
3- Présentez deux ou trois problèmes sur le thème *géométrie dans l'espace*.

Thème : suites

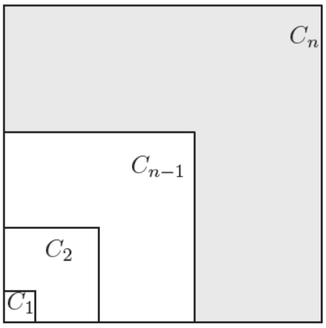
Un professeur envisage de faire calculer à ses élèves la somme des cubes des n premiers entiers naturels non nuls. Il hésite entre les deux exercices suivants.

Le premier exercice

1) On pose pour tout entier naturel n non nul : $S_n = 1^2 + 2^2 + ... + n^2$.
   a) Montrer que pour tout nombre entier i compris entre 1 et n : $(i+1)^3 - i^3 = 3i^2 + 3i + 1$.
   b) Sommer les égalités obtenues, pour i compris entre 1 et n. En déduire que $S_n = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
2) On note $Z_n = 1^3 + 2^3 + ... + n^3$.
   Développer $(i+1)^4 - i^4$. En déduire l'expression de Z_n.

Le deuxième exercice

Pour tout entier naturel non nul n, on note u_n la somme des entiers de 1 à n.
On construit C_1, carré de côté u_1, C_2 carré de côté u_2,..., C_n carré de côté u_n en les emboîtant comme sur la figure ci-dessous.



1) *a) Calculer l'aire des carrés C_1, C_2, C_3.*
   b) Démontrer que pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, l'aire de C_n est égale à $\dfrac{n^2(n+1)^2}{4}$.
   c) En déduire que pour pour tout entier naturel $n \geqslant 1$, l'aire de la bande grisée délimitée par les carrés C_n et C_{n-1} est égale à n^3.

2) Déterminer une expression simple de la somme des cubes des n premiers entiers.

D'après Hyperbole première S (éditions Nathan)

Le travail à exposer devant le jury

1- Exposez les raisons qui peuvent amener le professeur à choisir l'un ou l'autre des exercices.
2- Démontrez la formule de la somme des cubes, comme vous le feriez devant une classe, en suivant la méthode de votre choix.
3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *suites* dont l'un au moins peut donner lieu à une approche géométrique.

Thème : géométrie plane

L'exercice

Tracer un cercle de centre O, et placer un point A à l'intérieur du disque ainsi défini.
Choisir un point M sur le cercle, et construire le symétrique M' de A par rapport à M.
Recommencer avec d'autres points du cercle.

Que fait M' quand M parcourt le cercle ?
On pourra construire le symétrique de A par rapport à O.

Un extrait du préambule des programmes de collège

1. Divers aspects d'une démarche d'investigation.
Cette démarche s'appuie sur le questionnement des élèves sur le monde réel (en sciences expérimentales et en technologie) et sur la résolution de problèmes (en mathématiques). Les investigations réalisées avec l'aide du professeur, l'élaboration de réponses et la recherche d'explications ou de justifications débouchent sur l'acquisition de connaissances, de compétences méthodologiques et sur la mise au point de savoir-faire techniques.[...]
Une séance d'investigation doit être conclue par des activités de synthèse et de structuration organisées par l'enseignant, à partir des travaux effectués par la classe. Celles-ci portent non seulement sur les quelques notions, définitions, résultats et outils de base mis en évidence, que les élèves doivent connaître et peuvent désormais utiliser, mais elles sont aussi l'occasion de dégager et d'expliciter les méthodes que nécessite leur mise en œuvre.

Le travail à exposer devant le jury

1- Proposez le scénario d'une séance permettant d'engager les élèves dans une démarche d'investigation prenant appui sur l'exercice.

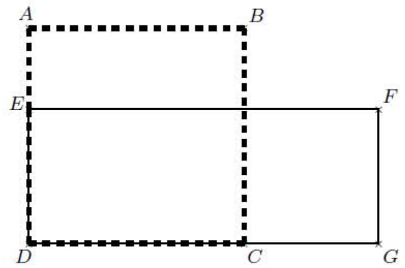
2- Exposez une correction de l'exercice comme vous le feriez devant une classe de collège.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *géométrie plane*, dont l'un au moins peut être le support d'une démarche d'investigation.

Thème : problèmes conduisant à la résolution d'équations

L'exercice

Le dessin ci-contre représente une figure composée d'un carré $ABCD$ et d'un rectangle $DEFG$.
E est un point du segment $[AD]$.
C est un point du segment $[DG]$.
Dans cette figure, la longueur AB peut varier mais on a toujours $AE = 15\,cm$ et $CG = 25\,cm$.



1) Dans cette question, on suppose que $AB = 40\,cm$.
   a) Calculer l'aire du carré $ABCD$.
   b) Calculer l'aire du rectangle $DEFG$.
2) Peut-on trouver la longueur AB de sorte que l'aire du carré $ABCD$ soit égale à l'aire du rectangle $DEFG$?
   Si oui, calculer AB. Si non, expliquer pourquoi.
   Si le travail n'est pas terminé, laisser tout de même une trace de la recherche. Elle sera prise en compte.

La réponse de trois élèves à la question 2).

Elève 1
J'ai fait un tableau avec plusieurs valeurs, on voit que les deux aires vont être égales à un moment.

AB	*aire du carré ABCD*	*aire du rectangle DEFG*
40	1600	1625
30	900	825
35	1225	1200

J'ai essayé pile entre 35 *et* 40 *:* 37,5. *C'est la bonne réponse !*

Elève 2
J'ai appelé I l'intersection de (EF) et (BC). Les deux aires sont égales si les rectangles $ABIE$ et $CGFI$ ont la même aire. Il faut donc que $15 \times AB = 25 \times GF$. C'est vrai pour $AB = 5$ et $GF = 3$. Donc il y a bien une solution.

Elève 3
Pour que les deux figures aient la même aire, il faut au moins qu'elles soient toutes les deux des carrés, mais ça n'est pas possible. Le problème n'a pas de solution.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les productions des trois élèves, et indiquez pour chacun comment vous pourriez l'aider à améliorer son raisonnement.
2- Proposez une correction de la question 2) telle que vous la présenteriez à des élèves de collège.
3- Présentez deux ou trois *problèmes pouvant conduire à la résolution d'équations.*

Thème : conjecture et démonstration

L'exercice

Le périmètre d'un triangle isocèle vaut 1.
Rechercher quelles doivent être les dimensions de ce triangle pour que son aire soit la plus grande possible.

La solution proposée par un élève de première

> *Je résous le problème avec un logiciel de géométrie : je construis la figure avec un curseur a entre* 0 *et* 1*, qui représente la longueur des deux côtés égaux, la troisième longueur est alors* $1-2a$
> *Je ne peux construire ce triangle, à l'aide de cercles, que si a est entre* $0,25$ *et* $0,5$.
>
> *Je demande l'aire du triangle et en faisant varier la valeur du curseur, j'obtiens une aire maximale de* $0,04808$ *si $a = 0,33$, soit le tiers du périmètre. Il faut donc que le triangle soit équilatéral pour avoir une aire maximale qui est alors égale à* $0,04808$

Le travail à exposer devant le jury

1- Indiquez les aspects positifs de la production de cet élève et précisez l'aide que vous pourriez lui apporter.

2- Proposez une solution de l'exercice telle que vous l'exposeriez devant une classe de terminale scientifique.

3- Présentez deux ou trois exercices donnant lieu à une conjecture suivie d'une démonstration.

Thème : probabilités, échantillonnage

L'exercice

Un laboratoire souhaite déterminer si un objet est radioactif. Pour cela, il utilise un compteur Geiger. Cet appareil compte les coups provoqués par la désintégration de particules. Ces coups peuvent être dus à la radioactivité de l'objet, ou être provoqués par un bruit de fond parasite. Chaque centième de seconde, la probabilité que l'appareil capte un coup dû au bruit de fond est égale à $0,03$.

L'objet a été placé pendant dix secondes dans une pièce isolée et, durant ces dix secondes, le compteur a dénombré 37 coups. On cherche à savoir si ce résultat permet d'affirmer que l'objet est radioactif.

1) a) Simuler à l'aide d'un tableur le nombre de coups provoqués par le bruit de fond pendant une plage de 10 secondes.
   b) Organiser 200 simulations analogues. Un comptage de 37 coups en dix secondes semble-t-il exceptionnel ? Que peut-on conjecturer sur la radioactivité de l'objet ?
2) On fait l'hypothèse, notée (H_0) que l'objet n'est pas radioactif. Soit X la variable aléatoire qui décompte le nombre de coups provoqués par le bruit de fond pendant une plage de 10 secondes.
   a) Préciser la loi de la variable X et donner ses paramètres.
   b) Déterminer le plus petit entier N tel que $P(X \leqslant N) \geqslant 0,95$.
   c) On décide de rejeter l'hypothèse (H_0) si le nombre de coups mesurés par le compteur sur cet objet, placé pendant 10 secondes dans une pièce isolée, est supérieur ou égal à $N + 1$. Que peut-on en conclure quant à l'objet pour lequel on a mesuré 37 coups ?

La solution proposée par trois élèves à la question 1.b).

Élève 1

Sur 200 simulations, j'ai obtenu une seule fois 37 coups. C'est très exceptionnel, donc les coups observés sur l'objet prouvent qu'il est radioactif.

Élève 2

En simulant sur le tableur, on a eu 37 coups et même plus pour 19 expériences, ça fait à peu près 10% de toutes les simulations. 10% c'est peu mais ce n'est pas une exception. On ne peut rien dire.

Élève 3

En théorie, on doit obtenir 30 coups. J'ai obtenu un nombre de coups assez loin de 30 plusieurs fois. On ne peut pas savoir si c'est exceptionnel car pour cela il faut connaître l'écart-type. Dans une simulation, on ne peut pas connaître l'écart-type, donc je ne peux pas répondre en étant sûr.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la production de chaque élève en mettant en évidence la pertinence de sa démarche, l'origine de ses éventuelles erreurs de raisonnement et les moyens d'y remédier.

2- Proposez une correction de la question 2 telle que vous l'exposeriez devant une classe.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *probabilités et échantillonnage*, dont l'un au moins nécessite la mise en œuvre d'une simulation.

4.3.2 Agir en fonctionnaire de l'État

Thème : évaluation des élèves

Exposé du cas

Dans votre collège, lors de plusieurs conseils de classe du premier trimestre, les délégués des parents d'élèves ont fait part de leur inquiétude concernant les résultats en mathématiques. Suite à ces remarques, le principal a chargé l'équipe des professeurs de mathématiques de construire un projet ayant pour objectif de faire évoluer l'évaluation des élèves.

Question

Quelles propositions pourriez-vous faire pour répondre à cette demande ?

Documentation fournie avec le sujet

Document 1 : extrait du préambule du programme de collège de l'enseignement de mathématiques (BO spécial n°6 du 28 août 2008)

L'évaluation (qui ne se réduit pas au contrôle noté) n'est pas un à côté des apprentissages. Elle doit y être intégrée et en être l'instrument de régulation, pour l'enseignant et pour l'élève. Elle permet d'établir un constat relatif aux acquis de l'élève, à ses difficultés. Dans cette optique, le travail sur les erreurs constitue souvent un moyen efficace de l'action pédagogique. L'évaluation ne doit pas se limiter à indiquer où en est l'élève ; elle doit aussi rendre compte de l'évolution de ses connaissances, en particulier de ses progrès.
L'évaluation de la maîtrise d'une capacité par les élèves ne peut pas se limiter à la seule vérification de son fonctionnement dans des exercices techniques. Il faut aussi s'assurer que les élèves sont capables de la mobiliser d'eux-mêmes, en même temps que d'autres capacités, dans des situations où leur usage n'est pas explicitement sollicité dans la question posée.

Document 2 : extrait du document ressource pour le socle commun dans l'enseignement des mathématiques au collège (mai 2011)

Trop d'élèves de collège se révèlent incapables de réussir les devoirs de contrôle destinés à mesurer la maîtrise du programme. Le socle commun ayant vocation à permettre à tout élève de tirer profit de l'enseignement reçu, on doit donc, pour les élèves en difficulté sur les acquisitions prévues par le programme, pouvoir évaluer les capacités qu'ils ont construites. [...] Par ailleurs, l'évaluation de compétences est par nature positive : elle consiste à attester, au fur et à mesure de leur construction par un élève, la maîtrise de diverses compétences. Il s'agit donc de pointer des réussites progressives et non des manques.

Thème : accompagnement personnalisé

Exposé du cas

Afin de préparer l'organisation de l'accompagnement personnalisé dans les classes de seconde du lycée où vous êtes nouvellement nommé(e), vous participez à une réunion de l'équipe pédagogique. Le but est d'élaborer un projet qui sera ensuite soumis au conseil pédagogique.

Question

Comment l'équipe des professeurs de mathématiques peut-elle contribuer à la mise en œuvre de l'accompagnement personnalisé ?

Documentation fournie avec le sujet

Extrait de la circulaire n°2010-013 du 29 janvier 2010 sur l'accompagnement personnalisé au lycée d'enseignement général et technologique.

[...] Principes de l'accompagnement personnalisé.

L'accompagnement personnalisé est un temps d'enseignement intégré à l'horaire de l'élève qui s'organise autour de trois activités principales : le soutien, l'approfondissement et l'aide à l'orientation. Distinct du face-à-face disciplinaire, il s'adresse à tous les élèves tout au long de leur scolarité au lycée.
L'horaire prévu est pour chaque élève de 72 heures par année. Cette enveloppe annuelle, qui correspond à deux heures hebdomadaires, peut être modulée en fonction des choix pédagogiques de l'établissement. L'accompagnement personnalisé est conduit de manière privilégiée dans le cadre de groupes à effectifs réduits. Il peut, par exemple, prendre la forme d'un suivi plus particulier d'un ou de quelques élèves, via l'usage des technologies de l'information et de la communication. Dans tous les cas, la liberté d'initiative et d'organisation reconnue aux équipes pédagogiques doit leur permettre de répondre de manière très diversifiée aux besoins de chaque élève avec toute la souplesse nécessaire.
Au sein de l'établissement, l'accompagnement personnalisé doit être construit de façon cohérente avec le tutorat, les stages de remise à niveau ou les stages passerelles. Tous doivent concourir à un meilleur accompagnement et à une meilleure orientation pour chaque élève. [...]

Thème : accès des filles aux filières scientifiques

Exposé du cas

Dans le lycée où vous venez d'être affecté(e), les filles représentent 82 % des élèves de première L et 63% des élèves de première ES, alors qu'elles ne sont que 38% en première S et 7% en première STI2D.
Une enquête réalisée l'année précédente dans l'établissement a mis en évidence que ces disparités ne proviennent pas de différences sur le plan des compétences, mais résultent de choix d'orientation spécifiques.

Question

Le proviseur vous demande de faire partie d'un groupe de travail pour faire évoluer cette situation. Quelles propositions pourriez-vous faire dans ce cadre ?

Documentation fournie avec le sujet

L'influence du genre : une question toujours d'actualité (ONISEP, L'orientation au lycée, janvier 2007)

La convention interministérielle du 25 février 2000, relative à la promotion de l'égalité entre les filles et les garçons, les femmes et les hommes dans le système éducatif est le fruit d'une réflexion et surtout d'un constat dérangeant : les filles et les garçons partagent les mêmes salles de classe depuis 1975, disposent du même enseignement, accèdent en théorie au mêmes études... Mais ils n'ont pas des destinées scolaires identiques et ne présentent pas les mêmes caractéristiques au niveau de leur orientation ; ce qui influence directement leur insertion professionnelle.
Malgré les progrès accomplis et la vigilance de beaucoup d'acteurs, pourquoi...
- à copie égale une fille et un garçon n'obtiennent pas la même note ?
- lors des conseils de classes observe-t-on des orientations différentes selon que l'on soit une fille ou un garçon, alors que les résultats et les envies sont identiques ?
- les filles sont minoritaires dans les filières « d'excellence » alors qu'elles sont plus nombreuses à être bachelières avec de meilleurs résultats ?
- sont-elles plus souvent au chômage ?
- ont-elles des salaires inférieurs de 20% à celui des hommes ?...

Et la liste est encore longue !!!!

Thème : liaison école-collège

Exposé du cas

Vous êtes professeur de mathématiques en collège. Alerté par les résultats des élèves à l'épreuve de mathématiques du diplôme national du brevet (DNB), le principal souhaite engager une action en direction des élèves les plus en difficulté. Pour cela, en concertation avec l'inspecteur de l'éducation nationale (IEN) de la circonscription, il décide de centrer le travail des commissions de liaison CM2-6° de fin d'année sur les mathématiques.

Question

Quelles propositions pouvez-vous faire pour l'organisation et le travail de ces commissions ?

Documentation fournie avec le sujet

Extrait de la circulaire n° 2011-126 du 26-8-2011

La liaison entre l'école et le collège [...] est aujourd'hui un des moyens de mettre en œuvre l'école du socle commun. De nombreuses circonscriptions et de nombreux collèges ont engagé une réflexion commune souvent coordonnée aux niveaux départemental et académique qui génère des actions de qualité pour améliorer la continuité de la scolarité obligatoire, en s'appuyant sur des cultures professionnelles différentes mais complémentaires. Il importe d'accompagner les équipes pédagogiques des premier et second degrés dans la mise en œuvre d'une action pédagogique commune qui permettra à chaque élève de réussir sa scolarité au collège et de la poursuivre au lycée.

1 **Favoriser la continuité des apprentissages.**
1.1 Le livret personnel de compétences, outil de liaison et de continuité.
1.2 Le repérage des élèves en difficulté.
1.3 Des commissions de liaison.
1.3.1 Définition de la mission.
1.3.2 Les outils de personnalisation des parcours.
1.3.3 Calendrier.
1.4 Former progressivement les élèves aux exigences
méthodologiques du collège.

2 **Favoriser le travail en commun des enseignants.**
2.1 Une meilleure connaissance des attendus, des contenus et des programmes respectifs.
2.2 Mise en place de projets interdegrés pour partager les cultures pédagogiques.
2.3 Formation des enseignants.

Thème : intégration des TICE

Exposé du cas

Votre établissement vient de bénéficier d'une importante dotation du conseil général en ordinateurs, logiciels, tableaux interactifs. Lors de la réunion de rentrée, le principal insiste sur le fait que le collège doit développer l'usage pédagogique des techniques d'information et de communication pour l'enseignement (TICE) et demande à chacun de s'engager sur cet axe du projet d'établissement.

Question

En tant que professeur de mathématiques, comment pouvez-vous apporter une contribution en vue de répondre à cette demande ?

Documentation fournie avec le sujet

Extrait de la circulaire n° 2011-126 du 26-8-2011

Extrait d'une étude Eurydice
«L'utilisation des ordinateurs à la maison pour les travaux scolaires demeure relativement faible. Le nombre d'étudiants qui consultent au moins une fois par semaine l'Internet pour les travaux scolaires est de 46% alors qu'il est de 83% pour le plaisir. En ce qui concerne le courrier électronique, 37% l'utilisent une fois par semaine pour les travaux scolaires et 67% l'utilisent en général.

Les TIC comme outils d'enseignement et d'apprentissage sont largement encouragées au niveau central, mais le fossé avec leur mise en œuvre reste important.
Environ 60% des étudiants en moyenne dans l'union européenne ont des enseignants qui n'ont jamais exigé d'utiliser un ordinateur pour étudier des phénomènes naturels dans le cadre de simulations et 51% ont des enseignants qui ne leur ont jamais demandé d'utiliser un ordinateur pour réaliser des procédures ou des expériences scientifiques.
Moins de disparité entre les écoles dans l'équipement mais un manque de logiciels d'apprentissage et de personnel d'encadrement. En moyenne, environ 55% des étudiants de 4e année et 45% des étudiants de 8e année disposent d'ordinateurs pour les cours de mathématiques. Les chefs d'établissements qui ont participé à l'enquête internationale TIMSS 2007 (Trends in International Mathematics and Science Study) ont affirmé que le manque ou l'inadéquation des logiciels informatiques et le manque de personnel de soutien pour les TIC a considérablement affecté l'enseignement des mathématiques et des sciences de 40% des étudiants. Diverses méthodes d'enseignement innovantes basées sur un apprentissage actif et expérientiel sont largement encouragées en Europe. La grande majorité des pays recommande ou suggère différentes approches pédagogiques innovantes permettant aux étudiants d'apprendre de manière pertinente par rapport à leur milieu culturel, à leurs expériences et intérêts. En outre, ces méthodes d'enseignement peuvent être encouragées par l'utilisation des TIC avec l'objectif d'accroître la participation des étudiants et d'améliorer leurs résultats.

Les enseignants acquièrent les compétences d'enseignement des TIC essentiellement lors de leur formation initiale, moins au cours de leur développement professionnel.
Dans un peu plus de la moitié des pays européens, les réglementations stipulent que les TIC sont incluses dans les connaissances et les compétences que les enseignants doivent acquérir lors de leur formation initiale.»

Thème : vie scolaire

Exposé du cas

Votre séance de cours est perturbée par trois élèves auxquels vous demandez leur carnet de liaison. En fin d'heure, les élèves passent à votre bureau pour reprendre leur carnet qui comporte une note de votre part à l'attention de leurs parents. En retournant à sa place, l'un d'eux profère une insulte. Lorsque vous lui demandez de s'expliquer, il nie et vous demande de prendre la classe à témoin pour l'innocenter.

Question

Comment réagissez-vous et quelles suites comptez-vous donner à l'incident ?

Documentation fournie avec le sujet

Décret n°2011-728 du 24 juin 2011 relatif à la discipline dans les établissements d'enseignement du second degré

Publics concernés : chefs d'établissements, personnels des collèges et des lycées, élèves et parents d'élèves.
Objet : règlement intérieur des collèges et lycées, sanctions et procédures disciplinaires, mesures d'accompagnement et alternatives aux sanctions.
Entrée en vigueur : 1er septembre 2011.
Notice : le décret modifie certaines dispositions du code de l'éducation relatives à la discipline dans les établissements publics locaux d'enseignement.
L'engagement d'une action disciplinaire sera automatique dans certains cas de violences verbales, physiques ou d'autres actes graves.
Afin de responsabiliser les élèves sur les conséquences de leurs actes, une nouvelle sanction, appelée « mesure de responsabilisation », est crée. Cette sanction consiste à participer, en dehors des heures d'enseignement, à des activités de solidarité, culturelles ou de formation à des fins éducatives. Ces activités peuvent être réalisées au sein de l'établissement ou au sein d'une association, d'une collectivité territoriale, d'un groupement rassemblant des personnes publiques ou d'une administration de l'Etat. Pour rendre à l'exclusion son caractère exceptionnel, l'exclusion temporaire de l'établissement ne pourra excéder huit jours, au lieu d'un mois auparavant. L'exclusion temporaire de la classe (d'une durée de huit jours au plus) est ajoutée à l'échelle des sanctions. Dans ce cas l'élève continue à être accueilli dans l'établissement. Enfin une commission éducative est instituée, qui a notamment pour mission d'examiner la situation d'un élève dont le comportement est inadapté aux règles de vie dans l'établissement et de favoriser la recherche d'une réponse éducative.

Thème : vie scolaire

Exposé du cas

Vous êtes le professeur principal d'une classe de troisième. À la fin d'une séance en salle informatique, votre attention est attirée par l'agitation régnant auprès d'un des postes. Vous constatez que deux élèves sont absorbés par la lecture d'un blog. En regardant de plus près, vous vous apercevez qu'on peut y voir une vidéo prise en cours d'anglais avec un téléphone, accompagnée de quelques remarques désobligeantes envers le professeur. Ce blog a visiblement été réalisé par un ou plusieurs élèves de la classe.

Question

Que faites-vous, dans l'immédiat et à moyen terme ?

Documentation fournie avec le sujet

extrait de la plaquette Blogs, webzines : nouveaux supports, nouvelles pratiques éditée par L'Observatoire de la Vie Lycéenne.

Depuis 1991, les publications réalisées par les lycéens sont encadrées par une circulaire du Ministère de l'Education Nationale (révisée en 2002 sur proposition de l'Observatoire). Elle reconnaît aux lycéens le droit à l'expression, et le droit de réaliser un journal d'élèves au sein de l'établissement, dans le cadre d'un statut dérogatoire aux dispositions de la loi sur la presse de 1881 à condition que sa diffusion reste interne à ce dernier.
Ni les blogs, ni les webzines diffusés bien au-delà du cadre du lycée ne sont encadrés par cette circulaire. Inscrits de fait dans l'espace public, ils relèvent de la loi sur la presse de 1881, et des délits de presse que cette dernière définit. Comme tout site Internet, l'édition d'un blog est également soumise à la loi du 21 juillet 2004 sur la confiance dans l'économie numérique.
Enfin, le règlement intérieur de chaque établissement définit ce que chaque élève a le droit de faire ou non au sein du lycée, notamment s'agissant de l'utilisation des postes informatiques.
Le risque se situe dans la confusion entre sphère publique et sphère privée. En premier lieu, cela signifie que chaque personne porte la responsabilité de ses écrits, que ce soit sur Internet ou non. Si pour un mineur, cette responsabilité est partagée avec celle des parents, elle ne l'empêche cependant pas d'être sanctionné en cas de délit. Ensuite, écrire un texte destiné à être diffusé publiquement nécessite la connaissance des délits de presse.
La diffamation, l'injure, le trouble à l'ordre public sont punis par la loi. Ils violent la déontologie de la presse et enfreignent les lois de la République. En signant les conditions générales d'utilisation d'un blog, vous affirmez être conscients de ce que sont et ce que représentent ces délits et vous vous engagez à ne pas les commettre : n'hésitez donc pas à regarder ces règles de plus près.

Thème : orientation vers les filières scientifiques

Exposé du cas

Vous êtes professeur dans un lycée général et technologique. Lors d'une réunion de préparation du projet d'établissement de votre lycée, l'analyse de différents indicateurs met en évidence la faiblesse de l'orientation des élèves de seconde en première scientifique. Par ailleurs, il apparait au travers des vœux d'orientation des élèves de terminale sur le site *admission post-bac* (APB) une désaffection pour les mathématiques plus forte que dans le reste de l'académie. Les équipes disciplinaires concernées sont chargées de faire des propositions.

Question

En tant que professeur de mathématiques, que pourriez-vous proposer avec vos collègues ?

Documentation fournie avec le sujet

extraits de la circulaire du 27 mars 2012 : orientations et instructions pour la préparation de la rentrée 2012 parue au BOEN N°13 du 29-03-2012

Extrait n°1

Améliorer la maîtrise des sciences et des technologies. Outre les recommandations pédagogiques déjà formulées dans la circulaire n° 2011-038 du 4 mars 2011 relative à la promotion des disciplines scientifiques et technologiques, la priorité est à la fois de renforcer l'accompagnement et la formation des professeurs et de développer la participation des élèves à des projets scientifiques et techniques en s'appuyant sur les nouvelles ressources disponibles.

Extrait n°2

c. Au lycée

L'orientation vers les filières et les carrières scientifiques et technologiques, notamment des jeunes filles, reste une priorité, de même que le développement de partenariats permettant de promouvoir les métiers scientifiques et techniques.

L'information des lycéens doit s'appuyer sur les ressources produites par l'Onisep et notamment sur le site conçu spécifiquement pour les élèves et dédié aux formations et aux métiers scientifiques. Pour promouvoir la mixité des parcours scientifiques et techniques, la première édition de la Semaine des mathématiques, qui s'est tenue du 12 au 18 mars 2011, a eu pour thème « les filles et les mathématiques ».

Afin de renforcer la connaissance que les enseignants et les élèves ont des métiers scientifiques et technologiques, les actions conduites en lien avec le monde de l'entreprise doivent se poursuivre. C'est dans cette perspective que des partenariats ont été bâtis avec l'Union des industries et des métiers de la métallurgie (UIMM).

L'organisation de pôles de culture scientifique et technique, qui s'appuie sur des établissements d'enseignement scolaire et supérieur, permet de renforcer l'intérêt des lycéens pour les études scientifiques et de faciliter leur intégration dans des cursus universitaires. Ils doivent à ce titre être davantage développés. Les olympiades scientifiques permettent enfin de susciter l'intérêt des élèves pour les sciences et les technologies dans divers domaines (mathématiques, physique, chimie, sciences de l'ingénieur, géosciences), tout en favorisant la rencontre entre le milieu éducatif et le milieu professionnel.

Thème : maîtrise de la langue

Exposé du cas

Vous êtes professeur de Mathématiques d'une classe de sixième. Vous vous inscrivez dans un travail collectif mené depuis plusieurs années avec vos collègues des autres disciplines autour de la maîtrise de la langue. Vous travaillez en particulier avec vos collègues de lettres et de sciences sur des termes utilisés en mathématiques qui peuvent avoir un autre sens dans d'autres contextes (centre, rayon, preuve, comparer, milieu etc.).

Question

Comment le professeur de mathématiques d'un collège peut-il aider ses élèves à progresser dans la maîtrise de la langue ?

Documentation fournie avec le sujet

Document 1 : extrait de la liste des compétences à acquérir par les professeurs, documentalistes et conseillers principaux d'éducation pour l'exercice de leur métier. (Bulletin officiel n°29 du 22 juillet 2010)

2 - Maîtriser la langue française pour enseigner et communiquer
Dans son usage de la langue française, tant à l'écrit qu'à l'oral, le professeur doit être exemplaire quelle que soit sa discipline. Il est attentif à la qualité de la langue chez ses élèves. Qu'il présente des connaissances, fournisse des explications ou donne du travail, il s'exprime avec clarté et précision, en tenant compte du niveau de ses élèves. Il sait décrire et expliquer simplement son enseignement à la diversité de ses interlocuteurs, en particulier les parents.

Document 2 : extrait de l'annexe du décret 11 juillet 2006 relatif au Socle commun de connaissances et de compétences.

L'établissement d'un socle commun des savoirs indispensables répond à une nécessité ressentie depuis plusieurs décennies en raison de la diversification des connaissances. L'article 9 de la loi du 23 avril 2005 d'orientation et de programme pour l'avenir de l'école en arrête le principe en précisant que "la scolarité obligatoire doit au moins garantir à chaque élève les moyens nécessaires à l'acquisition d'un socle commun constitué d'un ensemble de connaissances et de compétences qu'il est indispensable de maîtriser pour accomplir avec succès sa scolarité, poursuivre sa formation, construire son avenir personnel et professionnel et réussir sa vie en société." [...]

1 La maîtrise de la langue française
Savoir lire, écrire et parler le français conditionne l'accès à tous les domaines du savoir et l'acquisition de toutes les compétences. La langue française est l'outil premier de l'égalité des chances, de la liberté du citoyen et de la civilité : elle permet de communiquer à l'oral comme à l'écrit, dans diverses situations ; elle permet de comprendre et d'exprimer ses droits et ses devoirs. Faire accéder tous les élèves à la maîtrise de la langue française, à une expression précise et claire à l'oral comme à l'écrit, relève de l'enseignement du français mais aussi de toutes les disciplines. Chaque professeur et tous les membres de la communauté éducative sont comptables de cette mission prioritaire de l'institution scolaire. [...]

Thème : relations avec les parents

Exposé du cas

Un élève vous tend son carnet de correspondance à la fin d'un cours pour vous faire lire le mot qu'un de ses parents a écrit :
« Je souhaiterais vous rencontrer car la note de mon fils au dernier contrôle est beaucoup trop basse.»

Question

Comment réagissez-vous face à cette situation et quelles conséquences en tirez-vous dans vos relations avec les parents ?

Documentation fournie avec le sujet

Document 1 : extrait de la liste des compétences à acquérir par les professeurs, documentalistes et conseillers principaux d'éducation pour l'exercice de leur métier (Bulletin officiel n° 29 du 22 juillet 2010)

7.Évaluer les élèves

Le professeur sait évaluer la progression des apprentissages et le degré d'acquisition des compétences atteint par les élèves. Il utilise le résultat des évaluations pour adapter son enseignement aux progrès des élèves. Il fait comprendre aux élèves les principes d'évaluation et développe leurs capacités à évaluer leurs propres productions. Il communique et explique aux parents les résultats attendus et les résultats obtenus.

Document 2 :extrait du rapport de l'inspection générale sur la place et le rôle des parents à l'école, octobre 2006.

L'examen des situations de tension ou de difficulté avec les parents d'élèves révèle souvent qu'elles trouvent leur origine dans une incompréhension, un sentiment de révolte, de déni d'impartialité ou « d'injustice » de la part de l'élève et de ses parents ; c'est pourquoi il est essentiel de veiller à expliquer, à motiver, voire à justifier toute décision prise en matière d'évaluation et d'orientation des élèves. Il n'est pas question d'ouvrir un « droit » quelconque à la négociation ou à la remise en cause des notes, ou des décisions d'orientation. Les rapporteurs attirent cependant l'attention sur le fait que des décisions motivées dans le cadre de critères explicites et bien compris de chacun, évitent nombre de frustrations et de sentiments d'injustice, non fondés, mais cependant susceptibles d'entraîner malentendus, et parfois violences.[...]

Les difficultés du dialogue et les réticences des enseignants à rencontrer les parents sur le seul terrain qui pourtant intéresse véritablement ceux-ci, à savoir le domaine pédagogique, pourront être surmontées dans le cadre d'un projet qui, en rupture avec ce qu'on dit être la culture dominante de l'école et des enseignants vise à instaurer une culture de l'ouverture, de la confiance et du dialogue avec les parents d'élèves.

Les familles, rappelons-le, sont en droit de disposer de toute l'information possible sur la classe que fréquente leur enfant : objectifs, programmes, méthodes (y compris celles de l'enseignant). Il faut aussi clarifier les attentes des enseignants vis-à-vis des parents, leur préciser les modalités de suivi du travail des élèves, les formes d'alerte et de signalement des difficultés pédagogiques, bref répondre à toutes les questions que se pose légitimement la famille.

Ceci permettra en retour d'être au clair sur les limites des sujets de débat, et d'éviter les interférences ou empiètements sur le champ professionnel de l'enseignant, dont la liberté pédagogique, dans notre système éducatif, n'a pas à être questionnée par les parents d'élèves.

Thème : éducation prioritaire

Exposé du cas

Vous venez d'être affecté(e) dans un collège du programme ÉCLAIR (écoles, collèges, lycées pour l'ambition, l'innovation et la réussite) et la principale vous remet le contrat d'objectifs du réseau qui comprend quatre écoles et votre collège. Ce document comporte les indicateurs suivants.

	Indicateur 2011	Cible 2014
Taux de réussite à l'évaluation CM2 en mathématiques	60%	65%
Moyenne sur 20 à l'épreuve de mathématiques du diplôme national du brevet (DNB)	$7,3$	$9,5$
Pourcentage d'orientation en seconde générale	36%	40%

L'objectif fixé par ce contrat est de renforcer les apprentissages fondamentaux et de prendre en compte la diversité des élèves. Pour cela, plusieurs axes sont retenus : personnaliser le suivi des élèves, mettre en place des évaluations diagnostiques, définir en équipe des priorités et des exigences, adapter la pédagogie, mettre en place des pratiques innovantes.

Question

Quelles actions pourriez-vous proposer en tant que professeur de mathématiques ?

Documentation fournie avec le sujet

Document 1 : extraits du site ministériel sur l'éducation prioritaire

ECLAIR : Écoles, collèges et lycées pour l'ambition, l'innovation et la réussite
Le programme ÉCLAIR vise à :
- la réussite de chaque élève dans un climat scolaire propice aux apprentissages ;
- l'égalité des chances ;
- la stabilité, la cohésion et la mobilisation des équipes.

Il promeut les innovations et les expérimentations simultanément dans les champs de la pédagogie, de la vie scolaire, des ressources humaines, ainsi que des actions en faveur de la sécurité. Il s'appuie sur une organisation en réseaux, réunissant chacun un collège et les écoles d'où proviennent ses élèves, qui apporte cohérence et continuité dans la scolarité préélémentaire et obligatoire des élèves.

Document 2 : extrait du vademecum ÉCLAIR (ministère de l'éducation nationale , mai 2011)
Chapitre 11 : Personnaliser les parcours des élèves et Pistes d'action (page 44)

- Renforcer la différenciation pédagogique en classe en s'appuyant sur l'accomplissement de tâches complexes avec des aides adaptées aux besoins des élèves pour la construction des compétences du socle commun.
- Permettre aux professeurs des écoles de participer, au sein du collège de leur secteur, à la mise en œuvre des programmes personnalisés de réussite éducative (PPRE)...
- Varier les dispositifs pédagogiques et les modalités de prise en charge des élèves pour mieux répondre à leurs besoins et atteindre les objectifs d'apprentissage : groupe de besoins, ateliers de langage et d'écriture, ateliers scientifiques et culturels, co-interventions, entretiens pédagogiques, tutorat et khôlles disciplinaires....

Thème : vie scolaire

Exposé du cas

Le règlement intérieur de votre lycée stipule que « l'utilisation de baladeurs, téléphones portables, smartphones, consoles de jeux électroniques et autres objets analogues est strictement interdite dans les locaux. Elle est toutefois admise à l'extérieur des bâtiments ainsi qu'au foyer. Tous ces appareils doivent être désactivés à l'intérieur des bâtiments. En cas de non respect de cette disposition, l'appareil éteint sera retenu et remis en mains propres aux responsables légaux de l'élève».
Pendant votre cours, vous apercevez un élève faisant usage de son téléphone portable.

Question

Quelles peuvent être les différentes réactions et comment ce problème peut-il être pris en compte au niveau de l'établissement ?

Documentation fournie avec le sujet

Document 1 : Code de l'Éducation, article L511 créé par LOI n° 2010-788 du 12 juillet 2010 - art. 183 (V).

Dans les écoles maternelles, les écoles élémentaires et les collèges, l'utilisation durant toute activité d'enseignement et dans les lieux prévus par le règlement intérieur, par un élève, d'un téléphone mobile est interdite.

Document 2 : extrait des conclusions de l'enquête réalisée par TNS Sofres, effectuée en septembre 2009 pour Action Innocence / Union nationale des associations familiales

- 73% des adolescents de 12 à 17 ans possèdent un téléphone portable.
- Le mobile adolescent a aujourd'hui les caractéristiques suivantes :

Un téléphone multifonctions, qui sert tout aussi bien de téléphone que d'appareil photo, de lecteur MP3, de caméra et de console de jeux ;
Un objet qui fait partie du quotidien, dont ils imaginent mal pouvoir se passer (ce qu'ils craignent par-dessus tout, c'est de ne plus avoir de mobile pour 54% d'entre eux).

- Le portable à l'école, entre zones de tolérance et transgression des interdits : 29% des collégiens et 58% des lycéens reconnaissent avoir déjà utilisé leur mobile en salle de classe ou de cours. Près de 80% déclarent avoir passé des appels ou envoyé des SMS dans la cour de récréation ou dans les couloirs. Mais seuls 21% des collégiens et lycéens disent s'être fait confisquer leur téléphone par un professeur ou un surveillant, au nom du règlement scolaire

« Cette étude confirme les constats que nous faisons chaque jour lors de nos interventions dans les établissements scolaires. Les jeunes maîtrisent l'aspect technique des outils mais beaucoup moins leurs implications sociales », souligne Véronique Fima, Directrice d'Action Innocence France.

Thème : évaluation

Exposé du cas

Quelques jours après la rentrée, le proviseur du lycée dans lequel vous venez d'être affecté(e) réunit l'ensemble des professeurs de mathématiques de l'établissement. S'appuyant sur le constat que, depuis plusieurs années, les moyennes des élèves en mathématiques sont souvent largement inférieures à celles des autres disciplines, il demande aux professeurs de proposer des solutions pour faire évoluer cette situation.

Question

Quelles propositions pourriez-vous faire à l'équipe des professeurs de mathématiques pour répondre à cette demande du chef d'établissement ?

Documentation fournie avec le sujet

Extrait d'un " Appel pour une évaluation plus juste du travail des élèves et des étudiants ", http ://mclcm.fr.

En raison de conceptions ancrées sur le classement des individus, les pratiques d'évaluation apparaissent souvent comme un couperet destiné à sélectionner. Elles sont assujetties généralement à la règle des trois tiers : un tiers de "mauvais ", un tiers de " moyens " et un tiers de " bons ", y compris quand les objectifs ont été globalement atteints par la grande majorité des élèves. Ce phénomène, relaté sous le nom de " constante macabre " se manifeste à des degrés divers aux différents étages du système éducatif, à quelques exceptions près.
D'autre part, les moyennes singulièrement basses de résultats d'épreuves, y compris dans des classes de très bon niveau, font problème et ne peuvent être vues sous le seul angle du constat. Il en est de même pour les taux d'échec accablants à certains examens.
Ainsi, sous la pression de la société, les enseignants sont souvent des sélectionneurs malgré eux, alors que leur vraie mission est de former. Ils peuvent ainsi contribuer au découragement de générations d'élèves qui, malgré leur travail et leur niveau, font partie du "mauvais tiers".

Thème : inclusion d'un élève handicapé

Exposé du cas

Votre collège dispose d'une unité localisée pour l'inclusion scolaire (ULIS). Celle-ci accueille depuis la rentrée un élève de 13 ans qui présente des troubles des fonctions cognitives auxquels sont associés des troubles du comportement. Le projet personnalisé de scolarisation de cet élève prévoit une intégration à temps partiel dans la classe de sixième dont vous êtes professeur principal, une fois par semaine en mathématiques, arts plastiques, EPS et français. Au cours d'une réunion parents-professeurs, plusieurs parents se plaignent du comportement de cet élève, qui par ailleurs n'est pas selon eux au niveau d'une classe de sixième. Ils demandent que des mesures soient prises.

Question

Quelle attitude adoptez-vous ?

Documentation fournie avec le sujet

Document 1 : extraits de la loi n°2005-102 du 11 février 2005 pour l'égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées.

Titre IV ACCESSIBILITE
Art. L.112-1. Pour satisfaire aux obligations qui lui incombent en application des articles L. 111-1 et L. 111-2, le service public de l'éducation assure une formation scolaire, professionnelle ou supérieure aux enfants, aux adolescents et aux adultes présentant un handicap ou un trouble de la santé invalidant.[...]
Tout enfant, tout adolescent présentant un handicap ou un trouble invalidant de la santé est inscrit dans l'école ou dans l'un des établissements mentionnés à l'article L. 351-1, le plus proche de son domicile, qui constitue son établissement de référence.[...]

Document 2 : extrait de "la scolarisation des élèves handicapés", site Eduscol

C'est à partir des besoins identifiés que l'équipe pluridisciplinaire va élaborer le projet personnalisé de scolarisation (PPS) de l'élève handicapé, en tenant compte des souhaits de l'enfant ou de l'adolescent et de ses parents.
Le PPS définit les modalités de déroulement de la scolarité en précisant la qualité et la nature des accompagnements nécessaires, notamment thérapeutiques ou rééducatifs, le recours à une aide humaine, le recours à un matériel pédagogique adapté, les aménagements pédagogiques.
Le PPS assure la cohérence d'ensemble du parcours scolaire de l'élève handicapé. C'est sur la base de ce projet que la commission des droits et de l'autonomie des personnes handicapées (CDAPH) prend les décisions nécessaires.[...]
Une équipe de suivi de la scolarisation facilite la mise en œuvre du PPS et assure, pour chaque élève handicapé, un suivi attentif et régulier.
C'est l'enseignant référent de chaque élève qui veille à la continuité et à la cohérence de la mise en œuvre du PPS, puisqu'il est l'interlocuteur privilégié des parties prenantes du projet. Présent à toutes les étapes du parcours scolaire, il est compétent pour assurer le suivi des élèves scolarisés dans les établissements du premier et du second degrés ainsi que dans les établissements médico-sociaux. Il réunit les équipes de suivi de la scolarisation pour chacun des élèves dont il est le référent et assure un lien permanent avec l'équipe pluridisciplinaire de la maison départementale des personnes handicapées (MDPH).

Thème : vie scolaire

Exposé du cas

À l'issue d'une heure de cours, une élève vous signale que sa calculatrice a disparu. Elle vous fait part de ses soupçons envers un groupe de trois élèves réputés particulièrement difficiles.

Question

Comment réagissez vous face à cette situation ?

Documentation fournie avec le sujet

Extrait du guide juridique du chef d'établissement

La surveillance est, comme le rappelle la circulaire n° 96-248 du 25 octobre 1996 modifiée par la circulaire n° 2004-054 du 23 mars 2004, l'affaire de tous les personnels de l'établissement public local d'enseignement (EPLE).
La responsabilité première en incombe au chef d'établissement, au titre des pouvoirs qui lui sont reconnus par l'article R. 421-10 du code de l'éducation pour assurer le bon ordre, la sécurité des personnes et des biens et l'application du règlement intérieur, ainsi que pour répartir le service des personnels.
Sous son autorité, un rôle éminent revient au conseiller principal d'éducation, qui a pour mission d'organiser le service des personnels de surveillance et de veiller, avec eux, au respect de la discipline et des dispositions du règlement intérieur par les élèves pendant tout le temps où ceux-ci sont confiés à l'établissement, hormis les séquences, notamment les heures de classe, au cours desquelles les élèves sont directement encadrés par les personnels enseignants.
Les enseignants ont eux-mêmes à assurer la surveillance des élèves dont ils sont chargés, durant les horaires d'enseignement et les autres activités qu'ils encadrent, telles que sorties, déplacements ou loisirs périscolaires. La surveillance incombe, le cas échéant, à d'autres personnels auxquels des élèves sont confiés, tels que des agents de collectivités territoriales mis à la disposition de l'EPLE. C'est ainsi que le juge a conclu à la responsabilité de l'Etat, pour faute de surveillance, dans le cas d'un accident survenu lors d'un exercice de gymnastique à une élève d'école primaire, alors que celle-ci était placée sous la surveillance d'un employé communal qui avait été mis à la disposition des écoles de la ville en qualité d'aide pédagogique et participait à l'encadrement de la classe. Pareillement, l'Etat a été condamné à réparer les conséquences dommageables d'un accident survenu à un élève participant à une activité d'initiation à l'escalade organisée pendant le temps scolaire, alors que l'enfant se trouvait dans un groupe placé sous la surveillance d'un moniteur, intervenant extérieur agréé pour encadrer les élèves lors de cette activité sportive.

5. ANNEXES

5.1. Ressources numériques et logiciels à disposition des candidats

Textes officiels

- réglementation du concours ;
- programmes de Mathématiques des classes de collège, de lycée et des sections de technicien supérieur ;
- documents ressources pour le collège et le lycée ;
- extrait de l'arrêté du 12 mai 2010 spécifiant les compétences professionnelles des maîtres.

Logiciels

- Algobox ;
- ClassPad Manager ;
- Geogebra ;
- Geoplan ;
- Geospace ;
- Maxima ;
- OpenOffice.org ;
- Python ;
- Scilab ;
- Sinequanon ;
- TI-NSpire CAS TE ;
- TI-SmartView 83 Plus.fr ;
- Xcas.

L'utilisation de tout support numérique personnel est exclue.
L'usage des téléphones mobiles et de toute forme d'accès à internet est interdit dans l'enceinte du concours.

Manuels numériques

- DIDIER : Dimathème 6^{e}, 5^{e}, 4^{e}, 3^{e} ;
- BORDAS : Myriade 5^{e}, Indice 2de, Indice 1re S ;
- NATHAN : Transmath 6^{e}, 5^{e}, 4^{e}, 3^{e}, Transmath 2de, Hyperbole ^{2de}, Hyperbole 1re S ;
- HACHETTE : Phare 4^{e}.

Le jury remercie les éditeurs de logiciels et de manuels ayant mis gracieusement leurs produits à la disposition du concours.

5.2 Bibliothèque du concours

Le candidat peut utiliser des ouvrages personnels. Seuls sont autorisés les livres en vente dans le commerce, à condition qu'ils ne soient pas annotés et à l'exclusion des manuels spécifiques de préparation aux concours d'enseignants. Le jury se réserve la possibilité d'interdire l'usage de certains ouvrages dont le contenu serait contraire à l'esprit des épreuves.

La bibliothèque du concours propose quelques exemplaires de manuels du collège, du lycée et des sections de technicien supérieur.

Ouvrages disponibles lors de la session 2012

Sixième	Belin	Prisme	2005
	Bordas	Myriade	2010
	Delagrave		2005
	Didier	Hélice	2009
		Dimathème	2005
	Hachette Education	Phare	2005
		Diabolo	2005
	Nathan	Domino	2005
		Transmath	2005
Cinquième	Bordas	Babylone	2006
		Myriade	2010
	Bréal		2006
	Didier	Dimathème	2006
	Hachette Education	Diabolo	2006
		Phare	2006
	Magnard		2006
	Nathan	Transmath	2010
		Domino	2006
Quatrième	Belin	Prisme	2009
	Bordas	Myriade	2011
		Babylone	2007
	Bréal		2007
	Didier	Horizon	2011
		Dimathème	2007
	Hachette Education	Phare	2011
		Diabolo	2007
	Nathan	Transmath	2007
Troisième	Belin	Prisme	2008
	Bréal		2008
	Didier	Dimathème	2008
	Hachette Education	Diabolo	2008
		Phare	2008
	Magnard		2003
	Nathan	Transmath	2008
Seconde	Belin	Symbole	2009
	Bordas	Pixel	2009
	Didier	Math'x	2010
	Hachette Education	Déclic	2010
	Nathan	Hyperbole	2010
		Transmath	2010
Première S	Belin	Symbole	2011
	Didier	Math'x	2011

	Hachette Education	Déclic	2011
	Nathan	Hyperbole	2011
		Transmath	2011
Terminale S	Bordas	Fractale (enseignement obligatoire)	2002
		Fractale (enseignement de spécialité)	2002
		Indice (enseignement obligatoire)	2002
		Indice (enseignement de spécialité)	2002
	Bréal	enseignement obligatoire	2002
		enseignement de spécialité	2002
	Didier	Math'x (enseignement obligatoire)	2006
		Math'x (enseignement de spécialité)	2006
	Hachette Education	Déclic	2005
		Déclic (enseignement de spécialité)	2002
		Terracher	2002
	Nathan	Hyperbole (enseignement obligatoire)	2006
		Hyperbole (enseignement de spécialité)	2006
		Transmath	2002
Terminale ES	Bréal		2002
	Didier	Dimathème	2002
	Hachette Education	Déclic	2005
	Nathan	Transmath	2002
	Nathan	Hyperbole	2006

Sections de technicien supérieur	Foucher	Sigma (BTS industriels, groupement BCD, analyse et algèbre)	2009
		Sigma (BTS industriels, groupement BCD, statistique et probabilités)	2002
		Sigma (BTS industriels, groupement A, tome 1)	2002
		Sigma (BTS industriels, groupement A, tome 2)	2007
		BTS Industriels. analyse, algèbre linéaire, nombres complexes	1997
		BTS Tertiaire, analyse et algèbre linéaire	1997
	Hachette Education	BTS Comptabilité et gestion, informatique de gestion	2000
	Nathan technique	BTS Mathématiques, comptabilité et gestion des organisations	2007
		BTS Mathématiques, groupement B, C, D	2007