MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE, DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE

Concours du second degré

Rapport de jury

Concours : CAPES externe – troisième concours

Section : Mathématiques

Session 2014

Rapport de jury présenté par : Xavier SORBE, président du jury

Conseil aux futurs candidats

Il est vivement recommandé aux candidats de s'informer sur les modalités du concours.

Les renseignements généraux (conditions d'accès, épreuves, carrière, etc.) sont donnés sur le site du ministère de l'éducation nationale (système d'information et d'aide aux concours du second degré) :
http://www.education.gouv.fr/pid63/siac2.html

Le jury du CAPES externe de Mathématiques met à disposition des candidats et des formateurs un site spécifique :
http://capes-math.org

L’épreuve écrite de la session exceptionnelle s’est déroulée le 1er avril 2014.

Les épreuves orales se sont tenues les 14 et 15 juin 2014, dans les locaux du lycée Jean Lurçat, Paris 13e.
Que soient ici remerciés Madame le Proviseur et les personnels du lycée pour la qualité de leur accueil et leur très aimable disponibilité.

Table des matières

1 PRÉSENTATION DU CONCOURS

1.1 Composition du jury

BESSIÈRE Arnaud	professeur agrégé
BLOND Elisabeth	professeur agrégé
BONTEMPELLI Alain	professeur agrégé
BOVANI Michel, vice-président	inspecteur général de l'éducation nationale
CHOMEL DE JARNIEU Anne	professeur agrégé
COLESSE Sylvie	professeur agrégé
DANNE Laurent	professeur agrégé
DÉAT Joëlle	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
DEGORCE Éric	professeur agrégé
DUPRAZ Geneviève	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
FOISSY Loïc	professeur des universités
FONTY Hélène	professeur agrégé
GAUCHARD Xavier	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
HANS Jean-Luc	professeur de chaire supérieure
HERMANS Yann	professeur agrégé
HUBERT Nicolas	professeur agrégé
LASSALLE Olivier	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
LATHÉLIZE Arnaud	professeur agrégé
LAURENT REIG Céline	professeur agrégé
LEFORESTIER Céline	professeur agrégé
LORIDON Geneviève, vice-présidente	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
MARQUIER Soisick	professeur agrégé
MATHAUX Valérie	professeur agrégé
MEGARD Marie, vice-présidente	inspecteur général de l'éducation nationale
MICHAU Nadine	professeur agrégé
PASSAT Isabelle	professeur agrégé
RODOZ-PLAGNE Sophie	professeur agrégé
ROUANET Véronique	professeur de chaire supérieure
ROUDNEFF Evelyne	inspecteur d'académie - inspecteur pédagogique régional
SCHWER Sylviane	professeur des universités
SIDOKPOHOU Olivier, vice-président	professeur agrégé
SORBE Xavier, président du jury	inspecteur général de l'éducation nationale

1.2 Définition des épreuves

Arrêté du 19 avril 2013 fixant les sections et les modalités d'organisation des concours du certificat d'aptitude au professorat du second degré (MENH1310120A)

Section mathématiques

L'ensemble des épreuves du concours vise à évaluer les capacités des candidats au regard des dimensions disciplinaires, scientifiques et professionnelles de l'acte d'enseigner et des situations d'enseignement.

A. — Épreuve écrite d'admissibilité

Le programme de cette épreuve est constitué des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des classes préparatoires aux grandes écoles (MPSI, MP, ECS 1re et 2e années). Les notions traitées dans ces programmes doivent pouvoir être abordées au niveau M1 du cycle master.

Le sujet est constitué d'un ou plusieurs problèmes. L'épreuve consiste en leur résolution.
Elle permet d'apprécier la connaissance de notions mathématiques au programme du concours. Elle sollicite également les capacités de raisonnement et d'argumentation du candidat ainsi que sa maîtrise de la langue française.
Durée : cinq heures ; coefficient 1.

B. — Épreuve orale d'admission

L'épreuve orale d'admission comporte un entretien avec le jury qui permet d'évaluer la capacité du candidat à s'exprimer avec clarté et précision, à réfléchir aux enjeux scientifiques, didactiques, épistémologiques, culturels et sociaux que revêt l'enseignement du champ disciplinaire du concours, notamment dans son rapport avec les autres champs disciplinaires.

Le programme de cette épreuve est constitué des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs.
L'épreuve permet d'apprécier la capacité du candidat à engager une réflexion pédagogique pertinente et à communiquer efficacement. Elle donne également au candidat la possibilité de valoriser sa culture scientifique et sa connaissance des programmes officiels.
L'épreuve prend appui sur un dossier fourni par le jury, comprenant des documents de natures diverses (scientifiques, didactiques, pédagogiques, extraits de manuels, travaux d'élèves) et portant sur un thème des programmes de mathématiques du collège, du lycée ou des sections de techniciens supérieurs. Ce thème peut être illustré par un exercice qui peut être complété par des productions d'élèves, des extraits des programmes officiels, des documents ressources ou des manuels.
Les réponses du candidat aux questions posées dans le dossier permettent d'apprécier ses qualités pédagogiques et sa réflexion didactique. Elles concernent l'énoncé de l'exercice, les compétences que celui-ci mobilise, les démarches possibles, les méthodes de résolution ou les éléments d'évaluation. Le candidat doit également proposer des exercices s'inscrivant dans le thème du dossier et visant les objectifs précisés par le jury.
Pendant trente minutes, le candidat expose ses réponses aux questions posées dans le dossier.
L'entretien avec le jury prend appui sur la présentation faite par le candidat, en particulier sur les exercices qu'il a proposés, aussi bien en ce qui concerne leur résolution que leur intégration dans une séquence pédagogique.
L'entretien permet aussi d'évaluer la capacité du candidat à prendre en compte les acquis et les besoins des élèves, à se représenter la diversité des conditions d'exercice de son métier futur, à en connaître de façon réfléchie le contexte dans ses différentes dimensions (classe, équipe éducative, établissement, institution scolaire, société) et les valeurs qui le portent, dont celles de la République.
L'épreuve d'admission doit, en outre, permettre au candidat de démontrer qu'il a réfléchi à l'apport que son expérience professionnelle constitue pour l'exercice de son futur métier et dans ses relations avec l'institution scolaire, en intégrant et en valorisant les acquis de son expérience et de ses connaissances professionnelles dans ses réponses aux questions du jury.
Pendant la préparation et lors de l'interrogation, le candidat bénéficie du matériel informatique mis à sa disposition. Il a également accès aux ouvrages de la bibliothèque du concours et peut, dans les conditions définies par le jury, utiliser des ouvrages personnels.
Durée de la préparation : deux heures et demie ; durée de l'épreuve : une heure ; coefficient 1.

1.3 Programme

Épreuve écrite

Le programme est constitué de la réunion des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des classes préparatoires aux grandes écoles (MPSI, MP, ECS 1re et 2e années) en vigueur au titre de l'année scolaire 2013-2014.

Épreuve orale

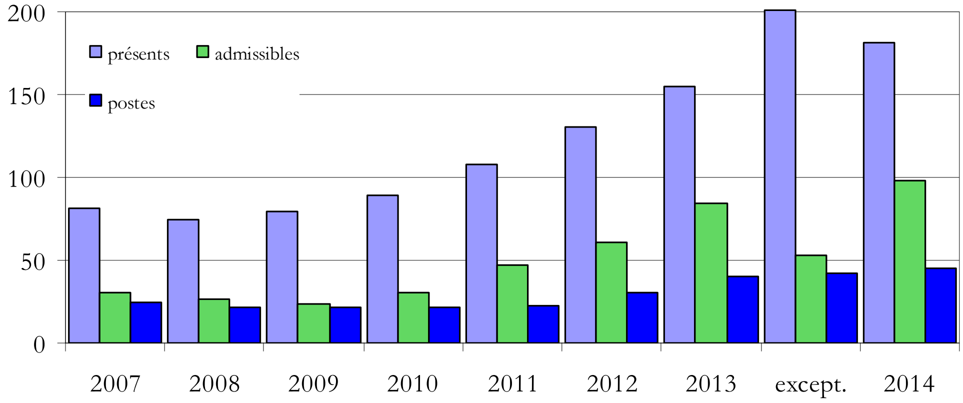
Le programme est constitué de la réunion des programmes de mathématiques du collège, du lycée et des sections de techniciens supérieurs en vigueur au titre de l'année scolaire 2013-2014.

2. QUELQUES STATISTIQUES

2.1 Historique

Le rapport entre le nombre des candidats présents à l'écrit et le nombre de postes est 4,8.

Troisième concours CAPES	postes	présents à l'écrit	admissibles	admis
2007	25	81	30	11
2008	22	75	26	11
2009	22	79	24	9
2010	22	89	30	11
2011	23	108	47	21
2012	30	130	61	30
2013	40	155	84	39
except.	42	201	53	35
2014	**45**	**181**	**98**	**45**



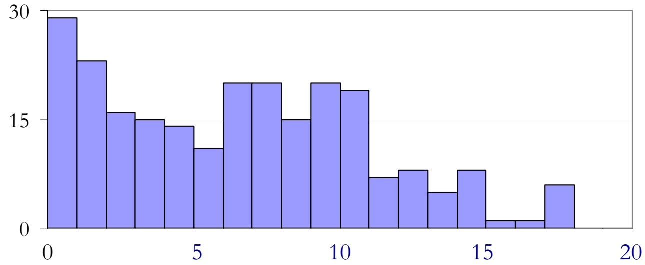
Troisième concours CAFEP	postes	présents à l'écrit	admissibles	admis
2007	5	17	3	1
2008	5	18	6	2
2009	3	33	8	3
2010	10	29	7	3
2011	2	28	8	2
2012	3	29	13	3
2013	5	28	13	5
except.	4	47	13	4
2014	**5**	**57**	**16**	**5 (+1)**

2.2 Répartition des notes

Les données suivantes concernent les troisièmes concours CAPES et CAFEP réunis.
Les notes indiquées sont sur 20.

2.2.1 Épreuve d'admissibilité

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
6,52	4,52	2,70	6,41	9,62

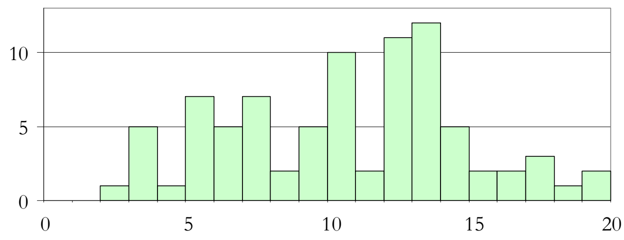


La barre d'admissibilité a été fixée à 6,00 sur 20 pour le CAPES et à 9,26 pour le CAFEP (cet écart important est motivé par la différence des rapports présents / postes entre les deux concours).

2.2.2 Épreuve d'admission

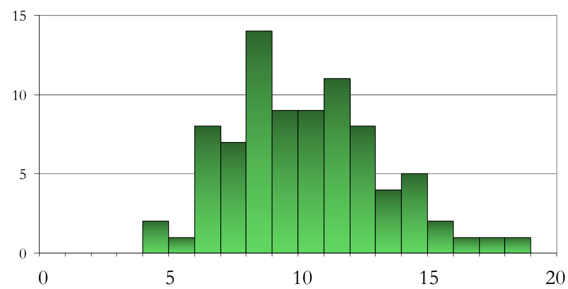
Dossier / Exercice (notes ramenées sur 20)

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
10,64	4,11	7,10	10,84	13,05



Moyenne générale (écrit et oral)

Moyenne	Écart-type	Quartiles		
		Q1	Q2	Q3
10,29	2,91	8,11	10,06	12,15



La barre d'admission du troisième concours CAPES a été fixée 8,45 sur 20.
Tous les postes ont été pourvus.

Les cinq postes du troisième concours CAFEP ont également été pourvus (moyenne du dernier admis : 11,68) et un candidat a été inscrit sur la liste complémentaire.

3. ANALYSES ET COMMENTAIRES

3.1 Épreuve écrite

Le sujet était constitué de deux problèmes.
Le premier portait sur l'algèbre et la géométrie (une preuve du théorème fondamental de la géométrie affine dans le cas du plan) et le second sur l'analyse (applications du théorème de Cauchy-Lipschitz aux équations différentielles linéaires du second ordre).

Le jury a porté une attention particulière aux compétences suivantes.

- *Démontrer une équivalence* : 87% des candidats abordent au moins une des questions A1.3, A1.4 ou A1.5 du problème 1 ; parmi eux, 78% donnent au moins une réponse correcte.
- *Caractériser un parallélogramme* : 82% des candidats abordent au moins une des questions C.3.1, C.5.1 du problème 1 ; parmi eux, 68% donnent au moins une réponse correcte.
- *Utiliser le théorème de Cauchy-Lipschitz* (rappelé dans l'énoncé de l'épreuve) : 60% des candidats abordent au moins une des questions A2, A5.2 ou A4.3 du problème 2 ; parmi eux, 40% donnent au moins une réponse correcte.
- *Résoudre une équation différentielle linéaire du second ordre* : 59% des candidats abordent la question B1.1 du problème 2 ; 25% d'entre eux donnent une réponse correcte. En particulier, le cas du discriminant de l'équation caractéristique strictement négatif est mal connu.

Dans de nombreuses copies, la mise en place des différentes méthodes de raisonnement est bien détaillée : les raisonnements par l'absurde, par récurrence ou par analyse-synthèse sont clairement annoncés et les étapes sont bien indiquées. En particulier, la récurrence de la question B.1 du problème 1 a été très souvent réussie et la rédaction des démonstrations des équivalences est souvent limpide, que ce soit une preuve directe ou une preuve par double implication. Beaucoup de candidats ont en outre fait des efforts pour comprendre le sens global du problème : même si certaines questions intermédiaires ne sont pas abordées, les questions de synthèse peuvent être réussies.
Cependant on trouve trop souvent des raisonnements incomplets : il manque parfois la partie « synthèse » dans un raisonnement par analyse-synthèse, le candidat oublie de vérifier certaines hypothèses, ou certains cas ne sont pas étudiés dans un raisonnement par disjonction de cas, ce qui par exemple amène à considérer que toutes les droites du plan sont sécantes ou que tous les nombres rationnels sont positifs. Par ailleurs, les notations ensemblistes sont souvent malmenées : la confusion entre appartenance et inclusion est très fréquente.
Dans la partie A du problème 1, la notion de bijectivité pose de nombreux problèmes aux candidats. Son utilisation dans les démonstrations est souvent peu précise et parfois même invoquée à tort. De surcroît, l'établissement de la bijectivité d'une application donnée est fréquemment incomplète : par exemple, seule l'injectivité est démontrée. La partie B est mieux réussie par les candidats ; en particulier la densité de Q dans R est bien comprise et utilisée. Les démonstrations géométriques de la partie C sont souvent trop bavardes ou trop peu précises. Rappelons une nouvelle fois qu'un dessin ne remplace pas une démonstration, même s'il est toujours bienvenu pour illustrer celle-ci.
La première partie du problème 2 est souvent mal comprise par les candidats. Il s'agissait de démontrer le théorème de structure de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire du second ordre. Il convenait donc de ne pas admettre ce théorème, contrairement à ce qui a été fait par de nombreux candidats. En outre, la résolution de l'équation différentielle $y''+by = 0$ de la question B.1.1 est trop rarement réussie, en particulier lorsque le paramètre b est positif.

Ces constats conduisent à rappeler que :

- les notations ensemblistes telles que l'appartenance, l'inclusion ou l'ensemble vide doivent absolument être maîtrisées ;
- les notions élémentaires sur les applications (injectivité, surjectivité, bijectivité) ne devraient poser aucun problème aux candidats ;
- résoudre une équation différentielle simple, y compris du second ordre, est une compétence attendue de futurs professeurs de mathématiques.

Plus généralement, la préparation des futurs candidats doit prendre en compte les éléments suivants :

- rédiger clairement et de manière rigoureuse est une composante essentielle du métier de professeur ;

- les raisonnements, plus particulièrement ceux qui relèvent du collège ou du lycée, doivent être exposés avec toute la précision requise, en indiquant les étapes successives et sans oublier de cas particulier ;
- les connaissances de base, indispensables à la prise de recul sur les notions enseignées, doivent être maîtrisées et énoncées avec précision lorsqu'elles sont utilisées ;
- dans un concours de recrutement d'enseignants, la lisibilité de la copie est un élément d'appréciation essentiel.

3.2 Épreuve orale

L'épreuve orale vise à apprécier les qualités des candidats en vue d'exercer le métier d'enseignant. Ainsi, il s'agit non seulement de faire la preuve de ses compétences mathématiques, mais également de montrer sa capacité à les faire partager, à en illustrer la portée par des exemples bien choisis et, plus généralement, à susciter l'intérêt des élèves pour la démarche scientifique.

Compte tenu de la complexité du métier d'enseignant, les attentes du jury sont multiples et l'évaluation des candidats prend en compte des critères nombreux et variés. Une certaine connaissance des programmes, une bonne gestion du temps, la maîtrise des média de communication, une élocution claire, un niveau de langue adapté et une attitude d'écoute sont des atouts essentiels. Le niveau mathématique et les qualités de communication, qui ne peuvent être considérés séparément, jouent un rôle déterminant dans la note attribuée.

Les recommandations formulées dans les rapports du jury des dernières sessions demeurent largement valables. Comme pour tout concours, une préparation soigneuse de chacune des épreuves en amont de celles-ci est indispensable et reste le meilleur gage de réussite.

L'épreuve repose sur un dossier composé de l'énoncé d'un exercice, accompagné de divers documents (productions d'élèves, extraits de manuels, de programmes officiels ou de documents ressources). Le travail demandé consiste en l'analyse de l'exercice et des documents proposés, une correction d'une partie de l'exercice et la présentation de plusieurs exercices sur un thème donné. Le candidat dispose de trente minutes pour exposer ses réponses ; l'entretien qui suit se termine par un échange portant sur les missions du professeur.

Les analyses des productions d'élèves sont parfois trop pauvres et se limitent à un repérage des différentes erreurs. Les candidats se posent rarement la question de la source de ces erreurs ou d'une remédiation possible. Une approche par compétences de l'analyse des productions d'élèves serait bienvenue. L'organisation de l'analyse sous forme d'un tableau peut être envisagée, lorsqu'elle est pertinente et ne se limite pas à un exercice formel.
La correction de l'exercice est généralement réussie par le candidat, y compris lorsqu'elle fait l'objet de certaines spécifications comme le niveau de classe. On doit cependant rappeler qu'il est attendu de l'exposer « comme devant une classe ». Il convient donc de réfléchir notamment aux traces écrites destinées aux élèves.
Pour la présentation d'exercices sur le thème donné, la vidéoprojection de livres numériques évite un recopiage fastidieux, mais une prise de recul sur les énoncés n'en demeure pas moins indispensable.
Le choix des exercices est parfois trop limité : exercices d'application directe du cours ou trop proches de l'exercice donné dans le sujet. Le jury déplore également une motivation de ce choix très peu argumentée.

Rappelons par ailleurs que les questions du jury ne visent en rien à déstabiliser le candidat, mais au contraire à lui permettre de corriger certaines erreurs ou imprécisions ou encore à le valoriser en l'orientant vers des pistes inexplorées.

L'échange final sur les missions et le rôle du professeur permet au candidat de montrer qu'il a conscience des multiples dimensions de son futur métier et qu'il est prêt à s'engager dans cette direction. Lors de cette session, les questions ont plus particulièrement porté sur les thèmes suivants : la maîtrise de la langue française, l'évaluation des élèves, la différenciation pédagogique, le décrochage scolaire, les techniques d'information et de communication, le travail en équipe des enseignants, les liaisons inter-cycles (école – collège, collège – lycée, lycée – enseignement supérieur), les procédures disciplinaires, les conduites à risque, les situations de harcèlement, les relations avec les parents d'élèves, les déterminismes sociaux, l'accès des filles aux filières scientifiques, la scolarisation des élèves porteurs de handicap.

Cette partie de l'épreuve sur dossier, qui a un impact sur les résultats, permet d'apprécier si le candidat a conscience des obligations d'un enseignant et s'est approprié les principales valeurs du service public. Si l'on ne peut exiger qu'il maîtrise en détail le fonctionnement de l'institution scolaire, il est attendu d'un futur enseignant une certaine connaissance de l'organisation des établissements ainsi que des grands enjeux du système éducatif.

Conseils aux candidats

- La prestation ne peut s'improviser au moment de la remise du sujet. Un travail de préparation conséquent est nécessaire en amont, en prenant appui sur les documents ressources officiels et des manuels, afin de constituer des « banques d'exercices » que l'on pourra mobiliser le jour de l'épreuve.
- Le candidat doit montrer son aptitude à se comporter en enseignant, en s'exprimant en direction du jury, à voix haute, dans une langue correcte et de façon intelligible. Il convient également de s'affranchir autant que possible des notes rédigées pendant le temps de préparation.
- Si une présentation vidéoprojetée est appréciée, celle-ci peut avantageusement être soutenue par une trace écrite au tableau. Le jury a conscience que le temps de préparation de l'épreuve ne permet pas une mise en page parfaite des documents. Il est préférable que ce temps soit prioritairement consacré au contenu de l'exposé plutôt qu'à sa forme.
- Il convient de conserver un regard critique à l'égard des manuels. On peut par exemple modifier à loisir un énoncé, proposer plusieurs formulations du même exercice, ou se placer à différents niveaux.
- L'échange sur les missions du professeur marquant une rupture avec l'activité mathématique qui le précède, le candidat ne doit pas hésiter à se donner un temps de réflexion avant de répondre à la question posée dans ce cadre.

4. ÉNONCÉS

4.1 Énoncé de l'épreuve écrite

ministère
Éducation
nationale

EBE MAT 1

SESSION 2014

CAPES
CONCOURS EXTERNE
TROISIÈME CONCOURS
ET CAFEP CORRESPONDANTS

Sections :

MATHÉMATIQUES
LANGUES RÉGIONALES : BRETON

PREMIÈRE ÉPREUVE D'ADMISSIBILITÉ

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Problème 1 : applications du plan affine

Notations

– On désigne par $\mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$ l'ensemble des matrices 2×2 inversibles à coefficients réels.
– Soit un plan affine $\mathscr{P}$ muni d'un repère (O, I, J). Les coordonnées dans ce repère des points de $\mathscr{P}$ sont notées sous forme de matrices colonnes éléments de $\mathscr{M}_{2,1}(\mathbb{R})$.

Définition

Soit f une application de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$. On dira que f vérifie *la condition des droites* si :

1. f est bijective.
2. Pour toute droite D de $\mathscr{P}$, $f(D)$ est aussi une droite de $\mathscr{P}$.

Le but du problème est de trouver toutes les applications vérifiant la condition des droites.

Partie A : conséquences de la condition des droites et exemples

1. Soit f une application de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$ vérifiant la condition des droites.
   1.1. Soient M et N deux points distincts de $\mathscr{P}$. Montrer que l'image par f de la droite (MN) est la droite $(f(M)f(N))$.
   1.2. Soient D et D' deux droites distinctes de $\mathscr{P}$. Montrer que $f(D) \cap f(D') = f(D \cap D')$.
   1.3. Montrer que les droites $f(D)$ et $f(D')$ sont parallèles si et seulement si les droites D et D' sont parallèles.
   1.4. Soient M, N, P trois points distincts de $\mathscr{P}$. Montrer que M, N et P sont alignés si et seulement si $f(M)$, $f(N)$ et $f(P)$ sont alignés.
   1.5. Soient M, N, P et Q quatre points distincts de $\mathscr{P}$. Montrer que $MNPQ$ est un parallélogramme si et seulement si $f(M)f(N)f(P)f(Q)$ est un parallélogramme.
2. Soient $A \in \mathrm{GL}_2(\mathbb{R})$ et $B \in \mathscr{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. On considère l'application $f_{A,B}$ de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$ qui à tout point $X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ associe le point $AX + B$.
   2.1. Montrer que $f_{A,B}$ est bijective et déterminer son application réciproque.
   2.2. Soient M, N, P trois points distincts de $\mathscr{P}$. Montrer que M, N et P sont alignés si et seulement si $f_{A,B}(M)$, $f_{A,B}(N)$ et $f_{A,B}(P)$ sont alignés.
   2.3. Montrer que $f_{A,B}$ vérifie la condition des droites.
3. Soient O', I', J' trois points non alignés de $\mathscr{P}$. Montrer qu'il existe $A \in GL_2(\mathbb{R})$ et $B \in \mathscr{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ tels que $f_{A,B}(O) = O'$, $f_{A,B}(I) = I'$ et $f_{A,B}(J) = J'$.

Partie B : endomorphisme de l'anneau $\mathbb{R}$

Soit ϕ une application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ telle que pour pour tous nombres réels x et y :

$$\phi(x+y) = \phi(x) + \phi(y),\ \phi(xy) = \phi(x)\phi(y) \text{ et } \phi(1) = 1\,.$$

1. Montrer que $\phi(0) = 0$ et que pour tous nombres réels x et y, $\phi(x-y) = \phi(x) - \phi(y)$.
2. Montrer que pour tout nombre réel x et pour tout nombre réel non nul y, $\phi\left(\dfrac{x}{y}\right) = \dfrac{\phi(x)}{\phi(y)}$.
3. Montrer que pour tout entier naturel n, $\phi(n) = n$.
4. Montrer que pour tout nombre rationnel r, $\phi(r) = r$.
5. Soient a et b deux nombres réels, tels que $a \leqslant b$. Montrer que $\phi(a) \leqslant \phi(b)$. On pourra utiliser l'égalité $b - a = (\sqrt{b-a})^2$.
6. Soit x un nombre réel et soit ε un nombre réel strictement positif.

6.1. Montrer l'existence de deux nombres rationnels x' et x'' tels que $x-\varepsilon \leqslant x' \leqslant x \leqslant x'' \leqslant x+\varepsilon$.

6.2. En déduire que $x-\varepsilon \leqslant \phi(x) \leqslant x+\varepsilon$.

6.3. En déduire que $\phi = Id_{\mathbb{R}}$.

Partie C : un cas particulier

Soit f une application de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$ vérifiant la condition des droites et telle que $f(O)=O$, $f(I)=I$ et $f(J)=J$.

1. Justifier l'existence de deux applications ϕ et ψ de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$, telles que pour tous nombres réels x et y, les images par f des points de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}$ sont respectivement $\begin{pmatrix} \phi(x) \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 0 \\ \psi(y) \end{pmatrix}$.
2. Vérifier que $\phi(0)=\psi(0)=0$ et que $\phi(1)=\psi(1)=1$.
3. 3.1. Soient x et y deux nombres réels non nuls. Soient A,B,C les points du plan de coordonnées $A\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$. Montrer que $f(O)f(A)f(C)f(B)$ est un parallélogramme.

   3.2. En déduire que pour tous nombres réels x et y, l'image par f du point de coordonnées $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ est le point de coordonnées $\begin{pmatrix} \phi(x) \\ \psi(y) \end{pmatrix}$.
4. 4.1. Soit x un nombre réel non nul. Soient A et B les points de coordonnées $A\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$ et $B\begin{pmatrix} 0 \\ x \end{pmatrix}$.
   Montrer que $(f(A)f(B))$ est parallèle à (IJ).

   4.2. En déduire que pour tout nombre réel x, $\phi(x)=\psi(x)$.
5. 5.1. Soient x et y deux nombres réels non nuls. Soient A,B,C les points du plan de coordonnées $A\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} y \\ 1 \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} x+y \\ 1 \end{pmatrix}$. Montrer que $f(O)f(A)f(C)f(B)$ est un parallélogramme.

   5.2. Montrer que pour tous nombres réels x et y, $\phi(x+y)=\phi(x)+\phi(y)$.
6. 6.1. Soient x et y deux nombres réels non nuls. Soient A,B,C les points du plan de coordonnées $A\begin{pmatrix} x \\ 0 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} 0 \\ xy \end{pmatrix}$. Montrer que les droites (AC) et (IB) sont parallèles.

   6.2. Montrer que les droites $(f(A)f(C))$ et $(If(B))$ sont parallèles.

   6.3. En déduire que pour tous nombres réels x et y, $\phi(xy)=\phi(x)\phi(y)$.
7. Montrer que $f = Id_{\mathscr{P}}$.

Partie D : cas général

Soit f une application de $\mathscr{P}$ dans $\mathscr{P}$ vérifiant la condition des droites.

1. Montrer que $f(O)$, $f(I)$ et $f(J)$ ne sont pas alignés.
2. Montrer qu'il existe $A \in GL_2(\mathbb{R})$ et $B \in \mathscr{M}_{2,1}(\mathbb{R})$ tels que $f_{A,B}(O)=f(O)$, $f_{A,B}(I)=f(I)$ et $f_{A,B}(J)=f(J)$.
3. Montrer que $f_{A,B}^{-1} \circ f = Id_{\mathscr{P}}$.
4. Donner toutes les applications vérifiant la condition des droites.

Problème 2 : équations différentielles

Après avoir étudié la structure de l'ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire du second ordre à coefficients non constants, on s'intéresse à quelques propriétés des solutions d'équations différentielles linéaires du second ordre particulières.

Notations et rappels

1. Pour une équation différentielle appelée E, on note :
   - EH l'équation homogène associée ;
   - $\mathrm{Sol}(E)$ l'ensemble des solutions de l'équation E ;
   - $\mathrm{Sol}(EH)$ l'ensemble des solutions de l'équation homogène associée EH.
2. On admet le théorème de Cauchy-Lipschitz linéaire pour les équations différentielles du second ordre, selon lequel :
   étant donnés un intervalle I de $\mathbb{R}$ non vide, a, b et c des fonctions continues de I dans $\mathbb{R}$ et $(t_0, y_0, y_0') \in I \times \mathbb{R}^2$, il existe une unique fonction y, définie et de classe $\mathscr{C}^2$ sur l'intervalle I qui vérifie le problème de Cauchy :
   $$\left\{ \begin{array}{ll} \forall t \in I, & y''(t) + a(t)y'(t) + b(t)y(t) = c(t) \\ & y(t_0) = y_0 \text{ et } y'(t_0) = y_0' \end{array} \right. .$$

Partie A : généralités

Soit E l'équation différentielle définie sur un intervalle I :

$$E : \; y''(t) + a(t)y'(t) + b(t)y(t) = c(t).$$

où a, b et c sont des applications continues de I dans $\mathbb{R}$ et y une application de $\mathscr{C}^2(I, \mathbb{R})$, ensemble des fonctions de classe $\mathscr{C}^2$ de I dans $\mathbb{R}$.

1. Démontrer que $\mathrm{Sol}(EH)$ est un sous-espace vectoriel de $\mathscr{C}^2(I, \mathbb{R})$.
2. Soit t_0 un réel de l'intervalle I. On considère l'application φ_{t_0}, de $\mathrm{Sol}(EH)$ dans $\mathbb{R}^2$ définie par :
   $$\forall y \in \mathrm{Sol}(EH), \quad \varphi_{t_0}(y) = \begin{pmatrix} y(t_0) \\ y'(t_0) \end{pmatrix} .$$
   Démontrer que φ_{t_0} est un isomorphisme d'espaces vectoriels.
3. En déduire que $\mathrm{Sol}(EH)$ est un sous espace vectoriel de $\mathscr{C}^2(I, \mathbb{R})$ de dimension 2.
4. *Expression des solutions de E.*
   Soit (y_1, y_2) une base du sous-espace vectoriel $\mathrm{Sol}(EH)$ et p une solution particulière de E.
   Démontrer que les solutions de l'équation E sont les fonctions y qui s'écrivent sous la forme $y = \alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 + p$, où $(\alpha_1, \alpha_2) \in \mathbb{R}^2$.
5. Soient y_1 et y_2 deux solutions de l'équation EH. On note w l'application définie sur I par :
   $$t \mapsto w(t) = y_1(t)y_2'(t) - y_1'(t)y_2(t) .$$

5.1. Démontrer que w est une fonction dérivable sur l'intervalle I et que w est solution sur I de l'équation différentielle :

$$\forall t \in I, \quad w'(t) + a(t)w(t) = 0\,.$$

5.2. En déduire que les deux propriétés suivantes sont équivalentes.
- w est identiquement nulle, c'est-à-dire que $\forall t \in I, w(t) = 0\,.$
- w s'annule au moins une fois, c'est-à-dire que $\exists t_0 \in I, w(t_0) = 0\,.$

5.3. Dans cette question, on souhaite démontrer que si (y_1, y_2) est une base de $\mathrm{Sol}(EH)$, alors w ne s'annule pas sur I.
Pour cela, on raisonne par contraposée en supposant que $w = 0$ et on considère $t_0 \in I$ tel que $y_1(t_0) \neq 0$.
On définit la fonction z sur I par :

$$z : t \mapsto y_1(t_0)y_2(t) - y_2(t_0)y_1(t)\,.$$

Démontrer que z est solution de l'équation différentielle EH avec les conditions initiales $z(t_0) = 0$ et $z'(t_0) = 0$ et en déduire que la famille (y_1, y_2) est liée.
Conclure.

Partie B : solutions bornées d'une équation différentielle à coefficients constants

Soient b un réel et f une fonction continue de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. On s'intéresse à l'équation différentielle sur $\mathbb{R}$:

$$E : \quad y''(t) + by(t) = f(t)\,.$$

1. *Étude de l'équation homogène* $EH : y''(t) + by(t) = 0$

   1.1. Déterminer l'ensemble $\mathrm{Sol}(EH)$ suivant les valeurs de b.

   1.2. Déterminer les valeurs du réel b pour lesquelles toutes les fonctions de $\mathrm{Sol}(EH)$ sont bornées.

2. *Étude de l'équation avec second membre*
   On suppose dans cette question que $b = 1$ et on définit la fonction g sur $\mathbb{R}$ par :

$$x \mapsto g(x) = \int_0^x f(t)\sin(x-t)\mathrm{d}t\,.$$

   Démontrer que g est une solution particulière de E et en déduire la solution générale de l'équation différentielle sur $\mathbb{R}$. *On pourra transformer l'expression* $\sin(x-t)$.

Partie C : étude de quelques propriétés des solutions d'une équation différentielle

Dans cette partie, on s'intéresse à quelques propriétés des solutions de l'équation différentielle sur $\mathbb{R}$: $y''(t) + b(t)y(t) = 0$, où b désigne une application continue de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

1. Soit y une solution non identiquement nulle sur $\mathbb{R}$. On appelle zéro de la fonction y tout réel t tel que $y(t) = 0$. On souhaite démontrer que pour tout segment $[\alpha, \beta]$ inclus dans $\mathbb{R}$, le nombre de zéros de y dans $[\alpha, \beta]$ est fini.
   Pour cela, on raisonne par l'absurde et on suppose qu'il existe une solution y qui possède un nombre infini de zéros dans $[\alpha, \beta]$.

   1.1. Démontrer qu'il existe dans $[\alpha, \beta]$ une suite $(z_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de zéros de y deux à deux distincts convergeant vers un réel $\gamma \in [\alpha, \beta]$.

   1.2. Démontrer que $y(\gamma) = 0$.

1.3. Démontrer que, à partir d'un certain rang, le quotient $T_n = \dfrac{y(z_n) - y(\gamma)}{z_n - \gamma}$ est bien défini et que $y'(\gamma) = 0$.

1.4. En déduire que la solution y est nécessairement identiquement nulle et conclure.

1.5. En déduire que pour une solution y non identiquement nulle, on peut toujours trouver un intervalle J inclus dans $\mathbb{R}$ dans lequel y ne s'annule pas.

2. On suppose dans cette question que b est une fonction strictement négative sur $\mathbb{R}$. On souhaite montrer qu'une solution y non identiquement nulle ne peut avoir plus d'un zéro sur $\mathbb{R}$.
Pour cela, on raisonne à nouveau par l'absurde et on suppose qu'il existe une solution y non identiquement nulle possédant au moins deux zéros.

2.1. *Un résultat préliminaire*
Soient α et β deux réels tels que $\alpha < \beta$ et f une fonction convexe deux fois dérivable sur $[\alpha, \beta]$, non identiquement nulle sur $[\alpha, \beta]$ et telle que $f(\alpha) = f(\beta) = 0$. Démontrer que nécessairement $f < 0$ sur $]\alpha, \beta[$.

2.2. Démontrer qu'il existe un intervalle $[\alpha, \beta]$ sur lequel y est soit convexe, soit concave.

2.3. En déduire une contradiction et conclure.

4.2 Énoncés de l'épreuve orale

Thème : loi binomiale

L'exercice

Partie A

Une urne contient 8 boules vertes et 12 boules rouges. On tire successivement au hasard et avec remise 10 boules de cette urne.

On considère la variable aléatoire X égale au nombre de boules rouges obtenues sur les 10 tirages.

1. Démontrer que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Calculer la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge.
   Donner la formule exacte et arrondir le résultat à 0,0001 près.

Partie B

L'urne contient maintenant 8 boules vertes et N boules rouges, avec $N \geqslant 2$.

On tire toujours au hasard et avec remise 10 boules de cette urne.

Déterminer le nombre minimum de boules rouges N que l'urne doit contenir pour que la probabilité d'obtenir au moins une boule rouge sur les 10 tirages soit supérieure à 0,999.

Les réponses de deux élèves de première à la partie B

Élève 1

Dans un tableur, je mets 1 *dans la cellule* A1*, et je mets la formule*

=1-LOI.BINOMIALE(0;10;A1/(A1+8);0)

dans la cellule B1*.*

Je copie les deux cellules vers le bas et je regarde en quelle ligne la colonne B devient plus grande que 0,999.

C'est pour $N = 8$.

Élève 2

J'ai tapé sur ma calculatrice l'algorithme ci-dessous :

début
  Entrées : N
  tant que $1-(8 \div (N+8))^{10} > 0,999$ **faire**
    $N+1 \to N$;
  fin
  Sorties : *Afficher* N.
fin

J'ai trouvé que N *valant* 7 *convient car pour* N *valant* 8*, le programme ne s'arrête pas.*

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les productions des élèves en mettant en évidence les compétences acquises dans les domaines des probabilités et de l'algorithmique.

2- Exposez une correction de la partie B comme vous le feriez devant une classe de terminale, en prenant en compte les productions des élèves.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *loi binomiale* dont l'un au moins s'appuiera sur l'utilisation d'un logiciel ou d'une calculatrice. Vous expliciterez les objectifs de formation visés par les exercices proposés.

Thème : résolution d'équations

L'exercice

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{-2x}{x-2}$$

On appelle $\mathcal{H}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal.
Soit m un nombre réel. On considère la droite (D_m) d'équation $y = mx$.
Trouver les points de $\mathcal{H}$, s'ils existent, en lesquels la tangente à la courbe est parallèle à (D_m).

Les réponses proposées par deux élèves de première S à la question 2

Élève 1

Deux droites parallèles ont le même coefficient directeur. Donc on doit résoudre l'équation $\dfrac{4}{(x-2)^2} = m$.
Comme m *et* $(x-2)^2$ *sont strictement positifs, alors on a* $m > 0$.
On n'a donc pas de tangente si $m \leqslant 0$.
$\dfrac{4}{(x-2)^2} = m$ *équivaut à* $\dfrac{2}{x-2} = \sqrt{m}$.
On a donc un point répondant à la question, qui a pour abscisse $x = \dfrac{2}{\sqrt{m}} + 2$.

Élève 2

On doit résoudre l'équation $\dfrac{4}{(x-2)^2} = m$ *qui équivaut à* $m(x-2)^2 - 4 = 0$.
On doit résoudre

$$mx^2 - 4mx + 4m - 4 = 0.$$

On trouve $\Delta = 16m$.
Donc il y a deux points d'abscisse $x = \dfrac{4m - 4\sqrt{m}}{2m} = 2 - \dfrac{2}{\sqrt{m}}$ *et* $x = 2 + \dfrac{2}{\sqrt{m}}$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les réponses des deux élèves, en mettant en évidence leurs compétences dans le domaine de la résolution d'équations.

2- Proposez une correction de l'exercice comme vous le feriez devant une classe de première scientifique en vous appuyant éventuellement sur un logiciel.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *résolution d'équations*. Vous prendrez soin de motiver le choix effectué.

Thème : modélisation à l'aide de suites

L'exercice

Un magazine est vendu uniquement par abonnement. Le modèle économique prévoit qu'il y ait 1 800 nouveaux abonnés chaque année et que d'une année sur l'autre, 15 % des abonnés ne se réabonnent pas.
En 2013, il y avait 8 000 abonnés.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de milliers d'abonnés prévus en $(2013 + n)$.

1. Établir que pour tout entier naturel n, on a $u_{n+1} = 0{,}85u_n + 1{,}8$.
2. Pour tout entier naturel n, on pose $v_n = u_n - 12$.
   (a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
   (b) Exprimer v_n en fonction de n. En déduire l'expression de u_n en fonction de n.
3. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).
4. Écrire un algorithme donnant l'année à partir de laquelle le magazine dépassera, d'après le modèle, la barre des 11 000 abonnés et donner le résultat.

Les réponses de deux élèves à la question 4)

Élève 1

début
  $8 \to U$;
  tant que $U < 11$ **faire**
    $0 \to N$;
    $0,85 \times U + 1,8 \to U$;
    $N + 1 \to N$;
  fin
  Sorties : *Afficher* N.
fin

Mon algorithme comporte une erreur car je trouve 1.

Élève 2

début
  $0 \to N$;
  tant que $U < 11$ **faire**
    $12 - 4 \times 0,85^N \to U$;
    $N + 1 \to N$;
  fin
  Sorties : *Afficher* N.
fin

Ma calculatrice affiche $N = 10$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez la production de chaque élève en relevant ses erreurs et en mettant en évidence ses compétences dans le domaine de l'algorithmique.

2- Exposez une correction des questions 2) et 3) comme vous le feriez devant une classe de terminale.

3- Proposez deux ou trois exercices sur le thème des *suites* dont l'un au moins conduit à modéliser une situation.

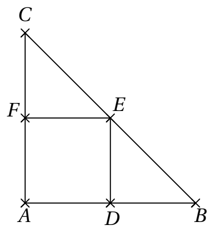
Thème : grandeurs et mesures

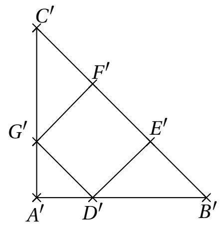
L'exercice

ABC et $A'B'C'$ sont des triangles rectangles et isocèles respectivement en A et A' tels que

$$AB = AC = A'B' = A'C' = 8$$

On construit comme indiqué ci-dessous deux carrés $ADEF$ et $D'E'F'G'$ dont les sommets appartiennent aux côtés des triangles. Comparer les aires des deux carrés.

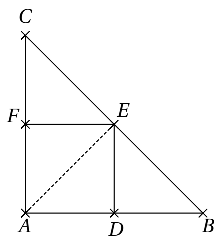




Les réponses de deux élèves

Élève 1

En traçant AE, j'ai découpé le premier triangle en 4 triangles égaux.



donc l'aire du carré est les $\frac{2}{4}$ *de l'aire du triangle.*
Pour l'autre triangle, je n'ai pas trouvé de découpage pour pouvoir répondre.

Élève 2

Pour le premier triangle, j'ai construit le carré $ADEF$ de côté 4, puis le triangle avec $AB = AC = 8$, et j'ai mesuré $BC \approx 11,3$.
Pour le deuxième triangle, si on part d'un carré $D'E'F'G'$ de côté 4, on a alors $C'F' = F'E' = E'B' = 4$, d'où $B'C' = 12$. Comme $B'C'$ doit être égal à BC, cela signifie qu'en fait le carré $D'E'F'G'$ doit être plus petit que le carré $ADEF$.

Le travail à exposer devant le jury

1- Analysez les réponses des élèves en mettant en évidence leurs acquis en géométrie.

2- Proposez une correction de l'exercice comme vous le feriez devant une classe de troisième.

3- Présentez deux ou trois exercices sur le thème *grandeurs et mesures*, en indiquant pour chacun les objectifs pédagogiques.

.5. ANNEXES

5.1. Ressources numériques à disposition des candidats

Textes officiels

- réglementation du concours ;
- programmes de Mathématiques des classes de collège, de lycée et des sections de technicien supérieur ;
- documents ressources pour le collège et le lycée ;
- référentiel des compétences professionnelles des métiers du professorat et de l'éducation (arrêté MENE1315928A du 1er juillet 2013).

Logiciels

- Algobox ;
- ClassPad Manager ;
- Geogebra ;
- Geoplan – Geospace ;
- Maxima ;
- OpenOffice.org ;
- Python ;
- Scilab ;
- TI-NSpire CAS TE ;
- TI-SmartView 83 Plus.fr ;
- Xcas.

L'utilisation de tout support numérique personnel est exclue.
L'usage des téléphones mobiles et de toute forme d'accès à internet est interdit dans l'enceinte du concours.

Manuels numériques

- BORDAS : Indice 2de, 1re S, Terminale S spécifique ;
- DIDIER : Hélice 6^{e}, Horizon 4^{e}, Math'x : 2de, 1re S, Terminale S spécifique, Terminale S spécialité ;
- FOUCHER : Sigma : 1re STI2D et STL, Terminale STI2D et STL ;
- HACHETTE : Phare : 6^{e}, 5^{e}, 4^{e}, 3^{e}, Déclic : 2de, 1re ES-L, 1re S, Terminale ES spécifique et spécialité, Terminale S spécifique et spécialité ;
- HATIER : Triangle : 6^{e}, 5^{e}, 4^{e}, 3^{e}, Odyssée : 2de, 1re ES-L, 1re S, Terminale ES-L spécifique et spécialité, Terminale S spécifique, Terminale S spécialité ;
- NATHAN : Transmath : 6^{e}, 5^{e}, 4^{e}, 3^{e}, Transmath : 2de, 1re S, 1re ES-L, Terminale S spécifique, Terminale ES-L spécifique et spécialité, Hyperbole : 2de, 1re ES-L, 1re S, Terminale ES-L spécifique et spécialité, Terminale S spécifique.

Le jury remercie les éditeurs de logiciels et de manuels ayant mis gracieusement leurs produits à la disposition du concours.

5.2 Bibliothèque du concours

Le candidat peut utiliser des ouvrages personnels. Seuls sont autorisés les livres en vente dans le commerce, à condition qu'ils ne soient pas annotés et à l'exclusion des manuels spécifiques de préparation aux épreuves orales du concours. Le jury se réserve la possibilité d'interdire l'usage de certains ouvrages dont le contenu serait contraire à l'esprit des épreuves.

La bibliothèque du concours propose quelques exemplaires de manuels du collège, du lycée et des sections de technicien supérieur.

Ouvrages disponibles pour les sessions 2014

Sixième	Bordas	Myriade	2009
	Didier	Hélice	2009
	Hachette Education	Phare	2009
	Hatier	Triangle	2009
Cinquième	Bordas	Myriade	2010
	Hachette Education	Phare	2010
	Hatier	Triangle	2010
Quatrième	Belin	Prisme	2011
	Bordas	Myriade	2011
	Didier	Horizon	2011
	Hachette Education	Phare	2011
	Hatier	Triangle	2011
Troisième	Hachette Education	Phare	2012
	Hatier	Triangle	2012

Seconde	Belin	Symbole	2009
	Bordas	Pixel	2010
	Didier	Math'x	2010
	Hachette Education	Déclic	2010
		Repères	2010
	Hatier	Odyssée	2010
	Nathan	Hyperbole	2010
		Transmath	2010
		Travailler en confiance	2010
Première S	Belin	Symbole	2011
	Bordas	Indice	2011
	Didier	Math'x	2011
	Hachette Education	Déclic	2011
		Repères	2011
	Hatier	Odyssée	2011
	Nathan	Hyperbole	2011
		Transmath	2011
Première ES-L	Bordas	Indice	2011
	Hachette éducation	Déclic	2011
	Hatier	Odyssée	2011
	Nathan	Hyperbole	2011
Première STI2D-STL	Foucher	Sigma	2011
Terminale ES-L	Bordas	Indice (enseignement ES spécifique et L de spécialité)	2012
	Bordas	Indice (enseignement ES de spécialité)	2012
	Hachette Education	Déclic (enseignement ES spécifique et de spécialité et L de spécialité)	2012
	Hatier	Odyssée (enseignement ES spécifique et de spécialité et L de spécialité)	2012
	Nathan	Hyperbole (enseignement ES spécifique et de spécialité et L de spécialité)	2012
Terminale S	Bordas	Indice (enseignement spécifique)	2012
		Indice (enseignement de spécialité)	2012
	Hachette Education	Déclic (enseignement spécifique et de spécialité)	2012
		Repères (enseignement spécifique et de spécialité)	2012
		Repères (enseignement spécifique)	2012
	Hatier	Odyssée (enseignement spécifique)	2012
		Odyssée (enseignement de spécialité)	2012
	Nathan	Hyperbole (enseignement spécifique)	2012
		Hyperbole (enseignement de spécialité)	2012
Terminale STI2D-STL	Foucher	Sigma	2012

Sections de technicien supérieur	Foucher	Sigma (BTS industriels, groupement BCD, analyse et algèbre)	2009
		Sigma (BTS industriels, groupement BCD, statistique et probabilités)	2009
		Sigma (BTS industriels, groupement A, tome 1)	2010
		Sigma (BTS industriels, groupement A, tome 2)	2010