



EFE MPC 1

SESSION 2017

**CAPLP**  
**CONCOURS EXTERNE et CAFEP**  
**3<sup>ème</sup> CONCOURS**

**SECTION : MATHÉMATIQUES – PHYSIQUE-CHIMIE**

**ÉPREUVE ÉCRITE SUR DOSSIER DE MATHÉMATIQUES**

Durée : 4 heures

*Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

*De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB : La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.**

Tournez la page S.V.P.

A

Le sujet est constitué de trois exercices indépendants qui peuvent être traités dans un ordre quelconque.

Le premier exercice est un vrai faux avec justification.

Le deuxième exercice est un exercice de nature pédagogique.

Le troisième exercice est constitué de quatre parties indépendantes.

## Exercice 1

Préciser si chacune des propositions suivantes est vraie ou fausse, puis justifier la réponse.

Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. Toute suite réelle strictement décroissante tend vers  $-\infty$ .
2. Le tableau suivant donne l'évolution du nombre de clients d'une entreprise pendant cinq années consécutives.

Rang de l'année	1	2	3	4	5
Nombre de clients	2460	7035	15010	20970	31010

En réalisant un ajustement affine des données et en supposant que la tendance se poursuive, le nombre de clients estimé l'année de rang 7 dépassera 44 000.

3. Dans un club de vacances proposant des activités sportives à ses clients, 100 vacanciers se répartissent de la façon suivante : 42% sont des femmes et 12 d'entre elles ne pratiquent aucune activité sportive. D'autre part, 80% des vacanciers pratiquent une activité sportive. On rencontre au hasard un des 100 vacanciers de ce club. La probabilité, sachant qu'il s'agit d'un homme, que ce vacancier pratique une activité sportive est 0,75.
4. Une chaîne de magasins souhaite fidéliser ses clients en offrant des bons d'achat à ses clients privilégiés. Chacun d'eux reçoit un bon d'achat sur lequel est inscrit l'un des six

montants suivants en euro : 0 ; 10 ; 15 ; 20 ; 30 ; 100. On admet qu'une valeur approchée à  $10^{-3}$  près de la probabilité d'avoir un bon d'achat d'une valeur supérieure ou égale à 30 euros vaut 0,057. Dans un des magasins de cette chaîne, sur 2000 clients privilégiés, 6 ont reçu un bon d'achat d'une valeur supérieure ou égale à 30 euros. Le directeur du magasin considéré estime que ce nombre est insuffisant et doute de la répartition au hasard des bons d'achat dans les différents magasins de la chaîne.

Ses doutes sont justifiés au risque de 5%.

5. Quand on double le rayon d'une sphère, on double la surface de cette sphère.
6. Soit ABC un triangle rectangle, d'hypoténuse [BC] et soit I le milieu de [BC]. Le point G défini par  $4\vec{GA} - \vec{GB} - \vec{GC} = \vec{0}$  est le symétrique du point I par rapport au point A.
7. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points : A(3; 1; 1) et B(-2; 1; 0). L'aire du triangle OAB mesurée en unité d'aire est  $\frac{\sqrt{30}}{2}$ .
8. La fonction  $f$  définie sur  $\mathbf{R}$  par  $f(0) = 0$  et pour tout réel  $x$  non nul par  $f(x) = x^3 \sin \frac{1}{x}$  est deux fois dérivable en 0.
9. Soit  $y$  et  $z$  deux fonctions dérivables sur  $\mathbf{R}$  et à dérivée continue sur  $\mathbf{R}$ . On note  $y'$  et  $z'$  leur fonction dérivée. Si  $y' = z$  et  $z' = y$  et s'il existe  $a \in \mathbf{R}$  tel que  $y(a) = z(a)$  alors  $y = z$ .
10. La fonction réelle  $f$  définie sur  $\mathbf{R}^2$  par  $f(x, y) = x^2 + y^2 + xy + 1$  admet 1 comme minimum global.
11.  $\int_1^{e^\pi} \cos(\ln x) dx = -e^\pi$ .
12. Dans le plan, le cercle  $\mathcal{C}_1$  d'équation :  $x^2 + y^2 - 100 = 0$  et le cercle  $\mathcal{C}_2$  d'équation :  $x^2 + y^2 - 24x - 18y + 200 = 0$  sont tangents.

## Exercice 2

Cet exercice de type pédagogique est construit autour d'une activité sur la thématique « Vie sociale et loisirs : jouer avec le hasard ».

Il nécessite les annexes suivantes fournies en fin de sujet :

Annexe 1 : Énoncé initial destiné aux élèves.

Annexe 2 : Copie d'écran du tableur utilisé pour la simulation.

Annexe 3 : Extrait du Bulletin Officiel spécial numéro 2 du 19/02/2009.

Annexe 4 / Document réponse 1 : Grille nationale d'évaluation en mathématiques et sciences physiques et chimiques (à rendre avec la copie).

Annexe 5 : Extrait des ressources pour la classe de baccalauréat professionnel sur la démarche d'investigation, septembre 2009.

Annexe 6 : Copie d'un élève de première professionnelle .

L'énoncé fourni en **annexe 1**, inspiré d'un ouvrage, est destiné aux élèves de Bac Professionnel des groupements A, B ou C.

### **Partie A : analyser**

1. À partir des extraits des programmes de seconde, première et terminale (**annexe 3**), repérer à quel niveau de formation (seconde, première ou terminale professionnelle) correspond le mieux l'énoncé de l'**annexe 1**. Justifier votre réponse en précisant les capacités et connaissances visées, en citant les éléments de l'énoncé qui y font référence.
2. En utilisant la grille nationale d'évaluation par compétences en mathématiques et sciences physiques et chimiques de l'**annexe 4 / document réponse 1**, citer les deux compétences majoritairement visées par cette activité. Préciser pour chaque compétence les mots clés de l'énoncé de l'**annexe 1** qui justifient votre réponse.

### **Partie B : concevoir**

On suppose que vous êtes enseignant en classe de **première professionnelle** et vous souhaitez proposer à vos élèves une séance sous la forme d'**une démarche d'investigation** inspirée de l'énoncé figurant en **annexe 1** dans lequel **la problématique a été volontairement effacée**.

On suppose également que la salle dans laquelle vous êtes avec vos élèves est dotée de calculatrices, d'ordinateurs, sur lesquels sont installés des logiciels de géométrie dynamique, des tableurs et des grapheurs, outils numériques que les élèves savent utiliser.

1. Identifier les pré-requis en mathématiques et en utilisation des TIC nécessaires pour cette séance.

2. En vous aidant de l'extrait du document ressources présenté en **annexe 5**, indiquer une problématique relative à l'énoncé de l'**annexe 1**, que vous présenteriez aux élèves pour favoriser la démarche d'investigation.

### **Partie C : réaliser**

Vous proposez aux élèves de **première professionnelle** dont vous avez la charge l'énoncé dans sa version initiale figurant en **annexe 1**.

1. En vous aidant de la copie d'écran proposée en **annexe 2** et correspondant au travail demandé à l'élève en question 4 de l'**annexe 1**, expliquer ce que chacune des cellules C2, C32 et C33 permettent de simuler et indiquer quelles formules y ont été saisies.
2. Proposer un corrigé de cet énoncé destiné à des élèves d'une classe de première professionnelle.
3. Identifier deux difficultés ou points de blocage que pourraient rencontrer les élèves face à cet énoncé. Vous préciserez, pour chaque difficulté identifiée :
  - (a) à quel(s) type(s) de compétence(s) cette difficulté renvoie,
  - (b) une proposition d'aide pour permettre aux élèves rencontrant cette difficulté de les surmonter.

### **Partie D : valider**

Vous souhaitez proposer l'énoncé figurant en annexe 1 pour **une évaluation des élèves de première professionnelle** dont vous avez la charge.

1. Vous souhaitez insérer deux appels du professeur qui permettront de s'assurer de la compréhension du problème et d'évaluer le degré de maîtrise des capacités expérimentales. Indiquer, en justifiant vos choix, après quelle question de l'énoncé de l'annexe 1 vous placerez chacun de ces appels.
2. Préciser ce qui sera évalué lors de chaque entretien avec l'élève.
3. Compléter, **sur l'annexe 4 / document réponse 1 à rendre avec la copie**, la colonne "Questions" de la grille nationale d'évaluation en mathématiques et sciences physiques

et chimiques avec les numéros des questions de l'énoncé de l'**annexe 1**. Chacune des questions de l'énoncé de l'annexe 1 devra être placée dans la grille. Dans le cas où une question semblerait évaluer plusieurs compétences, elle sera placée face à la compétence qu'elle permet principalement d'évaluer.

4. Vous trouverez en **annexe 6** la copie d'un élève de première professionnelle suite à cette évaluation. Repérer, sur votre copie, les erreurs réalisées et proposer une remédiation possible lors de la correction.

### Exercice 3

On se place dans le plan affine euclidien muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

Dans tout le problème, la notation  $M(x, y)$  indique que le point  $M$  a pour coordonnées cartésiennes  $(x, y)$  dans le repère  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

On considère la fonction  $g$  définie de  $]0; +\infty[$  dans  $\mathbf{R}$  par  $g(x) = x - \frac{1}{x}$  et on note  $\mathcal{C}_g$  la courbe représentative de cette fonction dans le repère  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

#### Partie A : étude d'une courbe paramétrée

On considère, dans le plan, le point  $M(t)$  de coordonnées  $(x(t), y(t)) = (\cos t, -\tan t \sin t)$  et on note  $\Gamma$  la courbe décrite par le point  $M(t)$  lorsque  $t$  décrit l'intervalle  $] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ .

Ainsi  $\Gamma$  est la courbe paramétrée par 
$$\begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = -\tan t \sin t \end{cases}, \quad t \in ] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[.$$

1. Étudier la parité des fonctions  $x$  et  $y$  de la variable  $t$  définies sur  $] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ . En déduire qu'il suffit d'étudier la courbe paramétrée pour  $t \in [0; \frac{\pi}{2}[$ .
2. Déterminer les fonctions dérivées de  $x$  et de  $y$  sur  $[0; \frac{\pi}{2}[$  et dresser le tableau des variations conjointes des fonctions  $x$  et  $y$  sur  $[0; \frac{\pi}{2}[$ .
3. Montrer que la courbe  $\Gamma$  admet une asymptote verticale dont on précisera l'équation.
4. Donner un développement limité à l'ordre 2 au voisinage de  $t = 0$  des fonctions  $x$  et  $y$ .
5. Déterminer un vecteur tangent à la courbe  $\Gamma$  au point  $M(0)$  de paramètre  $t = 0$ .



6. Montrer que la courbe  $\Gamma$  est tracée sur la courbe  $\mathcal{C}_g$ . Aucun tracé n'est attendu dans cette question.

## Partie B : étude de quelques propriétés de la fonction $g$

1. Étude de la fonction  $g$ 
  - (a) Établir le tableau de variation de la fonction  $g$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  en précisant les limites aux bornes du domaine considéré.
  - (b) Déterminer une équation de la tangente à  $\mathcal{C}_g$  au point d'abscisse 1.
  - (c) Montrer qu'au voisinage de  $+\infty$  la courbe  $\mathcal{C}_g$  admet une asymptote oblique dont on donnera une équation réduite dans le repère  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .
  - (d) Préciser la position de la courbe  $\mathcal{C}_g$  par rapport à cette asymptote oblique.
  - (e) Représenter graphiquement, **sur l'annexe 7 / document réponse 2 à rendre avec la copie**, la courbe  $\mathcal{C}_g$  et ses asymptotes dans le repère  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .
2. On considère l'application  $s$  qui à tout point  $M(x, y)$  associe le point  $M'(X, Y)$  tel que
$$\begin{cases} X = y \\ Y = x \end{cases}.$$
  - (a) Soit  $D$  la droite d'équation  $y = x$ . Montrer que si  $M(x, y)$  est un point du plan d'image  $M'(X, Y)$  par l'application  $s$ , alors la droite  $D$  est la médiatrice du segment  $[MM']$ .
  - (b) Indiquer la nature de l'application  $s$  et préciser son élément caractéristique.
  - (c) Tracer dans le même repère sur **l'annexe 7 / document réponse 2 à rendre avec la copie** la courbe  $\mathcal{C}'$  image de la courbe  $\mathcal{C}_g$  par l'application  $s$ .
3.
  - (a) Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $]0, +\infty[$  sur  $\mathbf{R}$ .
  - (b) Déterminer l'expression de sa bijection réciproque notée  $g^{-1}$ .
  - (c) Que représente la courbe  $\mathcal{C}'$  tracée précédemment ?

## Partie C : étude de suites

On considère la fonction  $h$  définie de  $]0; +\infty[$  dans  $\mathbf{R}$  par  $h(x) = x - \frac{1}{2}g(x)$ . On note  $\mathcal{C}_h$  la courbe représentative de  $h$  dans le repère  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

On construit par récurrence une suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  en posant  $u_0 = 3$  et pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = h(u_n)$ .

Dans cette partie, il s'agit d'utiliser plusieurs méthodes pour montrer que la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est convergente et d'en déterminer la limite.

1. Étude préliminaire de  $h$

(a) Dresser le tableau de variation de la fonction  $h$  sur l'intervalle  $]0; +\infty[$ .

(b) Montrer que l'intervalle  $[1, +\infty[$  est stable par la fonction  $h$ .

(c) Montrer que, pour tout  $x \in [1; 3]$ ,  $0 \leq h'(x) \leq \frac{4}{9}$ .

2. Montrer que tous les termes de cette suite sont bien définis et sont strictement positifs.

3. Méthode 1

(a) Montrer que la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est décroissante.

(b) En déduire que la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  est convergente. On note  $l$  sa limite.

(c) Montrer que  $l$  vérifie l'équation  $h(l) = l$ . En déduire la valeur de  $l$ .

4. Méthode 2

(a) Établir que pour tout  $n$  entier naturel,  $0 \leq u_{n+1} - 1 \leq \frac{4}{9}(u_n - 1)$ .

(b) En déduire que, pour tout  $n$  entier naturel,  $0 \leq u_n - 1 \leq 2 \times \left(\frac{4}{9}\right)^n$ , puis, que la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$  converge vers 1.

(c) Résoudre l'inéquation d'inconnue réelle  $x : 2 \times \left(\frac{4}{9}\right)^x \leq 10^{-4}$ .

(d) En déduire un rang  $n_0 \in \mathbf{N}$  tel que pour tout entier  $n \geq n_0$ ,  $0 \leq u_n - 1 \leq 10^{-4}$ .

5. Méthode 3

Soit  $(w_n)_{n \geq 0}$  la suite numérique définie pour tout  $n \in \mathbf{N}$  par  $w_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 1}$ .

(a) Pour tout entier naturel  $n$ , calculer  $w_{n+1}$  en fonction de  $w_n$ .

(b) Conjecturer puis démontrer l'expression du terme général  $w_n$  en fonction de  $n$ .

(c) En déduire, pour tout entier naturel  $n$ , l'expression du terme général  $u_n$  en fonction de  $n$ .

(d) Retrouver la limite de la suite  $(u_n)_{n \geq 0}$ .

**Tournez la page S.V.P.**



## Partie D : équations différentielles

1. On considère l'équation différentielle (E) suivante, où l'inconnue  $y$  est une fonction de la variable réelle  $x$ , définie et dérivable sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  :

$$2xy' - y = x + \frac{3}{x} \quad (\text{E})$$

- (a) Déterminer l'ensemble des solutions définies et dérivables sur  $]0; +\infty[$  de l'équation homogène ( $E_H$ ) :

$$2xy' - y = 0 \quad (\text{E}_H)$$

- (b) Montrer que la fonction  $g$  définie au début du problème est solution de l'équation (E).

- (c) En déduire l'ensemble des solutions définies et dérivables sur  $]0; +\infty[$  de l'équation (E).

2. On considère l'équation différentielle ( $E_1$ ) suivante, où l'inconnue  $Y$ , est une fonction de la variable réelle  $x$ , définie et deux fois dérivable sur l'intervalle  $]0; +\infty[$  :

$$2xY'' - 3Y' + \frac{3}{x}Y = x + \frac{3}{x}. \quad (\text{E}_1)$$

- (a) Soit  $Y$  une fonction définie et deux fois dérivable sur  $]0; +\infty[$ . Montrer que  $Y$  est solution de ( $E_1$ ) si et seulement si la fonction  $z$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $z(x) = Y'(x) - \frac{1}{x}Y(x)$  est solution de (E).
- (b) Déterminer l'ensemble des solutions définies et deux fois dérivables sur  $]0; +\infty[$  de l'équation ( $E_1$ ).

FIN

## ANNEXE 1

### Énoncé initial destiné aux élèves

**Énoncé initial adapté par l'enseignant à partir d'un exercice du livre « Entraînement au CCF », Nathan Technique, E.Joubert, S.Labat, A.Lalande**

**Problématique :.....**

Un casino est muni d'une roulette aux cinq couleurs (unique en son genre). Les joueurs peuvent parier sur les couleurs suivantes : jaune, bleu, rouge, vert ou noir. Sur la roulette, chaque couleur est représentée de manière égale (forme et aire) et on considère qu'en fonctionnement normal d'utilisation de la roulette, chaque couleur a la même chance de sortir.

Le casino est ouvert 12 heures par jour et chaque heure, la roulette est tournée 30 fois.

Les effectifs de sortie du « jaune » au cours de la journée du 31 décembre 2015 ont été relevés, pour chaque heure lors de l'ouverture du casino dans le tableau ci-dessous :

Heure d'ouverture	1 <sup>ère</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>	7 <sup>ème</sup>	8 <sup>ème</sup>	9 <sup>ème</sup>	10 <sup>ème</sup>	11 <sup>ème</sup>	12 <sup>ème</sup>
Effectifs de sortie du jaune	6	11	7	7	13	6	12	5	7	6	7	7
Fréquence $f_i$ de sortie du jaune, arrondi au centième	0,20	0,37	0,23									

1. Compléter la ligne du tableau précédent donnant, pour chaque heure d'ouverture du casino du 31 décembre 2015, la fréquence de sortie du jaune, arrondi au centième.
2. Calculer la fréquence de sortie du jaune le 31 décembre 2015 ?
3. Déterminer l'étendue de la série statistique constituée des fréquences d'apparition du jaune à chaque heure, lors de la journée du 31 décembre.
4. Ouvrir le fichier Casino.xls qui permet de simuler le fonctionnement normal de la roue.
  - 4.1. Simuler les 30 tours de roulette, pour chacune des 12 heures, en fonctionnement normal de la roulette en utilisant la fonction cliquer-glisser du tableur.
  - 4.2. Faire apparaître en ligne 33 du fichier les fréquences d'apparition du jaune par heure d'ouverture.
  - 4.3. Donner une estimation de la fréquence  $p$  de sortie du jaune le 31 décembre 2015.
5. Rappeler le nombre de couleurs représentées sur la roulette?
6. Combien de chance(s) chaque couleur a-t-elle de sortir ?
7. Déduire la fréquence  $p$  de sortie du jaune dans des conditions de fonctionnement normal de la roulette.
8. Calculer la valeur des bornes de l'intervalle de fluctuation  $[p - \frac{1}{\sqrt{n}}; p + \frac{1}{\sqrt{n}}]$  correspondant aux  $n = 30 \times 12$  tours de roulette effectués le 31 décembre 2015. On arrondira les valeurs demandées au centième.
9. On considère que la roulette a fonctionné normalement le 31 décembre 2015 si la fréquence de sortie du jaune, ce jour-là, est dans l'intervalle de fluctuation. Répondre à la problématique.

ANNEXE 2 - Copie d'écran du tableur

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	Remarque	Numéro de la	Couleurs	Heure 2	Heure 3	Heure 4	Heure 5	Heure 6	Heure 7	Heure 8	Heure 9	Heure 10	Heure 11	Heure 12
2	importante	mise en jeu	1	4	5	1	2	5	4	4	2	4	5	5
3	relative à la			4	4	2	2	5	3	2	5	2	2	5
4	colonne C :			1	2	1	4	5	4	3	5	1	5	5
5				4	2	3	4	3	1	2	4	3	5	2
6				5	5	2	4	1	3	3	1	5	4	3
7				1	4	5	4	2	2	1	5	3	1	2
8	le chiffre 1			1	4	3	2	2	1	1	3	3	1	2
9	correspond au			3	2	3	2	4	4	2	3	1	3	3
10	jaune			1	1	4	2	2	1	2	5	1	3	5
11				1	3	5	4	4	2	3	4	2	1	5
12				5	5	4	2	4	5	1	2	4	1	1
13	le chiffre 2			2	2	2	3	2	5	4	5	1	4	2
14	correspond au			2	5	4	1	5	4	5	4	4	2	3
15	bleu			4	1	4	5	2	5	3	4	5	5	2
16				1	5	2	4	1	5	1	2	3	2	3
17				2	5	5	4	5	3	3	3	2	3	3
18	le chiffre 3			2	2	3	2	5	5	2	2	2	2	5
19	correspond au			2	2	2	2	4	1	2	3	3	4	5
20	rouge			1	1	2	3	1	3	5	4	2	2	5
21				4	4	5	2	5	4	4	5	5	2	3
22				5	5	4	4	2	4	1	4	1	4	3
23	le chiffre 4			1	2	2	3	4	4	3	4	5	4	2
24	correspond au			4	2	2	1	2	1	2	1	3	1	5
25	vert			4	2	2	4	5	3	3	3	2	5	4
26				5	3	2	5	2	1	2	1	3	3	1
27				5	3	4	4	1	4	1	3	5	5	5
28	le chiffre 5			3	2	1	1	2	3	1	3	2	4	2
29	correspond au			5	1	2	2	2	5	1	3	5	2	1
30	noir			1	1	5	1	2	4	5	1	1	1	2
31				4	2	1	4	1	2	1	2	5	3	3
32		Nombre de	8	9	5	4	4	5	6	9	4	6	6	3
33		sortie du jaune		0,30	0,17	0,13	0,13	0,17	0,20	0,30	0,13	0,20	0,20	0,10
34		Fréquence par	0,27											
		heure												
		Fréquence par	0,19											
		jour												

## ANNEXE 3 - page 1

### Extrait du Bulletin Officiel spécial numéro 2 du 19/02/2009

En classe de 2<sup>nd</sup>e :

#### 1.2 Fluctuations d'une fréquence selon les échantillons, probabilités

La notion de fluctuation d'échantillonnage, essentielle en statistique, est abordée dans cette partie du programme en étudiant la variabilité d'observation d'une fréquence. Elle favorise une expérimentation de l'aléatoire. L'objectif de ce module est de faire comprendre que le hasard suit des lois et de préciser l'approche par les fréquences de la notion de probabilité initiée en classe de troisième. Après une expérimentation physique pour une taille fixée des échantillons, la simulation à l'aide du générateur de nombres aléatoires d'une calculatrice ou d'un tableur permet d'augmenter la taille des échantillons et d'observer des résultats associés à la réalisation d'un très grand nombre d'expériences.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Expérimenter, d'abord à l'aide de pièces, de dés ou d'urnes, puis à l'aide d'une simulation informatique prête à l'emploi, la prise d'échantillons aléatoires de taille $n$ fixée, extraits d'une population où la fréquence $p$ relative à un caractère est connue.  Déterminer l'étendue des fréquences de la série d'échantillons de taille $n$ obtenus par expérience ou simulation.	Tirage au hasard et avec remise de $n$ éléments dans une population où la fréquence $p$ relative à un caractère est connue.  Fluctuation d'une fréquence relative à un caractère, sur des échantillons de taille $n$ fixée.	Toutes les informations concernant l'outil de simulation sont fournies.
Évaluer la probabilité d'un événement à partir des fréquences.	Stabilisation relative des fréquences vers la probabilité de l'événement quand $n$ augmente.	La propriété de stabilisation relative des fréquences vers la probabilité est mise en évidence graphiquement à l'aide d'un outil de simulation.
Évaluer la probabilité d'un événement dans le cas d'une situation aléatoire simple.  Faire preuve d'esprit critique face à une situation aléatoire simple.		

## ANNEXE 3 - page 2

### Extrait du Bulletin Officiel spécial numéro 2 du 19/02/2009

#### Première professionnelle :

Ce domaine constitue un enjeu essentiel de la formation du citoyen. Il s'agit de fournir des outils pour comprendre le monde, décider et agir dans la vie quotidienne. La plupart d'entre eux ont déjà été introduits lors des classes antérieures. Leur enseignement facilite, souvent de façon privilégiée, les interactions entre diverses parties du programme de mathématiques (traitements numériques et graphiques) et les liaisons entre les enseignements de différentes disciplines.

L'étude des fluctuations d'échantillonnage en première reprend et approfondit celle menée en seconde en quantifiant la variabilité et permet de préparer le calcul des probabilités en terminale.

Les objectifs principaux de ce domaine sont :

- exploiter des données ;
- apprendre à identifier, classer, hiérarchiser l'information ;
- interpréter un résultat statistique ;
- gérer des situations simples relevant des probabilités.

Le calcul d'indicateurs, la construction de graphiques et la simulation d'expériences aléatoires à l'aide des TIC sont indispensables et constituent une obligation de formation.

#### 1.2 Fluctuation d'une fréquence selon les échantillons, probabilités (groupements A, B et C)

L'objectif de ce module est de consolider et d'approfondir l'étude, initiée en seconde professionnelle, de la variabilité lors d'une prise d'échantillons, pour favoriser la prise de décision dans un contexte aléatoire. La consolidation des notions déjà acquises en seconde professionnelle se traite en prenant appui sur des exemples de situations concrètes, issues de la vie courante, du domaine professionnel ou de la liste des thématiques. L'utilisation des TIC est nécessaire.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Expérimenter, à l'aide d'une simulation informatique, la prise d'échantillons aléatoires de taille $n$ fixée, extraits d'une population où la fréquence $p$ relative à un caractère est connue.	Distribution d'échantillonnage d'une fréquence.	
Calculer la moyenne de la série des fréquences $f_i$ des échantillons aléatoires de même taille $n$ prélevés.  Comparer la fréquence $p$ de la population et la moyenne de la série des fréquences $f_i$ des échantillons aléatoires de même taille $n$ prélevés, lorsque $p$ est connu.	Moyenne de la distribution d'échantillonnage d'une fréquence.	La population est suffisamment importante pour pouvoir assimiler les prélèvements à des tirages avec remise.  La stabilisation vers $p$ , lorsque la taille $n$ des échantillons augmente, de la moyenne des fréquences est mise en évidence graphiquement à l'aide d'un outil de simulation.  Distinguer, par leurs notations, la fréquence $p$ de la population et les fréquences $f_i$ des échantillons aléatoires.
Calculer le pourcentage des échantillons de taille $n$ simulés, pour lesquels la fréquence relative au caractère étudié appartient à l'intervalle donné $\left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ et comparer à une probabilité de 0,95.  Exercer un regard critique sur des données statistiques en s'appuyant sur la probabilité précédente.	Intervalle de fluctuation.	Se restreindre au cas où $n \geq 30$ , $np \geq 5$ et $n(1-p) \geq 5$ : la connaissance de ces conditions n'est pas exigible. La formule de l'intervalle est donnée.  La connaissance de la « variabilité naturelle » des fréquences d'échantillons (la probabilité qu'un échantillon aléatoire de taille $n$ fournisse une fréquence dans l'intervalle $\left[ p - \frac{1}{\sqrt{n}} ; p + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ est supérieure à 0,95) permet de juger de la pertinence de certaines observations.

## ANNEXE 3 - page 3

### Extrait du Bulletin Officiel spécial numéro 2 du 19/02/2009

#### Terminale professionnelle :

##### 1.2 Probabilités (groupements A, B et C)

L'objectif de ce module est d'entraîner les élèves à décrire quelques expériences aléatoires simples à mettre en œuvre, et à calculer des probabilités. Tout développement théorique est exclu. La notion de probabilité est introduite en s'appuyant sur l'observation de la fluctuation d'échantillonnage d'une fréquence et sur la relative stabilité de cette fréquence lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois. Les études menées s'appuient sur des exemples simples issus du domaine technologique ou de la vie courante. Les capacités figurant au programme de première professionnelle, concernant la fluctuation d'échantillonnage, restent exigibles.

Capacités	Connaissances	Commentaires
Passer du langage probabiliste au langage courant et réciproquement.	Expérience aléatoire, événement élémentaire, univers, événement. Réunion et intersection d'événements. Événements incompatibles, événements contraires.	Se limiter au cas où l'ensemble des événements élémentaires est fini. La connaissance des symboles $\cup$ (réunion), $\cap$ (intersection) et la notation $\bar{A}$ (événement contraire) est exigible.
Calculer la probabilité d'un événement par addition des probabilités d'événements élémentaires. Reconnaître et réinvestir des situations de probabilités issues d'expériences aléatoires connues : tirages aléatoires avec ou sans remise, urnes. Calculer la probabilité d'un événement contraire $\bar{A}$ . Calculer la probabilité de la réunion d'événements incompatibles. Utiliser la formule reliant la probabilité de $A \cup B$ et de $A \cap B$ .	Probabilité d'un événement. Événements élémentaires équiprobables. Événements élémentaires non équiprobables.	Faire le lien avec les propriétés des fréquences. Les tirages simultanés sont exclus. Entraîner les élèves à utiliser à bon escient des représentations pertinentes (arbres, tableaux, diagrammes) pour organiser et dénombrer des données relatives à une expérience aléatoire. Ces représentations constituent une preuve. Toute utilisation de formules d'arrangement ou de combinaison est hors programme. La généralisation à des cas où les événements élémentaires ne sont pas équiprobables se fait à partir d'exemples simples. La notion d'indépendance est hors programme.

## ANNEXE 5 : Ressources pour la classe de baccalauréat professionnel : la démarche d'investigation Document Eduscol - septembre 2009 »

### Démarche d'investigation.

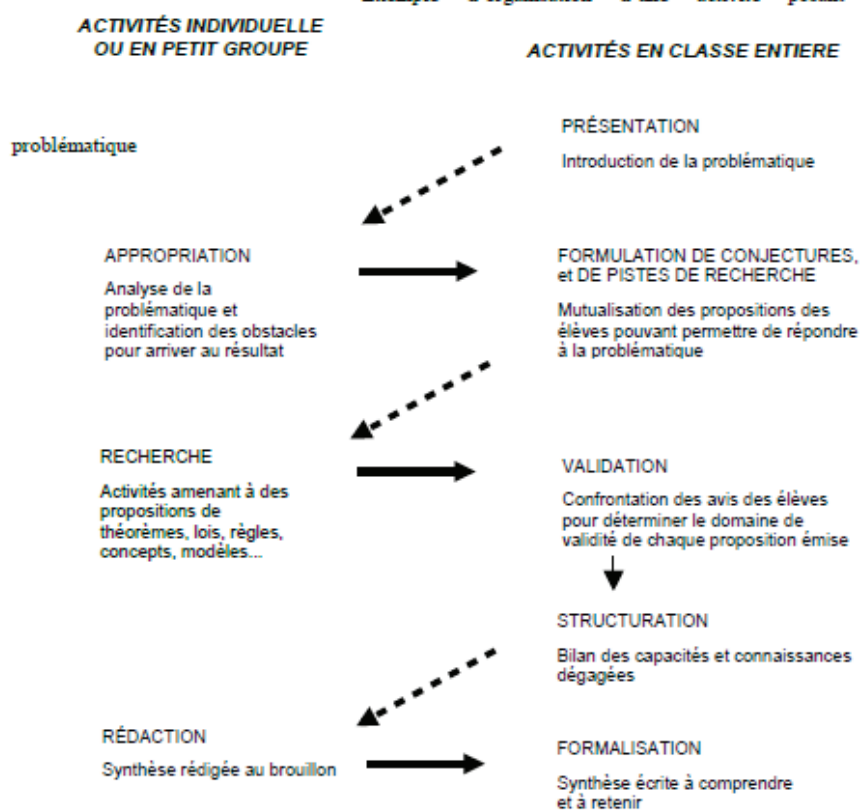
Lorsqu' une démarche d'investigation est mise en œuvre, une problématique concrète est proposée à la classe, une discussion collective doit faire émerger des pistes de résolution.

Lorsque la notion sous-jacente a déjà été abordée dans les classes antérieures, on peut vérifier ainsi si elle est acquise ou pas. L'analyse collective des mauvaises réponses permet de lever toute ambiguïté. De proche en proche, guidés par un questionnement adéquat, les élèves doivent retrouver les principaux résultats. Lorsque la notion sous-jacente est nouvelle et possible à découvrir par une méthode inductive, le questionnement est structuré pour permettre, toujours à partir d'une discussion collective, de dégager les points importants. Dans ces cas là, la phase de synthèse est collective et doit permettre l'émergence de « ce qu'il faut retenir ». La proposition est effectuée par la classe et la reformulation n'est effectuée par l'enseignant que si nécessaire.

Dans le cas contraire, l'élève, ou le groupe d'élèves, sont dans l'impossibilité de résoudre le problème de façon experte posé sans apport de connaissances supplémentaires. Ces dernières prennent alors tout leur sens et la présentation magistrale est légitimée.

Cette démarche contribue largement au développement des capacités méthodologiques en favorisant lors de séances de travaux dirigés le travail en autonomie. En outre, la mise en commun des résultats est la conséquence d'une réflexion préalable ayant conduit l'élève à un début de formalisation écrite : elle permet dans des conditions favorables de rationaliser et développer la communication orale.

Exemple d'organisation d'une activité posant une





## ANNEXE 6 : Copie d'un élève de première professionnelle

<b>1.</b>												
<b>Heure d'ouverture</b>	1 <sup>ère</sup>	2 <sup>ème</sup>	3 <sup>ème</sup>	4 <sup>ème</sup>	5 <sup>ème</sup>	6 <sup>ème</sup>	7 <sup>ème</sup>	8 <sup>ème</sup>	9 <sup>ème</sup>	10 <sup>ème</sup>	11 <sup>ème</sup>	12 <sup>ème</sup>
<b>Effectifs de sortie du jaune</b>	6	11	7	7	13	6	12	5	7	6	7	7
<b>Fréquence <math>f_i</math> de sortie du jaune, arrondie au centième</b>	0,20	0,37	0,23	0,23	0,43	0,20	0,40	0,17	0,23	0,20	0,23	0,23

2.  $f = 0,26$

3.  $e = (0,17 + 0,43) / 2 = 0,30$

4.

4.1.

4.2.

4.3.

5. *Il y a 5 couleurs sur la roue : jaune, bleu, rouge, vert et noir*

6. *Chaque couleur a une chance de sortir.*

7.  $p = \frac{1}{5} = 0,20$

8.

$$0,2 - \frac{1}{\sqrt{30 \times 12}} = 0,15 \text{ et } 0,2 + \frac{1}{\sqrt{30 \times 12}} = 0,25$$

9.

*4 des fréquences  $f_i$  ne sont pas dans cet intervalle.  
Donc la roulette n'a pas fonctionné normalement le 31 décembre 2015 pendant ces huit heures.*

**Nom de famille :***(Suivi, s'il y a lieu, du nom d'usage)*

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Prénom(s) :**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Numéro  
Inscription :**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**Né(e) le :**

		/			/				
--	--	---	--	--	---	--	--	--	--

*(Le numéro est celui qui figure sur la convocation ou la feuille d'émargement)**(Remplir cette partie à l'aide de la notice)***Concours / Examen :** .....**Section/Spécialité/Série :** .....**Epreuve :** .....**Matière :** ..... **Session :** .....**CONSIGNES**

- Remplir soigneusement, sur CHAQUE feuille officielle, la zone d'identification en MAJUSCULES.
- Ne pas signer la composition et ne pas y apporter de signe distinctif pouvant indiquer sa provenance.
- Numéroter chaque PAGE (cadre en bas à droite de la page) et placer les feuilles dans le bon sens et dans l'ordre.
- Rédiger avec un stylo à encre foncée (bleue ou noire) et ne pas utiliser de stylo plume à encre claire.
- N'effectuer aucun collage ou découpage de sujets ou de feuille officielle. Ne joindre aucun brouillon.

EFE MPC 1

**DR1 - DR2**

**NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE**

## ANNEXE 4 / Document réponse 1

### Grille nationale d'évaluation en mathématiques et sciences physiques et chimiques

A rendre avec la copie

<b>GRILLE NATIONALE D'ÉVALUATION EN MATHÉMATIQUES ET EN SCIENCES PHYSIQUES ET CHIMIQUES</b>
---

Liste des capacités, connaissances et attitudes évaluées

<b>Capacités</b>	
<b>Connaissances</b>	
<b>Attitudes</b>	

Évaluation<sup>1</sup>

Compétences <sup>2</sup>	Capacités	Questions	Appréciation du niveau d'acquisition <sup>3</sup>
<b>S'approprier</b>	Rechercher, extraire et organiser l'information.		
<b>Analyser Raisonnement</b>	Émettre une conjecture, une hypothèse. Proposer une méthode de résolution, un protocole expérimental.		
<b>Réaliser</b>	Choisir une méthode de résolution, un protocole expérimental. Exécuter une méthode de résolution, expérimenter, simuler.		
<b>Valider</b>	Contrôler la vraisemblance d'une conjecture, d'une hypothèse. Critiquer un résultat, argumenter.		
<b>Communiquer</b>	Rendre compte d'une démarche, d'un résultat, à l'oral ou à l'écrit.		
			/ 10

<sup>1</sup> Des appels permettent de s'assurer de la compréhension du problème et d'évaluer le degré de maîtrise de capacités expérimentales et la communication orale. Il y en a au maximum 2 en mathématiques et 3 en sciences physiques et chimiques.

En mathématiques : L'évaluation des capacités expérimentales – émettre une conjecture, expérimenter, simuler, contrôler la vraisemblance d'une conjecture – se fait à travers la réalisation de tâches nécessitant l'utilisation des TIC (logiciel avec ordinateur ou calculatrice). Si cette évaluation est réalisée en seconde, première ou terminale professionnelle, 3 points sur 10 y sont consacrés.

En sciences physiques et chimiques : L'évaluation porte nécessairement sur des capacités expérimentales. 3 points sur 10 sont consacrés aux questions faisant appel à la compétence « Communiquer ».

<sup>2</sup> L'ordre de présentation ne correspond pas à un ordre de mobilisation des compétences. La compétence « Être autonome, Faire preuve d'initiative » est prise en compte au travers de l'ensemble des travaux réalisés. Les appels sont des moments privilégiés pour apprécier le degré d'acquisition.

<sup>3</sup> Le professeur peut utiliser toute forme d'annotation lui permettant d'évaluer l'élève (le candidat) par compétences.

ANNEXE 7 / Document réponse 2 : à rendre avec la copie

